COMPENDIO

DE

MINERALOGIA

POR

José Maria Latino Coelho

SECRETARIO GERAL DA ACADEMIA REAL DAS SCIENCIAS DE LISBOA
LENTE DE MINERALOGIA NA ESCOLA POLYTECHNICA

MORPHOLOGIA MINERAL

LISBOA
POR ORDEM E NA TYPOGRAPHIA DA ACADEMIA REAL DAS SCIENCIAS
1892

INTRODUCÇÃO

---

1. **Divisão geral do globo terrestre.**—O planeta, que habitamos, o globo terrestre, no que á observação immediatamente se apresenta, é composto de tres partes distinctas: a parte solida (fundo dos mares, continentes e ilhas), a parte liquida (mares exteriores e interiores, lagos, rios, ribeiras e regatos) e a parte gazosa (atmosphera), as quaes constituem outros tantos envoltorios, que se vão sobrepondo para formar um todo unico. A terra, ou parte solida, é na sua maior extensão a inferior, acima da qual assenta a massa liquida. Uma porção da parte solida emerge todavia acima da agua a um nivel mais ou menos elevado e é visivelmente representada nos continentes e nas ilhas. Superior á parte solida e á liquida, e envolvendo-a em todas as direcções, apparece a parte gazosa ou atmosphera, cujos limites são forçosamente determinados pela successiva rarefacção do ar segundo uma lei expressa em funcção da altitude, e de outros elementos.

2. **Corpos diversos no globo.**—Em qualquer das tres divisões enunciadas a observação mais perfunctoria desco-

bre immediatamente que duas categorias mui diversas de *corpos* entram na sua composição. Uns são *organismos* ou seres vivos, taes como os animaes e as plantas, que tem na parte solida a sua habitação, ou vivem a maior ou menor profundidade nas aguas dos mares, dos rios, e dos lagos, ou passam a maior parte da sua existencia no ar. Abstraindo porém dos organismos, profusamente disseminados nas terras, nas aguas e nos ares, e constituindo as *faunas* e as *floras* da edade presente da terra nas suas diversas regiões, observamos que cada uma das tres partes, de que o nosso planeta se compõe, é formado de corpos inanimados, não vivos, que obedecem agora exclusivamente ás leis chimicas e physicas do universo, sem apresentarem nenhum dos phenomenos particulares, que revelam a vida nas plantas e nos animaes, ainda nos de mais simples e rudimentar organisação. Assim a atmosphera é composta de diversos gazes (principalmente o oxygenio, o azote, o anhydride de carbonio); as aguas são constituidas essencialmente pelo oxygenio e hydrogenio, contendo em dissolução varios corpos em maior ou menor multiplicidade e proporção, desde a agua quasi pura até ás que mui carregadas de saes em dissolução, formam as grandes massas oceanicas.

3. **Constituição da parte solida.**—As partes solidas da terra observamos que são constituidas por massas mais ou menos consideraveis em extensão superficial e em espessura. Cada uma d'estas massas:

a) é formada exclusivamente por uma accumulação de *materia inorganica*, de corpos eguaes ou semelhantes áquelles que se podem chimicamente produzir nos laboratorios, fazendo intervir unicamente as *energias cosmicas*, sem nenhuma apparente participação de phenomenos vitaes. Taes são por exemplo as grandes massas de *Calcareos*, que se deparam em estratos ou camadas em varios pontos do globo, e as massas de *Granitos*, que se observam irrompendo nas vertentes ou nos cumes de montanhas.

b) ou apresenta na sua composição além da materia originalmente inorganica, restos, vestigios ou reliquias de antigos organismos, que viveram em antigas edades da terra, e que hoje conservam geralmente apenas de plantas ou animaes a fórma ou a estructura, sem conservação da materia organica, de que eram formados quando viviam.

4. **Rochas.**—As massas que entram na constituição da parte solida da terra podem pois ser compostas exclusivamente de materia originalmente inorganica, ou conterem no seu interior vestigios ou restos de antigos seres vivos, ou podem finalmente haver resultado de que animaes e plantas, sepultadas em antigas épocas no seio da terra, depositaram no fundo das aguas, onde viveram, grandes accumulações de materia inorganica, de que, como succede nas conchas dos molluscos, era em grande parte composto o seu organismo. A parte solida da terra sómente é accessivel á observação n'uma fracção mui pequena da sua total espessura comparada á grandesa do raio terrestre. É esta porção da parte solida, que tem o nome de *crusta do globo* ou *crusta terrestre.* Todas as massas inorganicas, quando consideradas como partes componentes da crusta do globo, tem o nome de *rochas.*

5. **Corpos constituintes das rochas.**—Uma rocha é sempre ou uma aggregação de corpos separados entre si por pequenas distancias e com facil mobilidade, como as *areias*, ou de corpos que sómente por um esforço de maior ou menor intensidade se desaggregam uns dos outros como succede nos *Calcareos* ordinarios, nos *Marmores*, nos *Basaltos*, nos *Granitos*. Estes corpos, de que é constituida uma rocha, podem ser todos da mesma natureza, dotados das mesmas propriedades physicas e chimicas, *homogeneos* entre si, ou pertencer a duas ou mais substancias *heterogeneas*, distinctas por diversas propriedades. Assim, no *Calcareo* puro não é possivel descobrir mais do que uma substancia unica, o carbonato de calcio na fórma de *Calcite*. No *Gra-*

nito, pelo contrario, podem separar-se mechanicamente corpos differentes uns dos outros pelas suas qualidades physicas e chimicas, o *Quartzo*, o *Feldspatho*, a *Mica*. Estes corpos inorganicos distinctos, de que uma *rocha* apparece constituida, chamam-se *Mineraes*.

6. **Mineraes.**—Os mineraes são corpos *originariamente inorganicos*, ou são corpos *inorganicos presentemente*, cuja substancia animal ou vegetal foi em edades antigas da terra substituida por materia inorganica, perseverando mais ou menos perfeita e distincta a *fórma* ou tambem *a estructura* do primitivo ser organisado. Um *Mineral* é pois sempre um corpo cuja producção é devida *exclusivamente* á acção das energias da natureza sem a minima participação da industria humana. E d'ahi se infere que nem todos os corpos inorganicos são *Mineraes*. A chimica sabe hoje produzir uma grande multidão de corpos, semelhantes uns d'elles aos que existem naturalmente realisados, outros sem equivalente conhecido até agora na composição do globo terrestre. Todos estes productos da arte humana saem fóra dos limites assignados aos corpos chamados propriamente *Mineraes*.

Comquanto na mais larga significação do vocabulo se possam incluir na categoria de *Mineraes* os corpos, que havendo sido organisados em edades antigas da terra, se encontram hoje constituindo em parte a crusta solida do globo, tendo substituida a substancia organisada por materia inorganica, no uso geral reserva-se especialmente o nome de *Mineral* para os corpos, que desde os principios da sua existencia foram produzidos naturalmente pelas forças chimicas e physicas sem nenhuma participação de phenomenos vitaes. Cumpre todavia desde já advertir que entre os restos de antigos seres organisados, agora convertidos em substancia inorganica, alguns ha, que formando massas consideraveis na constituição da crusta terrestre, e sendo na sua composição de natureza propriamente mineral, se in-

cluem ordinariamente no numero dos mineraes. Taes são, por exemplo, as camadas ou estratos de *Carvão de pedra* ou *Hulha*, de *Linhite*, de *Anthracite*, que em certas regiões se appresentam em massas de grandes dimensões superficiaes e de consideravel espessura. Tal é o chamado *Tripoli*, constituido exclusivamente pelos restos siliciosos de antigos organismos rudimentares *(Diatomaceas)*. Taes são egualmente o *Alambre*, a *Naphta* ou *Petroleo*, o *Asphalto*, a *Elaterite*, cuja origem organica é incontestavel, e de que hoje se deparam alguns d'elles entrando em massas consideraveis na composição da crusta terrestre.

Todas estas antigas substancias de origem organica, as quaes pela sua dilatada jazida no seio da terra, adquiriram os attributos de *Mineraes*, podem no seu estudo considerar-se como a transição do reino inorganico para os reinos organicos. Considerados unicamente emquanto ás propriedades chimicas e physicas servem naturalmente de appendice á sciencia especial, que estuda os mineraes. Como reliquias de organismos entram naturalmente no dominio das sciencias biologicas.

7. **Fosseis.**—As reliqias de antigos seres organisados, ou sejam apenas representadas em *impressões* ou em *moldes* conservados na substancia propriamente mineral, ou hajam transmittido até á edade presente do globo os vestigios mais ou menos perfeitos da sua estructura e organismo, recebem o nome generico de *Fosseis* e o seu estudo constitue uma sciencia particular e importantissima, que presta os mais preciosos subsidios para a *historia physica* e *biologica da terra*, e tem o nome de *Paleontologia*.

8. **Caracter fundamental dos mineraes.**—Em vista das precedentes considerações é possivel definir o *Mineral*, na acepção restricta do vocabulo. Um *Mineral* é um corpo de origem exclusivamente inorganica, produzido pelas forças naturaes, sem participação da industria humana, e, quando no seu estado de puresa, *homogeneo ou*

sempre dotado das mesmas propriedades chimicas e physicas. Assim, quando se observa um exemplar puro de crystal de rocha *(Quartzo hyalino)* a vista simples descobre immediatamente que é formado por um só corpo homogeneo sem mistura ou composição de corpo extranho; é pois um *Mineral distincto* de todos os mais. Porém, quando se examina um fragmento de *Granito*, nota-se que esta *rocha* é formada de tres differentes substancias, separaveis entre si e distinctas por diversas propriedades, o *Quartzo*, o *Feldspatho* e a *Mica*. Cada um d'estes corpos, associados entre si para constituirem a mesma rocha é um *Mineral*. Cada um d'elles é por si *homogeneo*. A rocha, porém, carece de *homogeneidade*, e para a estudar, sob o aspecto dos seus caracteres physicos e chimicos, é necessario examinal-a em relação *á natureza dos mineraes*, que a compõe, e *ao modo particular da sua aggregação*. As *rochas* são em geral *corpos heterogeneos*, ou constituidos de dois ou mais distinctos mineraes. Ha comtudo rochas, que resultam de se accumular em massas mais ou menos consideraveis o mesmo e unico mineral. Tal é o caso da *Calcite*, ou carbonato de calcio puro, da *Dolomite*, ou carbonato de calcio e magnesio, na proporção de 44,5 do primeiro para 55,5 do segundo, do *Gesso* ou sulfato hydratado de calcio, do *Quartzo* (silica pura) na *Quartzite*, quando estes mineraes apparecem aggregados em massas consideraveis na composição da crusta da terra.

Um *Mineral* não deixa de ser *homogeneo*, quando na sua massa existem inseridos, ou implantados ou disseminados extranhos mineraes. Assim é frequente depararem-se, por exemplo, exemplares de crystal de rocha, e de outros mineraes, em cujo interior se observam pequenas porções (grãos, palhetas, globulos) de outras substancias, as quaes interrompem realmente o espaço occupado pelo mineral predominante e parece fazerem excepção á sua *homogeneidade*. Todavia, ou os corpos incluidos, implantados ou disseminados sejam visiveis a olho nu, ou sómente percepti-

veis pelos meios, que tornam mais energica a visão, é facil distinguir do corpo principal as substancias extranhas, que no seu interior se deposeram ou formaram e vieram inquinar a sua puresa. Estes mineraes, apesar de heterogeneos não constituem porém uma rocha no significado rigoroso da palavra, porque nas rochas os differentes materiaes, de que se formam, podem estar diversamente entrelaçados e confundidos entre si.

9. **Analogias e differenças entre os mineraes e os corpos organisados.**—Ainda que a noção de *Mineral* apparece claramente determinada e se infere do que fica exposto, é bem, que para a tornar ainda mais precisa, vejamos as analogias e as differenças, que o distinguem dos seres organisados, ou das plantas e animaes. A sciencia considera modernamente como um principio fundamental da naturesa, se não demonstrado ou evidente, ao menos provavel em extremo grao, que todos os seres naturaes procedem e se relacionam entre si por series, nas quaes cada um dos termos se deriva do antecedente. E assim como pela doutrina da descendencia e transformismo, se professa que toda a planta ou animal da mais complexa organisação teve por seu antepassado um organismo rudimentar, egualmente se admitte que esse primitivo ser se formou de materia inorganica, onde sob o influxo de condições proprias e de causas ainda hoje desconhecidas, se realisaram nos seus mais simples lineamentos as fórmas organisadas, que tornaram possivel a *vida*. Professa pois hoje a sciencia que entre a materia não organisada, e a materia viva, entre o reino organico e o reino inorganico, não existe realmente um immenso abysmo, que separe perpetuamente dos seres vivos os corpos considerados vulgarmente brutos, inertes, apenas submettidos á influencia das energias physicas e chimicas. Já o sabio e profundo naturalista Linneu havia proclamado n'um aphorismo celebre, que a naturesa nas suas creações não procede por saltos: *Natura non facit saltus.*

Parece racional e conforme á simplicidade e unidade nos processos da natureza, o admittir que a partir da materia inorganica, tomada como origem, se ramificam duas ordens de series, que continuam em uma e outra direcção divergente o reino inorganico, bracejando a uma parte as series dos animaes, ou as *series zoologicas*, e a outra as series dos vegetaes, ou as *series phytographicas*.

Não ha, no significado rigoroso da expressão, corpos que mereçam a denominação de corpos brutos. Não ha materia bruta, inerte, desprovida inteiramente das manifestações e dos phenomenos, que denunciam em cada corpo vivo ou inorganico o *modo proprio e particular* da sua existencia. A materia existe perpetuamente unida á *energia*. O movimento é a sua condição essencial. As *energias* e os *movimentos* manifestam-se nas varias e innumeraveis fórmas de seres em diversos graos e modalidades. A *energia* é a *vida* nos seres organisados. Nos corpos chamados inorganicos observam-se phenomenos, que revelam n'elles uma especie de vida propria, uma *estructura* particular, que se pode considerar como um primeiro grao de organisação.

Pode pois estabelecer-se com segurança, ainda mesmo independentemente de qualquer doutrina de evolução e transformismo, que os seres organisados e os corpos inorganicos tem entre si incontestavel semelhança sob muitos de seus aspectos.

Todos os phenomenos e todas as propriedades, que se podem estudar n'um corpo, ou seja organisado ou inorganico, se referem necessariamente ás seguintes categorias: 1.ª a *materia;* 2.ª a *fórma;* 3.ª a *energia* (força, movimento). Vejamos que analogias e differenças guardam pois entre si sob estes aspectos os corpos organisados e os inorganicos.

10. **Analogias e differenças de composição chimica.**—Em primeiro logar quanto á *materia* ou á *substancia*. A circumstancia de que os mesmos elementos chimicos

se observam constituindo os mineraes e os corpos organisados, sem que haja nenhum elemento peculiar aos seres vivos, parece confirmar que não existe realmente entre os mineraes e os organismos esta profunda separação e este inconciliavel antagonismo, com que a antiga sciencia entre si divorciava os reinos organicos e os corpos impropriamente chamados brutos.

As especies de materia, ou *elementos*, considerados pela chimica no seu presente estado como simples ou indecomponiveis, chegam já hoje a cerca de setenta. Muitos d'elles até agora apenas se tem encontrado em pequena quantidade ou como extremamente raros. Estes elementos são communs aos corpos organisados e aos inorganicos. Não se conhece um só elemento, que entre na constituição de um animal ou de uma planta, que, não appareça egualmente realisado n'um ou n'outro mineral. Não ha pois um só corpo simples ou elementar, que seja proprio e especial dos seres organisados. D'entre os elementos alguns ha na verdade, que a analyse chimica dos organismos não tem até hoje manifestado. Mas tambem não é raro observar que na constituição de algumas plantas, e em alguns mineraes mui abundantes, se nos depara como formando a maior parte da sua substancia material o mesmo corpo inorganico. Assim o carbonio, que por si constitue a materia do *Diamante* no seu estado de puresa, e entra pela maxima parte na formação da *Graphite* ou *Plumbagina*, é um dos elementos fundamentaes na constituição das plantas, e constitue no maior numero d'ellas como que o arcabouço ou esqueleto de todo o seu organismo. A silica, que na composição da crusta terrestre apparece como o corpo mais importante e copioso, logo depois do oxygenio, e que a natureza mineral nos offerece realisada no *Quartzo*, na *Opala*, e em alguns outros mineraes e em combinação com varias bases no grupo numerosissimo dos silicatos, entra em grande porporção na composição de certas plantas, como

em algumas *Equisetaceas* e no *Calamus rotang*, por exemplo, onde a proporção da silica nas cinzas da planta é de mais de 97 por cento.

Dos elementos conhecidos, os que entram como principios constitutivos importantes na composição das plantas e dos mineraes, são apenas em pequeno numero, e quasi todos communs aos corpos organisados e aos inorganicos. Assim, os elementos fundamentaes na composição das plantas são dezesete ou dezoito[1]. Os elementos, de que principalmente se compõe a crusta solida, a agua e a atmosphera do nosso globo, são egualmente dezoito, os quaes, excluido o azote, só por si formam noventa e nove centesimos de toda a porção terrestre accessivel até hoje á observação[2]. D'estes elementos sómente onze, o oxygenio, o silicio, o aluminio, o calcio, o magnesio, o sodio, o potassio, o carbonio, o ferro, o enxofre, o chloro, constituem quasi a totalidade da crusta terrestre[3]. Nas plantas são egualmente onze os elementos fundamentaes: carbonio, hydrogenio, oxygenio, azote, enxofre, potassio, calcio, magnesio, ferro, phosphoro e chloro. É notavel que de todos estes elementos communs aos seres organisados e inorganicos, são egualmente da maxima importancia na constituição de uns e de outros corpos o oxygenio, o hydrogenio e o carbonio. Uma differença capital se nota, porém, entre os mineraes e os seres vivos. Nos organismos o carbonio é por assim dizer o elemento fundamental, e com elle combinados apparecem sempre o oxygenio, o hydrogenio, e o azote ou nitrogenio, e em menores proporções o phosphoro e o enxofre. Nos diversos mineraes pelo contrario não ha nenhum elemento, que se possa considerar universal. Todavia o oxigenio é o

[1] Sachs, *Traité de Botanique*, trad. franceza de Van Tieghem. Paris, 1874, p. 812.

[2] Geikie, *Text-Book of geology*, 2.ª edição. Londres, 1885, p. 58.

[3] Prestwich, *Geology chemical, physical and stratigraphical*. Oxford, 1886, tom. I, p. 10.

elemento, que entra no maior numero de combinações nos mineraes e representa só por si 50 por cento de toda a crusta do globo, sendo-lhe immediato na proporção o silicio, cuja percentagem é de 25[1].

11. **Analogias e differenças quanto á fórma.**— Quanto á *fórma* os seres organisados e os organicos não estabelecem entre si uma tão inconciliavel distincção, tão invencivel antagonismo, como vulgarmente o consideram os que não attentam profundamente n'este ponto. Se as plantas e os animaes apresentam geralmente fórmas determinadas e proprias para todos os vegetaes e animaes, que são identicos nas suas outras propriedades, nos mineraes nos depara a observação fórmas tão harmonicas e perfeitas como as dos corpos organisados. É verdade que se compararmos um vegetal dos mais subidos na escala phytographica ou um animal de complexa organisação com uma *rocha*, com uma qualquer massa mineral, em que a fórma parece de todo o ponto irregular e não subordinada a lei alguma, affigura-se-nos que os seres vivos se distinguem dos inorganicos de maneira que a estes seja essencial uma fórma determinada e nos seus lineamentos principaes invariavel, e áquelles pareça extranha inteiramente qualquer determinação da sua figura. Se confrontamos, porém, um corpo vivo com alguma d'estas fórmas geometricas, regulares, que os mineraes nos apresentam em grandissimo numero de seus exemplares, taes como os cubos de *Pyrite* (sulfureto de ferro), de *Fluorite* (fluoreto de calcio), as pyramides hexagonaes do *Quartzo*, os solidos de 48 faces do *Diamante*, veremos desde logo, que n'elles a materia está disposta não ao acaso e confusamente, senão por tal modo e n'um arranjo tão regular das suas moleculas, tão harmonico, tão obediente a leis essenciaes, como as que determinam as moleculas a constituir a *cellula*, ou o elemento organico, e aggregam

[1] Prestwich, *Geology chemical, physical and stratigraphical*, I, p. 10.

depois as cellulas para dar origem aos mais complicados organismos. É verdade que nas plantas e nos animaes as *cellulas* se reunem diversamente para produzir as differentes partes dissimilares, os *orgãos*, distinctos entre si e destinados a exercer *funcções* diversas, de cujo sommatorio resulta o phenomeno da *vida*, em quanto que os mineraes com as mais perfeitas fórmas geometricas parece constarem de partes similares, sem que seja n'ellas possivel descobrir distincção de orgãos e de funcções na accepção biologica dos termos. Um estudo menos perfunctorio dos mineraes limitados naturalmente por fórmas regulares, revela á observação que no intimo d'estes corpos as moleculas se não dispõem de modo egual em todas as direcções, antes em algumas d'ellas se manifestam propriedades, que nas outras não podem realisar-se. Assim os phenomenos opticos, thermicos, magneticos, electricos, e os que dependem da cohesão e da elasticidade, appresentar-se-hão diversos no mesmo mineral de fórma exactamente geometrica, segundo variar a direcção, em que a experiencia os provocar.

Se em vez de comparar os mineraes com plantas e animaes de ordem superior, cuja organisação é por extremo perfeita e complicada, e onde existem em grao supremo differenciados os orgãos e as funcções, se estabelece o parallelo com os organismos rudimentares e infimos na escala biologica, a comparação redundará em muitos casos em favor dos mineraes. Escolha-se, por exemplo, uma *Monéra* cujo corpo está cifrado n'uma pouca de substancia albuminoide com os primeiros indicios da vitalidade, sem fórma, nem estructura determinada. Se confrontamos este primeiro balbuciar da vida com um mineral regularmente limitado por fórma geometrica, por exemplo, com um cubo de *Pyrite*, ou uma pyramide de *Quartzo*, a vantagem na perfeição da fórma e da estructura haverá de resultar em favor d'estes dois corpos, considerados geralmente como inertes, inanimados.

A limitação do espaço occupado pelos mineraes de fórma regular, sujeita a leis rigorosamente geometricas, é geralmente diversa da que nas plantas e animaes caracterisa quasi sempre a sua fórma e a configuração especial de cada orgão. Os mineraes de fórmas geometricas tem a figura de *polyedros*. N'elles domina o *plano* e a *linha recta*, em quanto que nos seres organisados parece lei geral a *superficie curva* e a *linha curva*. Esta distincção não é todavia absoluta. Em ambas as ordens de seres, nos organisados e nos inorganicos, a figura é sempre subordinada a leis rigorosamente mathematicas, quando no animal, na planta, no mineral, que se comparam, não tem sido perturbado por agentes exteriores o processo regular da sua formação e crescimento. Esta noção de que as fórmas organicas obedecem a leis mathematicas de *numero e de figura* tem sido acceita e consagrada com os progressos das sciencias naturaes. As fórmas do esqueleto na serie dos vertebrados são havidas como geradas por um limitado numero de figuras geometricas. Os trabalhos do illustre anatomista Carus, e mais recentemente os de Ernst Haekel sobre a morphologia geral, tem provado que em relação ás fórmas não ha entre os seres organisados e os inorganicos a profunda separação, que a antiga sciencia professara. Se a recta, o plano, o angulo diedro definem as figuras geometricas dos mineraes, tambem nos animaes inferiores, nos *Radiolarios*, e n'outros organismos classificados como *Protistas*, se nota o predominio dos mesmos elementos geometricos, observados nos mineraes. Por outra parte muitos seres organisados infimos na escala da vida, taes como as *Moneras*, as *Amoebas*, mudam a cada passo a sua figura, que d'este modo se manifesta como não essencial e necessariamente ligada á existencia d'estes organismos rudimentares [1].

[1] Haekel, *Naturliche Schöpfungsgeschichte*. (Historia natural da creação), 2.ª edição. Berlin, 1870, pag. 296-297.—Haekel, *Gener. Morphologie* (Morphologia geral), I, 375-374.

É facto consagrado na sciencia que uma parte da substancia, que constitue o protoplasma nas cellulas vegetaes, apparece muitas vezes affectando fórmas polyedricas, que imitam perfeitamente na figura e nas propriedades opticas, as fórmas regulares e polyedricas dos mineraes. Estes corpos geometricamente limitados *(crystalloides)* offerecem, segundo se deparam em diversas plantas, a fórma de cubos, de tetraedros, de octaedros, de parallelipipedos de faces rhombas, exactamente como os que se observam em grande numero de mineraes. O protoplasma assim configurado é verisimilmente a transição da materia inorganica para a materia organisada. A sciencia começa a estreitar ainda mais as relações entre os corpos inorganicos e os organisados, em presença das conclusões a que chegaram alguns dos mais celebres physiologistas botanicos, principalmente Nägeli e Schwendener, sobre a natureza verdadeiramente crystallina das moleculas organicas nos vegetaes[1].

12. **Analogias e differenças quanto á energia.**— Comparemos agora com os mineraes os corpos organisados, quanto á *energia*, ou em relação á *força e ao movimento*. Á primeira vista parece que a este respeito é inconciliavel a contradicção, o abysmo, que separa dos seres vivos os corpos inorganicos. Se, porém, os consideramos attentamente e sem preoccupação de doutrinas largamente enraizadas na sciencia, veremos que em uns e outros ha condições, que determinam um modo proprio de existencia individual. Uns e outros recebem do mundo externo a substancia, de que se formam e se accrescentam, a qual nos mineraes geometricamente conformados se deposita segundo leis tão regulares e necessarias, como as que distribuem no organismo a substancia haurida no exterior. A materia para tornar-se organica, insinua-se no interior dos seres vivos, os quaes

[1] Sachs, *Traité de Botanique*, trad. franceza de Van Tieghem, p. 767 a 768.

por essa razão se diz *alimentarem-se e crescerem por intus-suscepção*. A materia inorganica accresce tambem á que existe previamente n'um mineral, mas deposita-se no seu exterior, e por isso se diz que os mineraes *crescem por juxtaposição*. Mas a *juxtaposição* realisa-se nos mineraes geometricamente limitados, não ao acaso e desordenadamente, se não em virtude de um trabalho molecular tão regrado e maravilhoso, como aquelle, que nos differentes orgãos dispõe molecula a molecula a nova substancia destinada á nutrição e crescimento da planta ou do animal. Toda a materia, de que é formado um ser organisado, provém originariamente da natureza inorganica e de modo semelhante d'ahi se deriva toda a substancia, de que são constituidos os mineraes. Uns e outros corpos, quando n'elles cessa a existencia individual, chamada em uns a *vida*, n'outros a *crystallisação*, se decompõem ou se separam em suas partes constituintes, e o que resta é apenas materia sem fórma regular, sem as propriedades morphologicas, que distinguiam o corpo, quando *vivia* ou *existia crystallisado*, materia no estado *colloide*. Uma planta, um animal, um mineral são pois dotados egualmente de *existencia individual*, de *individualidade*. O *individuo*, ou o ser independente e que existe só por si, realisa-se ao mesmo passo em a natureza organica assim como na inorganica. Nos animaes e vegetaes a independencia e separação dos individuos entre si é regra geral. Nos mineraes os individuos isolados apparecem mais raramente do que as suas aggregações. Todavia tambem nos seres organicos se nos deparam, posto que menos frequentes, nos *Polypos*, por exemplo, as associações dos individuos nos graos infimos da escala biologica.

Apesar das affinidades e semelhanças entre os seres organisados e os inorganicos ha, sem duvida, uma differença capital entre uns e outros, a qual justifica plenamente a sua separação em duas categorias fundamentaes: a dos seres dotados de *organisação* ou compostos de partes dissi-

milares, heterogeneas ou *orgãos*, e a dos seres inorganicos de composição material homogenea em toda a sua massa.

Esta differença está cifrada em duas condições diversas de existencia nos seres vivos e nos mineraes. A primeira consiste em que nos corpos organisados a materia apparece n'um estado particular, que o professor Ernst Haekel considera como intermedia ao solido e ao fluido, e que resulta da necessaria coexistencia da materia solida com uma certa porção de agua na composição dos orgãos animaes e vegetaes[1]. Nos mineraes dotados de fórmas geometricas a materia é sempre solida, embora no seu interior possam ás vezes existir mechanicamente associados alguns fluidos, que não são essenciaes á propria existencia do mineral.

A segunda condição realisa-se no modo por que a materia se comporta no interior dos organismos e nos mineraes. Nos primeiros a existencia individual, a *vida*, não pode subsistir sem que a materia se conserve em *continua circulação do exterior para o interior e vice-versa* e sem que no intimo do ser organisado se effeitue continuamente um *trabalho molecular*. Ha n'elles uma troca permanente da materia do ser vivo com a que novamente lhe advem do mundo externo. A *nutrição* é pois o phenomeno fundamental e distinctivo dos seres organicos. Nos mineraes, ainda n'aquelles, em que é mais absoluta a individualidade, a materia não circula no interior. Assim se um mineral de fórma geometrica, já formado, cresce pela juxtaposição de nova substancia, não a recebe em cambio da que eliminou, como succede nas plantas e nos animaes.

13. **Individualidade nos mineraes.**—A individualidade não pode reconhecer-se com egual facilidade nos seres organisados e nos corpos inorganicos. Os caracteres

[1] Sachs, *Traité de Botanique*, trad. franceza de van Tieghem, p. 766 a 767.

essenciaes de um *individuo* são: 1.º que entre as differentes partes, que o constituem, haja uma intima e perfeita ligação e reciproca dependencia subordinada a certas leis, a qual determine a formação de um *todo unico;* 2.º que o ser occupe um espaço determinado, e seja contido e limitado por uma *fórma propria e essencial.* D'estas duas condições resulta como forçosa consequencia a *independencia* do individuo em relação aos que lhes são eguaes, semelhantes ou diversos. O *individuo* tem pois em si as condições da sua existencia separada. Nas plantas e animaes, pelo menos n'aquelles, que pertencem aos typos mais perfeitos do organismo, a *individualidade* é manifesta. Um homem, um cavallo, um choupo, uma palmeira, apparecem como inteiramente separados e independentes, vivendo vida propria, constituindo cada um d'elles de per si um *systema organico,* de cuja harmonica ligação depende a vida. Nos corpos inorganicos, nos mineraes, é mais difficil descobrir a *individualidade.* Os mineraes quasi sempre se nos deparam á observação em massas de pequenas ou de enormes dimensões, com fórmas apparentemente irregulares. Se de uma rocha destacamos uma porção, o que d'ahi tiramos e o que fica, parece-nos uma substancia inerte, como d'antes, sem que no seu modo particular de existencia se possa distinguir outra differença senão a da fórma e quantidade. E por isso a antiga sciencia professava como uma das distincções fundamentaes entre os corpos organisados e os mineraes, que a truncatura ou ablação de uma parte do ser vivo alterava mais ou menos profundamente a sua vida, ou a destruia inteiramente, em quanto que um mineral reduzido a fragmentos subsistia sem nenhuma alteração na sua existencia. Os progressos da sciencia tornaram, porém, possivel reconhecer que tambem nos mineraes é lei da natureza a *individuação* e que onde a observação não descortina a existencia individual é porque os individuos estão reduzidos a tenues dimensões, ou porque

entre elles se realisa mais ou menos completamente a *associação*.

14. **Individuo mineral.**—Qual será porém nos mineraes a manifestação da *individualidade?* Vejamos se entre elles existem casos, em que se verifiquem as condições da existencia independente e individual. A primeira condição do individuo mineral será pois, (n.º 13), que entre as *propriedades* ou phenomenos do mineral haja uma perfeita ligação e dependencia, de maneira que da sua concatenação resulte um *systema*, um *todo harmonico, e independente*, de cuja alteração provenha a cessação da individualidade, ou da *vida particular*, e propria do mineral. Pela segunda condição o mineral, para constituir um individuo, é forçoso que tenha uma *fórma determinada, propria, essencial* ao individuo, com elle invariavel e sujeita a leis imprescriptiveis. E assim como nos animaes e vegetaes a fórma se liga intimamente com o modo particular da sua existencia, ou como as suas *propriedades morphologicas* estão connexas harmonicamente com as suas *propriedades funccionaes*, em cujo complexo consiste a vida, assim tambem no *individuo mineral* é necessario que as propriedades morphologicas estejam em estreita e invariavel correlação com as *propriedades intimas*, com as que podemos por uma plausivel ampliação e analogia appellidar as *funcções* do individuo inorganico, e de cuja coexistencia procede a *vida mineral*. E haverá porventura em a natureza mineraes, que respondam plenamente a estas condições? Existem na verdade copiosamente nas massas em apparencia uniformes, de que se compagina a crusta do nosso globo.

15. **Crystal.**—A natureza, segundo já se disse (n.º 11) depara-nos a cada passo mineraes de maiores ou menores dimensões, completamente limitados por *fórmas polyedricas*, mais ou menos regulares, com faces planas, muitas vezes perfeitamente lisas e brilhantes. Estas fórmas são extremamente variadas, e comprehendidas em maior ou menor nu-

mero de faces, as quaes são polygonos de vario numero de lados. Emquanto, por exemplo, a *Pyrite*, o *Sal-gemma*, se apresentam em *cubos* ou *hexaedros*, os mineraes, que tem os nomes de *Helvina*, de *Tetraedrite*, apparecem em *tetraedro* regular, o mais simples de todos os polyedros. Outros mineraes se encontram limitados por maior numero de faces polygonaes, a *Granada*, por exemplo, em polyedros de doze faces ou *dodecaedros*, a *Fluorite* ou *Spath-fluor* (fluoreto de calcio), em *dodecaedros*, em *cubos*, em *octaedros*, o *Diamante* em fórmas de 48 faces. O mineral, que reveste naturalmente uma fórma polyedrica mais ou menos regular e subordinada a leis geometricas, tem o nome de *Crystal*. Não sómente na figura denunciam os crystaes a sua regularidade. Estudados quanto ás suas propriedades physicas e á sua composição chimica, demonstram egualmente que o modo particular da sua constituição intima obedece a leis determinadas, pelas quaes se estabelece uma estreita relação da sua fórma com a sua contextura molecular e com os phenomenos physicos, que n'elles se manifestam. Á *fórma exterior* do crystal corresponde sempre a que pode appellidar-se a sua *fórma interior* ou a sua *estructura*, a qual é semelhante em certa maneira aos *tecidos* e á sua constituição nos corpos organisados. Observa-se que n'um crystal é possivel operar em determinadas direcções ou segundo certos planos a sua divisão em fragmentos regulares separados por faces planas e parallelas ás faces de alguma das fórmas, pelas quaes o mineral apparece limitado. Assim se n'um crystal de *Spatho de Islandia*, da fórma de parallelipipedo de faces rhombas *(rhomboedro)* se intenta realisar a divisão, vê-se que ella se opera com facilidade nas tres direcções parallelas ás faces do crystal. Se em alguma das outras numerosas fórmas, em que apparece naturalmente o *Spatho de Islandia* se busca obter a divisão, observa-se que ainda se realisa segundo as mesmas direcções, que se notavam nos *rhomboedros* da mesma substancia mi-

neral. A fórma resultante d'esta divisão é limitada por seis planos, que se intersectam em angulos diedros de 105° 5'. Esta notavel propriedade, que se manifesta nos crystaes, e foi primeiro estudada pelo chimico sueco Bergmann[1], é o que se chama a sua *divisão mechanica regular*, o seu *lascado* (*clivage* em francez, *cleavage* em inglez, *Spaltbarkeit* em allemão). Pela intima connexão, em que sempre se manifesta com a fórma exterior do mineral, demonstra claramente que no intimo de cada crystal as suas particulas componentes, as suas *moleculas*, se não dispõem de um modo accidental, antes se aggregam e consociam harmonicamente e segundo certos planos determinados, e que a fórma externa do crystal é uma necessaria consequencia do arranjo molecular. Assim pois, como a figura de um ser organisado depende intimamente da maneira particular, por que estão dispostos os seus orgãos, assim tambem a fórma do crystal está ligada com a regular disposição, em que no seu interior se aggregam as moleculas. A fórma geometrica do crystal não é mais do que a manifestação externa da sua fórma interior, do seu tecido intimo, da sua *estructura*. O crystal é pois, não sómente no seu exterior um *polyedro*, senão tambem no seu interior um *organismo*, simples, elementar, mais perfeito porventura que o das *Monéras* e das *Amœbas*. O estado particular de um corpo solido, cujas moleculas na sua disposição satisfazem a estas condições, é a *crystallisação*.

Do arranjo regular e harmonico das moleculas, de que depende a estructura e por conseguinte a propria existencia do crystal, é necessaria consequencia uma propriedade fundamental, que o distingue essencialmente dos corpos não crystallisados. Por isso que as meleculas estão n'elle dispostas regularmente em certas direcções determinadas, n'estas deve ser egual a distancia, que separa duas mole-

[1] Bergmann, *Opuscula physica et chemica*. Upsal, 1779.

culas visinhas, em quanto que n'outras direcções não pode subsistir esta egualdade. As attracções mutuamente exercidas pelas moleculas serão, pois, diversas, segundo a desegualdade nas distancias moleculares, isto é, segundo actuam em certas direcções, ou em outras, qne com ellas se intersectem. A *Elasticidade* do crystal, ou a resistencia, que as suas meleculas oppõem á separação, e o esforço, com que tendem a occupar as suas primitivas posições de equilibrio, quando por uma acção externa deslocadas, sendo dependente das attracções e tambem por conseguinte das distancias moleculares, deve no crystal ser egual em umas direcções e differente em outras. Os processos experimentaes confirmam plenamente estas previsões da theoria. *O crystal é pois um solido, em que a elasticidade é variavel com as direcções.* Todas as propriedades physicas do crystal estão connexas intimamente com a *Elasticidade*, e como esta nos crystaes, ao contrario do que succede nos corpos não crystallisados, é egual em todas as direcções parallelas, d'ahi tiram fundamento alguns mineralogistas, e entre elles especialmente o professor Groth, para definir o *crystal um corpo solido, em que a elasticidade é egual em todas as direcções parallelas, e differente nas que mutuamente se intersectam.* Groth, exaggerando além do que é plausivel a importancia, aliás incontestavel, d'esta propriedade fundamental, professa ser n'ella exclusivamente que reside a essencia do crystal, que a fórma exterior é accessoria, e que nas suas relações physicas o crystal continua a subsistir, quando a sua figura é alterada de qualquer modo, por exemplo, quando o crystal pela fractura, ou pela maneira de o talhar adquiriu diversa fórma[1]. Ainda que o definir o crystal simplesmente

[1] «So können wir einen Krystal am besten definiren, als *einen festen Körper, dessen Elasticität nach allen parallelen Richtungen gleich, nach verschiedenen dagegen verschieden ist. Diese Definition sagt zugleich aus, dass der Krystal in physikalischer Beziehung noch ein solcher ist, wenn auch seine aüssere Form verändert, zu Beispiele, durch Zerbrechen, Ab-*

pelas relações de elasticidade seja rigorosamente verdadeiro, no que diz respeito ás suas propriedades physicas, é manifestamente incompleto, porque abstrae da fórma particular, que determina a individualidade. A definição de Groth, sendo exacta, quando empregada na Physica, não pode todavia admittir-se sem nenhuma correcção ou additamento, quando o crystal se considere nas relações historico-naturaes como individuo. São por isso mui judiciosos os reparos, que lhe oppõe o professor Zirkel, da Universidade de Leipzig, ao sustentar que a fórma externa é um elemento indispensavel na determinação da idéa de crystal[1].

16. **Condições essenciaes no crystal.**—No crystal apparecem realisadas todas as condições essenciaes da individualidade. Cada crystal é pois um *individuo*, e n'elle recae esta qualificação tão verdadeiramente como nos mais bem caracterisados individuos da escala zoologica ou phytographica. Para que um mineral, que affecta uma fórma polyedrica, se considere como um *crystal* na accepção rigorosa do vocabulo, é necessario que as suas propriedades physicas e chimicas, as quaes pela sua coexistencia e correlação determinam a *individualidade inorganica*, estejam connexas intimamente com as qualidades morphologicas e que esta connexão esteja subordinada a leis invariaveis. D'aqui se infere desde logo que o *crystal* para merecer este nome *deve ser originariamente produzido pela natureza.* Um cubo, um octaedro, que artificialmente seja talhado n'um fragmento de marmore ou de crystal de rocha, ainda que tenha a fórma polyedrica de faces todas eguaes, não é senão um crystal apparente, não um genuino crystal. E por outro lado se a natureza nos depara um mineral, cuja fórma é

schleifen etc. ihm eine andere gegeben worden ist.» Groth, *Physikalische Krystallographie*, 2.ª edição. Leipzig, 1885, pag. 7.

[1] Naumann, *Elemente der Mineralogie*, 12.ª edição, completamente remodelada e completada, por Ferdinand Zirkel. Leipzig, 1885, pag. 2.

polyedrica, sem que todavia entre ella e as propriedades physicas e chimicas exista nenhuma relação, nem dependencia, a figura d'esse mineral é apenas uma simulação, uma copia, uma imitação, uma *falsa fórma*, uma *fórma emprestada* e não a de um crystal verdadeiro, authentico, original, o mineral não é um individuo, senão uma congerie de individuos, uma pura associação. Muitas vezes succede que certas rochas apresentem em tres direcções, que se intersectam, planos de divisão natural, de maneira que nas partes expostas directamente aos agentes atmosphericos appareçam divididas em fórmas de parallelipipedos. Tal é, por exemplo, o *Calcareo argilloso, Marne*, ou *Marga*. Cada um d'estes polyedros, ás vezes de notavel symmetria, não é um *crystal*, mas antes uma associação irregular de numerosos individuos mineraes.

17. **Coexistencia da fórma polyedrica e da estructura para constituir um crystal.**—A fórma pois não basta só por si para attribuir a um mineral a individualidade, porque pode em muitos casos:

a) ser produzida artificialmente por acção puramente mechanica,

b) ou ser uma simples *imitação* ou *falsa fórma*, creada na verdade pela natureza, mas sem que entre a fórma e a *estructura* e as propriedades intimas do mineral haja concordancia e ligação. São pois erradas todas as definições, em que o *crystal* como na primitiva definição dada por Linneu, é apenas determinado pela figura, e incompletas aquellas, em que despresada a fórma se attende unicamente ás propriedades physicas do mineral, e ao modo e á lei porque no seu interior se manifesta a elasticidade, e se dispõe regularmente as suas moleculas dando origem á *estructura*.

18. **Definição de crystal.**—Em presença do que se acaba de dizer, podemos em relação aos mineraes definir o crystal d'esta maneira. «*Crystal é todo o mineral solido e homogeneo, que no seu estado natural se apresenta li-*

mitado por uma figura polyedrica, que lhe é essencial e originaria e está intimamente connexa com a disposição e arranjo regular das suas moleculas e no qual em direcções parallelas é egual, em direcções não parallelas differente a elasticidade». As condições indispensaveis e sufficientes para que um mineral se considere como *individuo* ou como *crystal* são pois:

a) *Que a fórma seja polyedrica.* Todo o mineral, que appareça em fórmas, embora regulares, mas naturalmente limitadas por superficies curvas, como as dos seixos espheroidaes rollados pelas aguas, como as concreções e os nodulos arredondados, não é nem individuo, nem crystal.

b) *Que a fórma seja originaria, produzida naturalmente e ligada com a propria existencia do mineral.* Se d'um crystal authentico e originario, por exemplo, de um rhomboedro de *Spatho de Islandia* ou de um hexaedro de *Galena* (sulfureto de chumbo) ou de *Sal-gemma*, de um octaedro de *Fluorite*, se obtem por meio do lascado uma fórma semelhante e terminada por faces parallelas ás do crystal, embora nas suas propriedades geometricas e na sua relação com as propriedades physicas inteiramente concorde com o crystal, não merece comtudo rigorosamente este nome, porque não é originaria, antes resulta de uma operação mechanica executada por um processo artificial. A *fórma de lascado* é pois apenas uma porção, um fragmento de um verdadeiro crystal, um individuo já truncado, que reproduz em mais pequenas dimensões como que a effigie do original. É de si mesmo evidente que um polyedro talhado artificialmente d'um mineral, por exemplo, um cubo ou octaedro feito de marmore, um *brilhante* ou *diamante rosa* com facetas arbitrariamente dispostas pelo lapidario, ainda menos do que a fórma de lascado merece o nome de individuo ou de crystal.

c) *Que a fórma seja essencial, propria á substancia mineral, e ligada por um nexo causal e necessario com as suas propriedades physicas.* Quando pois um mineral offerece natu-

ralmente uma fórma polyedrica mais ou menos regular, mas em contradicção ou antagonismo com as suas propriedades chimicas e physicas, não é um *crystal* na accepção mineralogica do vocabulo, mas simplesmente uma imitação, uma *falsa fórma*, uma *fórma emprestada*. São, de feito, numerosos os exemplos de mineraes, que apresentam exteriormente a apparencia de crystaes ou as fórmas peculiares e caracteristicas de outras substancias chimica e physicamente mui diversas. A *Pyrite* (sulfureto de ferro) por exemplo, que nas suas fórmas ordinarias e essenciaes crystallisa em hexaedros, octaedros, dodecaedros, icositetraedros, apparece muitas vezes tomando como emprestadas as fórmas, que pertencem a mui differentes mineraes, taes como a *Pyrite magnetica*, a *Chalkopyrite* (sulfureto de ferro e cobre), o *Quartzo*, a *Calcite* (carbonato de calcio) e varios outros. Estas fórmas geometricas extranhas assumidas pelos mineraes são as que se chamam *Pseudomorphoses* e longe de serem fórmas individuaes não são mais do que associações de muitos individuos, cuja reunião reveste no seu todo uma fórma com a apparencia de um só crystal.

19. **Dimensões dos individuos mineraes.**—O *individuo mineral* distingue-se dos individuos organicos n'uma notavel particularidade. Em quanto os organicos teem em cada especie de plantas ou de animaes umas dimensões medias, em volta das quaes oscillam as variações de grandeza, os individuos mineraes pelo contrario não estão sugeitos n'este ponto a nenhuma lei determinada. Não ha para elles o que se pode chamar uma *grandeza media normal*, de maneira que uns individuos da mesma substancia e com a mesma fórma podem apparecer de grandissimo volume, ao passo que outros se apresentam reduzidos a pequenissimas dimensões, e mesmo se tornam microscopicos. Entre estes dois limites offerece o mesmo mineral innumeraveis gradações. Assim existem crystaes gigantes de *Quartzo*, de muitos decimetros de comprimento, como aquelles que se

encontram em certos logares dos Alpes, em quanto que as mais das vezes os crystaes d'este mineral ou são de pequenas dimensões ou sómente microscopicos.

20. **Associações de individuos do mesmo mineral.**—Os crystaes ou individuos isolados e independentes são comparativamente raros. A crusta do globo consta principalmente de grandes massas ou rochas, onde os mineraes seus constituintes existem as mais das vezes em aggregações irregulares. O caso incomparavelmente mais frequente é pois que os mineraes constem de individuos entre si mais ou menos intimamente associados. A *associação* é em a natureza mineral a lei, a regra, os *individuos separados* são apenas a excepção.

Os crystaes ou individuos mineraes podem associar-se de duas maneiras: 1.º por *associação regular*, quando se aggregam uns a outros segundo leis geometricas determinadas e connexas com a fórma dos individuos: 2.º por *associação irregular* e n'esta os individuos apparecem dispostos sempre em grande numero, e variamente entresachados, formando como um tecido, mais ou menos laxo ou compacto, sem que a natureza observe nenhuma lei, que seja reductivel a principios mathematicos.

Na *associação irregular* os individuos, principalmente quando aggregados em grande numero, uns a outros se impediram na sua completa formação e crescimento, apparecem, pois, quasi sempre mais ou menos deformados e incompletos.

Quando se observa uma massa mineral, em que os individuos pela extrema reducção das suas dimensões deixaram de ser perceptiveis, um fragmento de *Calcite compacta* ou de *Gesso compacto*, parece difficil admittir que haja ali uma verdadeira aggregação de individuos. Todas as duvidas porém vem a resolver-se, quando se comparam entre si os diversos graus ou estados de associação, em que apparecem varios exemplares do mesmo mineral. Tomemos

como exemplo a *Calcite*. D'este mineral são frequentes os exemplares, onde os crystaes ou individuos, apesar de associados, são não sómente perceptiveis, mas de grandes dimensões, e de fórmas perfeitamente determinaveis. N'outros exemplares do mesmo mineral, por exemplo, na *Calcite granular*, e na *Calcite fibrosa*, os individuos pela sua grande agglomeração, já não se mostram com fórma regular determinavel, mas deixam ainda claramente perceber a existencia da crystallisação. Na *Calcite compacta* os individuos tornam-se invisiveis á vista desarmada, porque o seu numero é demasiadamente consideravel e as suas dimensões estão reduzidas a extrema tenuidade. A massa parece então continua, sem nenhuma separação de partes independentes e individuaes. N'este estado, porém, de associação applicando o microscopio, será possivel em muitos casos descobrir que o mineral é effectivamente composto por uma aggregação de individuos deformados, embora não seja exequivel determinar geometricamente as suas figuras.

Se a passagem successiva d'estas fórmas diversas de aggregação desde o estado, em que são visiveis e determinaveis os crystaes até o estado de massa compacta, em que sómente se podem ás vezes descobrir por energicos instrumentos visuaes, se observa em differentes exemplares do mesmo mineral, não menos offerece a natureza casos, em que em uma unica massa mineral existe patenteada esta gradação. Não é raro depararem-se exemplares de *Calcite*, por exemplo, nos quaes se notam superiormente crystaes perfeitamente determinaveis aggregados entre si, os quaes surgem de uma base ou apoio formado de *Calcite granular*, onde se reconhecem claramente os caracteres da crystallisação, embora os individuos já não sejam determinaveis pela reducção das suas dimensões e pelo grandissimo numero em que estão accumulados.

20. **Associações de individuos de differentes mineraes. Inclusões.**—Se um crystal não perde a indi-

vidualidade pelo facto de se encontrar *externamente* associado a outros crystaes da mesma substancia mineral, não deixa egualmente de permanecer como individuo, porque esteja *externa* ou *internamente* associado a crystaes de outro mineral. Na associação externa fórma as rochas. Muitas vezes no interior dos crystaes de *Quartzo hyalino* ou *Crystal de rocha*, nos de *Spatho de Islandia*, de *Fluorite*, de *Baryta* (sulfato de baryo), por exemplo, existem inseridos outros crystaes ou corpos amorphos de differente materia mineral, ou tambem substancias liquidas e gazosas cuja formação é ou não contemporanea com a do individuo principal. Esta coexistencia pode comparar-se á dos animaes e vegetaes microscopicos ou visiveis a olho nu, que enxameiam não raras vezes no interior de outros seres organisados, e constituem um verdadeiro *parasitismo*. Nos individuos mineraes os crystaes, e outros corpos que n'elles perseveram introduzidos, em nada alteram as condições de existencia para o individuo principal. Não são pois *parasitas* na accepção rigorosa da palavra, são antes puramente *hospedes*, a quem o individuo, que os abriga, apenas ministra alojamento. Estes mineraes extranhos, que se observam inseridos na massa de um crystal chamam-se *Inclusões* (*Einsclüsse* dos mineralogistas allemães).

21. **Mineraes crystallisados e crystallinos.**—Do que se acaba de dizer infere-se a divisão dos mineraes quanto á sua *individualidade e aggregação* em dois estados ou categorias. Quando os individuos são não sómente perceptiveis, mas tambem distinctos entre si e determinaveis quanto á fórma geometrica, o mineral diz-se *crystallisado*. Quando pelo contrario os individuos associados entre si em grande numero e em mui resumidas dimensões, estão consideravelmente deformados, mas deixam ainda apparecer á vista desarmada ou ao microscopio a sua existencia, sem que mostrem claramente determinadas as suas fórmas geometricas, o mineral chama-se apenas *crystallino*. Um exem-

plar de *Calcite* ou de *Siderite* com a fórma de *rhomboedro* ou uma associação de muitas d'estas fórmas variamente reunidas entre si, mas ainda facilmente determinaveis, é um *mineral crystallisado*. A *Calcite granular*, o *Gesso fibroso*, o *Quartzo* na variedade chamada *Silex*, são apenas mineraes *crystallinos*. No *mineral crystallisado* manifesta-se ao mesmo passo a *fórma exterior* e a *estructura*. No *mineral crystallino* a *fórma* apparece mais ou menos profundamente alterada, mas conserva-se a *estructura*, ou este arranjo regular e harmonico das moleculas, que é o caracter essencial da crystallisação.

Os individuos mineraes podem pois manifestar-se:

a) Como crystaes isolados, independentes, perfeitamente individualisados. Taes são os polyedros de 48 faces triangulares do *Diamante*, os hexaedros da *Pyrite*, os dodecaedros da *Granada*, os octaedros da *Magnetite* ou ferro magnetico.

b) Como crystaes associados, mas ainda completos ou quasi completos, de que são frequentes os exemplos nos aggregados de crystaes da *Calcite*, do *Quartzo*.

c) Como crystaes só parcialmente formados, e associados uns a outros em maior ou menor quantidade. Taes são, por exemplo, os que se observam em aggregados de *Calcite*, de *Quartzo*, de *Baryta* (sulfato de baryo), de *Siderite* (carbonato de ferro).

d) Como individuos inteiramente deformados em consequencia de estarem associados em grande numero e serem de mui pequenas dimensões e mui conchegados entre si. Taes são a *Calcite granular*, o *Gesso fibroso*, o *Quartzo granular*.

e) Como individuos tão estreitamente associados e reduzidos a tão pequena grandeza, que sómente se possam observar ao microscopio, ou sejam mesmo imperceptiveis á vista armada. Taes são a *Calcite compacta*, o *Gesso compacto*.

Os mineraes comprehendidos nas duas primeiras divi-

sões são comparativamente mui raros. As grandes massas mineraes, de que se compõe a crusta do globo, e que se estendem em grandes superficies e a grandes profundidades pertencem na sua maxima parte ás tres ultimas categorias e d'estas geralmente á 4.ª e 5.ª.

22. **Mineraes amorphos.**—Posto que a lei geral nos corpos mineraes seja a *crystallisação*, assim como nos organisados é a *vida*, existem comtudo mineraes, que não offerecem o menor vestigio d'este arranjo e disposição harmonica e regular, em que está cifrada a crystallisação Não ha n'elles *individualidade*, não apresentam no exterior fórmas polyedricas naturalmente produzidas, nem offerecem no interior esta particular disposição molecular, de que depende a *estructura*. A sua *elasticidade* é egual em todas as direcções. Denominam-se *amorphos* ou sem fórma, (do grego 'α privativo, e μορφή, fórma) e podem considerar-se quanto á sua constituição analogos aos fluidos. Tal é, por exemplo, a *Opala* (silica hydratada). Estas substancias mineraes são comtudo excepções pouco numerosas e não invalidam a *crystallisação*, como lei fundamental da natureza inorganica.

Dos mineraes amorphos alguns são liquidos, taes como a *Agua*, o *Mercurio*, o *Petroleo* ou *Naphta*, mas podem solidificar-se pelo abaixamento da temperatura e pelo augmento da pressão. A maioria d'elles apparece, porém, no estado solido. Aos mineraes amorphos solidos attribuem-se tres processos differentes de formação. Uns originam-se passando de um estado primitivo gelatinoso até ao solido, e designam-se em geral pelo nome de *mineraes porodinos*, com que Breithaupt os denominou. Outros resultaram da rapida solidificação de uma massa mineral reduzida ao estado liquido pelo calor, e chamam-se *hyalinos*, quer dizer *vitreos* (do grego ὕαλος, o vidro).

Além d'estas duas especies de *amorphismo*, ainda certos mineraes apparecem como o resultado da degradação e de-

composição produzida em substancias crystallinas preexistentes pelas acções physicas e chimicas dos agentes exteriores, principalmente da agua. Taes corpos representam em relação aos mineraes, de que provêem, o mesmo que os restos dos animaes e vegetaes considerados a respeito dos organismos, de cuja decomposição offerecem testemunho. Estes mineraes dizem-se *peliticos*. Taes são os mineraes terrosos, e argillosos, como por exemplo o *Kaolin*, ou *Terra de porcellana*, que resulta da degradação e alteração dos feldspathos (*Orthoclase, Sanidina, Oligoclase*) nas rochas feldspathicas (*Granitos, Porphydos, Trachytes, Phonolites*).

Este processo de transformação é a *kaolinisação* dos feldspathos. O *feldspatho Orthoclase* entra como principal constituinte na composição do *Granito* e de outras rochas com elle estreitamente alliadas, e é um silicato de alumina e de potassa, em que na maior parte dos casos uma pequena porção d'este alkali é substituida pela soda, pela cal, ou pelo oxydo de ferro. Os individuos crystallinos de *Orthoclase* começam a ser atacados e alterados nas suas faces e avança pouco a pouco para o interior a sua alteração favorecida pelas soluções de continuidade no interior do crystal. Os crystaes perdem o brilho, a sua côr rosada degenera em branca, diminue extremamente a cohesão do mineral, até que em vez dos crystaes de *Orthoclase* apparece uma simples massa branca e terrosa de silicato hydratado de alumina ou *Kaolin*. Pelo processo chimico da *kaolinisação* a potassa juntamente com as pequenas porções das outras bases, pela acção da agua contendo em dissolução o anhydride de carbonio passa a carbonato, que é levado em dissolução, juntamente com uma parte da silica livre, em quanto que o restante silicato de alumina recebe na sua composição uma certa porção de agua.

Por este exemplo, e pelos que parallelamente se verificam na transformação de muitos outros mineraes, se pa-

tentêa que estes corpos apesar de parecerem inaccessiveis ás acções naturaes destruidoras, apesar de que o *Granito* é na linguagem vulgar o emblema da perpetua duração, estão sujeitos, como os seres vivos, á lei geral do movimento e da continua alteração.

O *amorphismo* dos mineraes é em certo numero de casos apenas apparente, e o que á vista desarmada se nos affigura como uma congerie de particulas sem fórma, nem individualisação, revela-se ao microscopio como um aggregado de particulas minutissimas de verdadeira natureza crystallina. A successiva diminuição nas dimensões dos individuos, que constituem um aggregado, pode chegar a ponto de que no limite do seu decrescimento, o mineral se appresente na apparencia como amorpho. Exemplo é d'esta simulação muitas vezes o *Kaolin*, no qual um microscopio de grande força alcança descobrir a existencia de verdadeiros elementos crystallinos, de pequenas laminas hexagonaes, reduzidas a extrema tenuidade[1].

O *amorphismo* é nos mineraes um estado excepcional, em quanto que na sua generalidade estes corpos tem por caracter essencial a *crystallisação*. Que o amorphismo denuncia um arranjo e disposição molecular diverso do crystallino se deprehende d'este facto, que muitos mineraes crystallisados podem artificialmente passar ao estado amorpho, quando depois de fundidos se fazem resfriar e solidificar rapidamente. Então as moleculas, que no crystal existiam dispostas e concatenadas entre si de um modo regular e harmonico, passam a ficar no estado livre proprio da fluidez, e em vista do prompto resfriamento, não podem alcançar as condições de equilibrio estavel, em que consiste a crystallisação. Quando o *amorphismo* se produz por este processo, a variação experimentada pelo mineral

[1] Segundo as observações microscopicas de Johnston, de Blake, de Kenngott e especialmente de Sefarik no *Kaolin* da Bohemia.

em algumas das suas mais importantes propriedades revela que o arranjo molecular egualmente variou do estado crystallino ao estado amorpho. N'este caso o mineral amorpho appresenta uma densidade e uma dureza menor que a do mineral crystallino, augmenta pelo contrario em fusibilidade e torna-se mais soluvel nos acidos que na sua anterior situação. O que tudo comprova claramente que a ligação entre as moleculas é no mineral amorpho mais laxa e menos intensa a cohesão do que no crystallino.

23. **Mineralogia. Anorganographia.**—A sciencia natural, que estuda os mineraes, na accepção restricta, chama-se *Mineralogia*. Este ramo dos conhecimentos humanos é propriamente uma subdivisão de uma sciencia mais ampla e comprehensiva, da que tem por seu objecto os corpos inorganicos em geral, qualquer que seja o modo ou o processo da sua formação. Esta sciencia geral é a *Anorganographia*, e comprehende no seu ambito não sómente os *mineraes*, mas todos os corpos, que se produzem pela acção das energias chimicas e physicas, em circumstancias provocadas no laboratorio pelo arbitrio e industria humana. Egualmente se incluem na jurisdicção da *Anorganographia* todos os productos *organicos*, porém não *organisados*, aquelles que são originados no organismo das plantas e animaes. Taes são, por exemplo, as *gommas*, o *assucar*, a *camphora*, as *resinas*, etc. Todos os corpos inorganicos e os organicos, fabricados artificialmente nos laboratorios pelos processos chimicos, pertencem propriamente aos dominios da chimica. Os corpos organicos produzidos naturalmente pela acção physiologica nos seres vivos, quando estudados unicamente quanto á sua constituição e propriedades, incumbem egualmente á jurisdicção d'esta sciencia, e quando considerados sob o aspecto das suas relações com os organismos, donde trazem a sua origem, são estudados na *Physiologia*.

A *Mineralogia* ou a *Anorganographia mineral*, occupa-se

exclusivamente dos mineraes propriamente ditos, e tambem dos mineraes de origem organica, considerados unicamente quanto á *substancia mineral*, em que apparecem hoje representados e quanto á *fórma*, em que presentemente se observam como aggregados mineraes.

24. **Divisão da Mineralogia.**—Os mineraes podem ser estudados:

1.º *collectivamente, comparativamente*, examinando quaes as propriedades, em que está cifrada a sua essencia, deduzindo d'este exame comparativo as leis geraes, que presidem á sua natureza, e as differenças e gradações, com que estas propriedades diversificam ou se alteram de uns para outros mineraes; ou

2.º *singularmente*, observando e descrevendo em cada mineral distincto as qualidades, ou graus de qualidade, que constituem os seus *caracteres proprios* e o differençam de todos os demais.

D'ahi resulta que a *Mineralogia* se divide naturalmente em duas partes: uma *synthetica*, em que methodicamente se colligem todos os *factos*, que a *observação* patenteou nos mineraes, considerados como um *todo congruente*, como um *Reino da natureza*, e as *leis* que a *inducção* fez conhecer; a outra *analytica*, em que se estuda cada um dos mineraes de per si, se lhe assigna o seu logar na serie ou escala mineralogica e se descrevem os *caracteres*, que o distinguem e determinam como um *modo* particular e proprio da materia inorganica. A *parte synthetica* ou *geral* da Mineralogia, como destinada especialmente ao estudo de *relações* e de *leis*, pode ser chamada *Mineralogia scientifica* ou *Mineralogia philosophica*. A *parte analytica* ou *especial* tem o nome de *Mineralogia descriptiva*, ou tambem *Physiographia*, ou mais propriamente *Minerographia*.

A *Mineralogia philosophica*, ou *scientifica*, tendo por objecto o estudo geral e comparativo dos mineraes, examinando-os quanto á sua constituição material e aos pheno-

menos, que n'elles realisa a natureza, é por assim dizer a *anatomia* e a *physiologia* dos mineraes, e corresponde á *organographia* e á *physiologia comparativa* na sciencia geral dos seres organisados. A *Mineralogia descriptiva* tem com respeito aos mineraes um fim analogo ao da *zoographia*, para os animaes, e ao da *phytographia* para as plantas.

A parte synthetica da *Mineralogia* tem sido variamente denominada pelos diversos mineralogistas. Mohs, na sua obra magistral para o seu tempo, com o titulo de *Grundzüge der Mineralogie* (Principios fundamentaes da mineralogia, Dresden, 1822-1824) designa a parte geral pelo nome de *Terminologia*. Este nome é porém improprio e inscientifico, porque leva a acreditar que a sciencia geral dos mineraes se reduz a um simples glossario, onde se explicam as accepções dos termos empregados para denominar as diversas propriedades dos mineraes. Varios outros auctores allemães designaram tambem nos seus livros pelo nome de *Terminologia* a parte geral da sciencia, entre outros Leonhard na sua obra *Grundzüge der Mineralogie* (Principios fundamentaes da mineralogia, Leipzig e Heidelberg, 1860). A mesma denominação adoptou Naumann nos seus *Elemente der Mineralogie* e a conservou na 12.ª edição remodelada e accrescentada d'este livro em 1885 o dr. Ferdinand Zirkel. O professor Tschermack, da universidade de Viena, no seu *Lehrbuch der Mineralogie* (Compendio de mineralogia, Viena, 1885) mantem ainda o nome e chama á parte geral da sciencia dos mineraes *Physiologia* e *Terminologia*, e attribue como funcção a esta ultima o declarar a significação dos termos empregados na linguagem technica da *Mineralogia geral*, e associa e enlaça tão estreitamente uma com outra parte, que se podem ambas considerar como uma só. O notavel mineralogista scandinavo Axel Erdmann no seu compendio em lingua sueca sob o titulo de *Lärobok i Mineralogien* (Compendio de mineralogia, Stockholm, 1860) adoptou exactamente a divisão proposta por Mohs e seguida

por Naumann, de cujo livro o seu é em grande parte um transumpto. A denominação de *Physiologia* attribuida á parte geral da *Mineralogia* tem o inconveniente de applicar ao reino inorganico, desviando-a do seu usual emprego, uma palavra que no uso da sciencia se refere aos phenomenos da vida. As denominações, que parecem pois mais plausiveis e expressivas, são a de *Mineralogia geral*, *scientifica* ou *philosophica*, e *Mineralogia especial*, ou *descriptiva*, tambem chamada *Physiographia*, ou segundo Naumann e Zirkel, *Minerognosia*[1].

A *Mineralogia scientifica (Terminologia, Physiologia mineral* dos mineralogistas allemães) comprehende naturalmente duas partes ou divisões. A primeira pode chamar-se a *Mineralogia geral* propriamente dita, e tem por objecto o estudo das propriedades dos mineraes, considerados quanto ás tres categorias logicas, 1.° de *espáço* (propriedades geometricas ou morphologicas), 2.° de *qualidade* (propriedades physicas), 3.° de *substancia* (propriedades chimicas). É a esta, que o professor Schrauf da universidade de Viena, dá o nome de *Mineralogia physica* (Physikalische Mineralogie)[2]. A segunda applica o estudo das propriedades e os principios fundamentaes e philosophicos da classificação á determinação da *especie mineral* e á distribuição dos mineraes em *generos*, *familias*, *ordens* e *classes*, ou em geral á formação do *systema artificial* ou do *methodo natural* de repartição ideal dos mineraes; é a *Systematica*, segundo a denominação usada pelos mineralogistas allemães e suecos, Mohs, Naumann, Breithaupt, Leonard, Axel Erdmann, Andrä, von Kobell, Quenstedt e outros mais. Á *Systematica* se liga essencialmente a *Nomenclatura*, ou a fixação dos nomes, com que se designam as especies e variedades, e

[1] Naumann e Zirkel, *Elemente der Mineralogie*, 12.ª edição. Leipzig, 1885, pag. 5 e 6.

[2] Schrauf, *Lehrbuch der physikalischen Mineralogie*, Viena, 1866-1868.

as diversas categorias taxonomicas, em que os mineraes se distribuem no methodo ou no systema.

25. **Partes complementares da Mineralogia: Minerogenia, Topica, Paregénese, Petrographia, Lithurgica.**—As divisões, que ficam mencionadas, bastariam a completar a *Mineralogia*, se os mineraes se houvessem de estudar unicamente como corpos isolados e sem nenhuma relação com outros mineraes *no espaço* e *no tempo*. E em primeiro logar quanto ao *Espaço*. Não é dado no estado presente da sciencia preterir no seu estudo o que as modernas observações tem descoberto quanto ás localidades, em que certos mineraes se encontram especialmente, á extensão e quantidade das suas massas e ás leis que presidem á coexistencia de umas com outras substancias mineraes. Assim, em quanto alguns mineraes existem em grandes accumulações, occupam consideraveis extensões em superficie e profundidade, e são communs a todas as regiões do globo, outros pelo contrario só se deparam em menor copia, e alguns apparecem apenas representados em minimas proporções e em poucas e limitadas localidades. A parte da sciencia, que estuda os mineraes sob este aspecto, constitue a *Topica* e a *Paragénese* dos mineraes, e corresponde em certa maneira á geographia e estatistica botanica e zoologica.

Em segundo logar quanto ao *Tempo*. Os mineraes, que n'um dado momento se observam, não existiram sempre do mesmo modo em todas as edades successivas da sua duração. A lei fundamental da natureza é o *movimento* e com elle a *mudança*, a *alteração*, a *metamorphose*. Os mineraes não alcançam subtrair-se a esta lei, de que depende essencialmente a economia do Kosmos. Cada mineral tem pois uma *evolução* e uma *historia*. Cada um na sua phase actual teve por antecessor um mais antigo estado. O modo da formação do mineral, a sua origem, a sua *génese*, e as alterações, por que no tempo foi passando, offerecem ao estudo

um novo campo, com que se pode completar a *Mineralogia*. Esta parte complementar da sciencia, por onde ella se prende á geologia chimica, é a *Minerogenia*. «A construcção e a degradação, diz com muita razão o professor Tschermack[1], a formação, e a transformação dos mineraes, consideradas nas suas relações, são as que podem dar uma completa idéa da essencia de cada um d'estes corpos e das suas reciprocas affinidades e dependencias em todo o reino mineral».

Como um appendice da *Mineralogia* se pode reputar ainda a *Petrographia*, ou a parte da sciencia, que se occupa em estudar e descrever os mineraes considerados nas grandes massas, ou constituindo as *rochas*, de que é composta a parte do globo terrestre accessivel ás observações. Na *Petrographia* estudam-se as grandes aggregações de individuos, pertencentes a uma só ou a distinctas substancias mineraes, em quanto se consideram como elementos essenciaes na formação da crusta solida. A *Petrographia*, posto que seja rigorosamente uma parte complementar da *Mineralogia*, e forme a transição entre esta sciencia e a geologia, anda com esta mais particularmente vinculada e d'ella fórma um dos indispensaveis prolegomenos.

A estas partes que se acabam de enumerar se accrescenta ainda o estudo dos mineraes applicados aos usos economicos e industriaes. É o que constitue a *Mineralogia economica* ou a *Lithurgica* (de λίθος, pedra, mineral, e ἔργὸν, trabalho, obra).

26. A *Mineralogia geral* ou *scientifica* estuda, como se disse, nas suas relações geraes e nas suas leis, as propriedades, que se observam nos mineraes. Ora n'estes corpos, considerados unicamente em si, nada mais podemos observar do que os phenomenos, que dependem: 1.º do *espaço*

[1] Tschermack, *Lehrbuch der Mineralogie* (Compendio de Mineralogia) 2.ª edição. Viena, 1885, pag. 279.

(fórma); 2.º da *energia, força (qualidade)*; 3.º da *mareria (substancia)*. É pois manifesto que as propriedades nos mineraes se repartem naturalmente nas tres categorias de *propriedades morphologicar, propriedades physicas* e *propriedades chimicas*. Assim de tres divisões consta necessariamente a sciencia geral dos mineraes e são a *Morphologia mineral*, a *Physica mineral* e a *Chimica mineral*.

MINERALOGIA GERAL

MORPHOLOGIA MINERAL

27. **Divisão da morphologia.**— A *fórma* é a propriedade que primeiro se depara nos mineraes a quem os observa. No estudo da *fórma* podemos considerar:

1.º Os individuos isolados, os *crystaes;*

2.º A associação regular dos individuos, segundo leis geometricas invariaveis;

3.º A associação irregular.

Os dois primeiros casos comprehendem-se na *Morphologia regular*, chamada particularmente *Crystallographia.*

O ultimo caso dá assumpto á *Morphologia irregular*, ou estudo dos *aggregados crystallinos* e das fórmas inteiramente accidentaes.

CRYSTALLOGRAPHIA

28. **Crystallographia.**— A *Crystallographia* na sua mais ampla comprehensão é a sciencia dos crystaes considerados:

a) em quanto ás suas propriedades puramente geome-

tricas *(Crystallographia pura, geometrica, Geometria dos Crystaes)*.

b) com respeito á sua estructura intima, aos phenomenos externos, por que se revela e á relação e dependencia mutua entre a estructura e as propriedades physicas dos crystaes *(Crystallographia physica* ou *Physica dos crystaes)*.

c) relativamente á sua origem, formação e crescimento *(Crystallogenia)*. Estas duas partes (b) e (c) constituem reunidas a *Crystallonomia*, ou a sciencia dos phenomenos e das leis da crystallisação (do grego Κρύσταλλος, crystal, e νόμος, lei).

CRYSTALLOGRAPHIA PURA OU GEOMETRICA

CAPITULO I

Principios fundamentaes da crystallographia

29. **Crystal natural, Crystal theorico.**—Os crystaes, que a natureza nos depara no reino mineral se algumas vezes, salvas as differenças materiaes, satisfazem ás condições de polyedros approximadamente semelhantes aos da geometria, no maior numero de casos não offerecem a regularidade ou ao menos a symmetria correspondente aos solidos geometricos. Assim, é raro o cubo de *Sal-gemma*, ou de *Pyrite*, que tenha todas as seis faces rigorosamente eguaes e com a figura de quadrados. Não se encontram na *Galena* ou na *Magnetite* muitos octaedros, que sejam formados como os geometricos, de oito triangulos equilateros eguaes. A perfeita crystallisação exige tantas condições e tão diffi-

ceis de realisar exactamente, são tão numerosas as causas de perturbação, que actuam durante a formação dos crystaes, que apenas por excepção se dá n'elles a regularidade absoluta. Para estudar methodicamente a *Crystallographia* é pois forçoso reduzir pelo pensamento os crystaes imperfeitos da natureza, os *polyedros naturaes*, a *fórmas ideaes*, a *crystaes theoricos*, que seriam tambem os que na realidade se haveriam de produzir, se a natureza podesse eliminar completamente em cada caso as causas perturbadoras.

30. **Fórma crystallina.**—Quando n'um crystal se faz inteira abstracção da materia, de que é formado, e das propriedades, que o caracterisam, o polyedro, que limita o espaço occupado pelo crystal, chama-se *fórma crystallina*.

31. **Elementos geometricos do crystal.**—Em todo o crystal, considerado unicamente quanto á *fórma crystallina* observam-se quatro elementos:

1.° as *faces*, ou os planos, que delimitam o espaço por elle occupado;

2.° as *arestas*, ou as rectas de intersecção entre duas faces concorrentes;

3.° os *angulos diedros*, que duas faces adjacentes formam entre si;

4.° os *angulos solidos*, os quaes tem por seus vertices os pontos de intersecção de tres ou mais arestas.

Os numeros de faces, de arestas e de angulos solidos em qualquer polyedro, e por conseguinte em qualquer fórma crystallina, estão ligados entre si pela formula seguinte, que se demonstra na geometria dos solidos ou stereometria, e é devida ao celebre geometra allemão Euler:

$$F + V = A + 2$$

na qual F, V e A representam respectivamente os numeros das faces, dos vertices ou angulos solidos e das arestas.

32. **Faces.**—As faces ou são polygonos regulares,—polygonos de lados e angulos todos eguaes,—como os quadrados no *Cubo*, os triangulos equilateros no *Octaedro*, ou polygonos irregulares como os rhombos ou losangos no *Dodecaedro rhombico*, ou solido de doze faces, e os polygonos que formam as faces nos solidos de vinte e quatro e de quarenta e oito faces *(icositetraedros, tetracontaoctaedros)*, nas pyramides, nos prismas. As figuras das faces nas fórmas crystallinas, limitadas por faces todas eguaes, são: a) *triangulos equilateros, isosceles*, ou *escalenos;* b) *quadrilateros* ou *tetragonos*, com a figura de *quadrados*, de *rhombos* ou *losangos*, ou de *tetragonos irregulares;* c) *pentagonos irregulares.*

33. **Arestas.**—Nas *arestas* distingue-se a sua *extensão linear*, e a grandeza do *angulo diedro*, a qual se denomina o seu *valor*. As arestas tem differentes comprimentos relativos e differentes valores nas diversas fórmas crystallinas. Assim no *Hexaedro*, fig. 1, no *Octaedro*, fig. 2, no *Dodecae-*

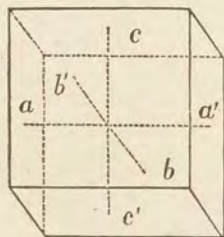
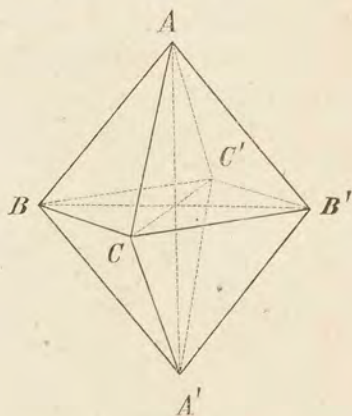



Fig. 1 Fig. 2

dro de faces em figura de losango ou de rhombo, chamado por isso *Dodecaedro rhombico*, fig. 3, as arestas são todas eguaes em extensão linear e em valor, todas respectiva-

mente de 90°, de 109° 28′ 16″, e de 120°. Na mesma fórma crystallina podem coexistir arestas de dois ou mais valores differentes. Assim, no *Dodecaedro pentagonal* da *Pyrite* ou no polyedro de 12 faces em figura de pentagonos de 4 lados eguaes e um desegual, fig. 4, ha 6 arestas *a*

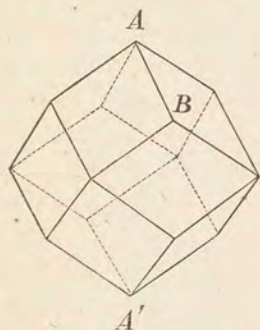



Fig. 3

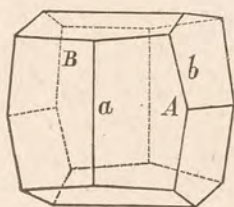



Fig. 4

eguaes entre si, e 24 *b* differentes das primeiras, porém todas com a mesma extensão e valor.

34. **Angulos solidos.**—Um angulo solido não pode ser formado por menos de tres arestas ou tres faces concorrentes no mesmo ponto. Mas pode tambem resultar do concurso de *quatro, seis, oito* ou mais arestas ou faces na mes-

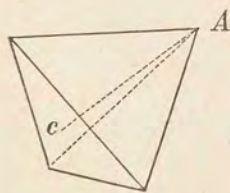



Fig. 5

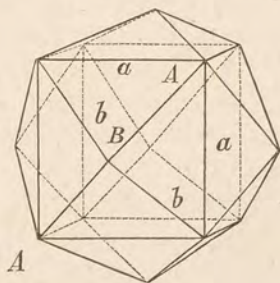



Fig. 6

ma fórma. Assim os angulos solidos do *Tetraedro*, fig. 5, e

do *Hexaedro*, fig. 1, são de tres faces, os do *Octaedro*, fig. 2 de quatro, os angulos *A* que no solido de 24 faces triangulares isosceles com o aspecto geral do hexaedro, fig. 6, correspondem aos angulos solidos d'esta fórma, são de seis faces, e os angulos *A* que no solido de 24 faces triangulares isosceles, com o aspecto geral do octaedro, fig. 7, correspondem aos angulos solidos d'esta fórma, são de oito faces ou arestas. Os angulos solidos *P*, *P'* nos vertices da dupla pyramide de doze faces, fig. 8, são formados por doze

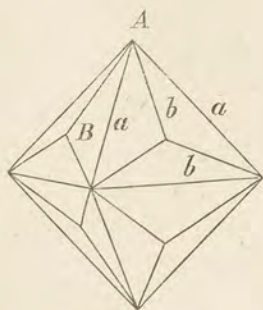



Fig. 7

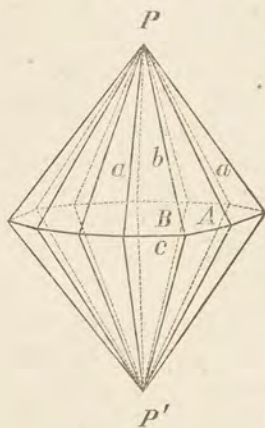



Fig. 8

arestas. Os angulos solidos de 3, de 4, de 6, de 8, de 12 faces ou arestas dizem-se respectivamente *triedricos*, ou *trigonaes*, *tetraedricos* ou *tetragonaes*, *hexaedricos* ou *hexagonaes*, *octaedricos* ou *octogonaes*, *dodecaedricos* ou *dodecagonaes*.

Quando um angulo solido é formado por tres arestas eguaes em grandeza linear e em valor, diz-se *monogrammico* (de μόνος, um só, e γραμμή, linha) se é formado por duas qualidades de arestas, chama-se *digrammico* (de δίς, duas vezes, e γραμμή, linha), se de tres, *trigrammico*, etc.

35. **Homologia. Faces homologas.**—A egualdade

absoluta entre dois ou mais elementos de um crystal chama-se *homologia*. Quando as faces de que consta uma fórma crystallina, são eguaes na *figura*, na *area* e na *posição*, isto é, quando são *polygonos congruentes* e egualmente situados, dizem-se *homologas*. Assim no *Hexaedro* fig. 1, todas as faces são *homologas*, porque todas são quadrados eguaes; no *Octaedro* fig. 2 porque todas são triangulos equilateros das mesmas dimensões. Ha crystaes ou individuos limitados unicamente por faces homologas. Taes são por exemplo os cubos ou *Hexaedros* de *Sal-gemma*, de *Galena*, de *Fluorite* fig. 1, os *Octaedros* de *Alumen*, de *Magnetite* fig. 2, os *Dodecaedros rhombicos* de *Granada*, de *Cuprite* (oxydo de cobre), fig. 3 os *Rhomboedros* ou parallelipipedos obliquos formados por seis rhombos, de *Spatho de Islandia*, fig. 9, as duplas pyramides de base quadrada no *Zircão* ou *Jacyntho*, na *Anatase*, na *Vesuviana*, fig. 10, as duplas py-

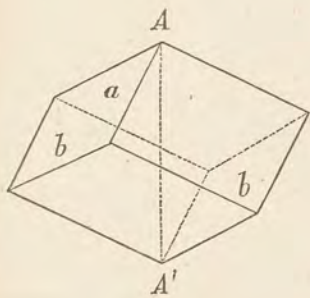
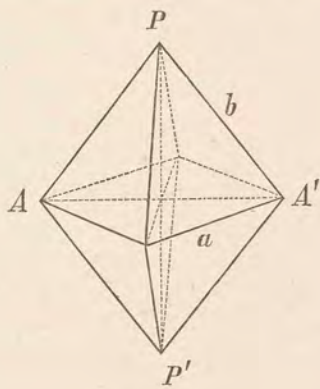



Fig. 9 Fig. 10

ramides de base rhomba no *Enxofre*, fig. 11. Nos crystaes ou solidos da natureza raras vezes se realisa a rigorosa *homologia*. Se porém duas ou mais faces, que parecem *não homologas* ou *heterologas*, suppondo-as movidas parallelamente a si mesmas, se reduzem pelo pensamento a uma

posição, em que se intersectem em figuras e grandezas eguaes, tel-as-hemos por *homologas*.

D'aqui se infere que a homologia das faces depende essencialmente dos angulos, em que n'uma dada fórma crystallina se intersectam. O caracter fundamental de uma fórma crystallina reside pois na constancia d'estes angulos. E por isso o professor Groth define na sua maior generalidade uma *fórma crystallina, como a collecção ou coexistencia de um numero de faces planas, que se intersectam em angulos determinados*[1].

A natureza depara-nos com muito maior frequencia crystaes ou individuos limitados por dois ou mais grupos distinctos de faces homologas, que mutuamente se intersectam. Assim, por exemplo, quando a *Galena* apparece em crystaes da fórma de *Hexaedros*, com os angulos solidos truncados e substituidos por triangulos equilateros, fig. 12,

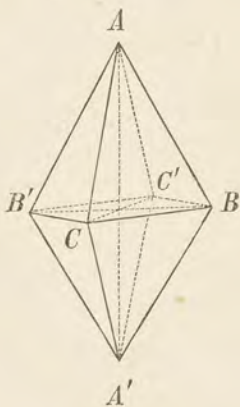



Fig. 11

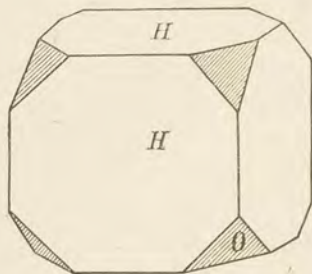



Fig. 12

as faces quadradas *H* são homologas entre si, e as triangu-

[1] «Die Form eines Krystalls ist nunmehr zu definiren als *der Inbegriff einer Anzahl ebener Flächen, welche einander unter bestimmten Winkeln durchschneiden*». Groth, *Physikalische Krystallographie*, 1885, pag. 193.

lares *O* tambem entre si *homologas*, mas *heterologas* com as primeiras.

36. **Homologia das arestas.**—As arestas, que n'uma fórma crystallina tem a mesma *grandeza linear*, o mesmo *valor*, e egual posição, são geometricamente *homologas*. Mas para que se realise a *homologia crystallographica* é sufficiente que as arestas, embora deseguaes em comprimento, sejam do mesmo valor e que suppondo as faces, que as produzem, movidas parallelamente a si mesmas, as arestas possam vir a tomar posições eguaes ou symmetricas. Esta condição é consequencia necessaria de que as faces para serem reputadas homologas nos crystaes da natureza não é forçoso que sejam sempre da mesma grandeza e figura (n.º 35). As arestas são todas necessariamente homologas n'uma fórma crystallina, quando é um polyedro regular da geometria. Assim no *Tetraedro*, no *Hexaedro*, no *Octaedro* ha em cada um uma só qualidade de arestas, que são todas eguaes em grandeza linear e angular. Quando a fórma não é porém um polyedro regular, pode haver mais de uma qualidade de arestas. Assim na fórma de 24 faces triangulares isosceles, que se obtem suppondo levantada uma pyramide de quatro faces sobre cada face do *Hexaedro*, fig. 6, (pag. 45) as 12 arestas *a*, que tem a mesma posição das do *Hexaedro*, são homologas entre si, e as 24 arestas *b* das seis pyramides são tambem homologas entre si, mas heterologas com as primeiras.

37. **Homologia dos angulos solidos.**—Os angulos solidos dizem-se *homologos*, quando são formados por arestas respectivamente homologas entre si. Assim são homologos os angulos solidos no *Hexaedro*, no *Octaedro*. No *Dodecaedro rhombico*, fig. 3, (pag. 45) são homologos os seis angulos solidos tetragonaes ou tetraedricos *A*, e homologos tambem entre si e heterologos com os primeiros os oito angulos solidos trigonaes ou triedricos *B*.

38. **Fórmas simples e fórmas compostas.**— Qual-

quer fórma crystallina limitada unicamente por faces todas homologas diz-se uma *Fórma simples*. Taes são os *Hexaedros* de *Sal-gemma*, os *Octaedros* de *Magnetite*. Quando a fórma é simultaneamente limitada por dois ou mais grupos de faces homologas, cada um d'elles representa uma *fórma simples* e cada uma pode isolar-se pelo pensamento, imaginando que as suas faces se prolongam até que intersectando-se façam desapparecer inteiramente as que pertencem aos demais grupos. A fórma crystallina n'este caso resulta pois geometricamente da coexistencia de duas ou mais *fórmas simples*, que simultaneamente contribuem para fechar o mesmo espaço e chama-se por isso uma *Fórma composta*, ou uma *Combinação*. Assim, o crystal de *Galena*, fig. 12, (pag. 48) que tem a fórma geral do *Hexaedro* truncado nos angulos solidos por triangulos equilateros, é uma *Fórma composta* ou *Combinação* do *Hexaedro* e do *Octaedro*. As faces *H* são as do primeiro, as faces *O* as do segundo.

39. **Fórmas fechadas** (finitas) **e Fórmas abertas** (infinitas).—A fórma crystallina simples, limitada em todas as direcções pelas suas faces homologas, e cerrando completamente um espaço, chama-se *Fórma fechada*, ou *finita*. O seu caracter geometrico é que uma recta tirada de um ponto interior em qualquer direcção sempre encontra um elemento da fórma crystallina. Taes são o *Hexaedro*, o *Octaedro*, as pyramides duplas. Se porém as faces homologas de uma fórma simples não fecham completamente o espaço, realisa-se então uma *Fórma aberta* ou *infinita*. O seu caracter geometrico é que, se infinitas rectas se tiram de um ponto interior em qualquer direcção, ha sempre sómente uma, em que a recta não encontra, por mais que se prolongue, nenhum elemento da fórma crystallina. Qualquer fórma infinita não é senão o conjuncto das faces de um prisma indefinido, a que faltam as bases, ou a coexistencia de duas unicas faces parallelas uma á outra. É de si manifesto que as fórmas abertas não podem existir isoladas em a natu-

reza. Apparecem necessariamente associadas a fórmas finitas, ou coexistem com outras fórmas abertas, cujas faces intersectem as primeiras nas direcções convenientes para fechar espaço. Os crystaes, em que se appresentam, são necessariamente *Fórmas compostas* ou *combinações*. Assim a fig. 13, que representa uma das fórmas crystallinas frequentes no *Zircão*, é um prisma de secção quadrada, cujas faces *p* se intersectam com as faces *P* de uma pyramide de egual secção. A fórma crystallina desenhada na fig. 14, uma das que são communs na *Calcite*, é composta do prisma he-

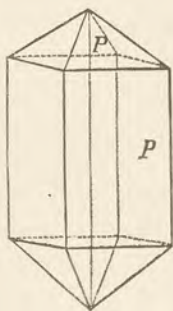



Fig. 13

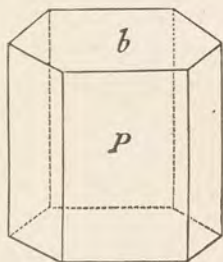



Fig. 14

xagonal *p* e de duas faces parallelas *b*, que se intersectam em angulos rectos com as primeiras.

40. **Eixos.**—Além dos elementos geometricos já citados, os quaes são tambem *elementos physicos* do crystal, ainda outros se consideram, que sendo puramente mathematicos, são comtudo indispensaveis para o estudo completo dos crystaes. São os *Eixos*. Chama-se *eixo* toda a linha recta, que se imagina passar pelo centro da fórma crystallina e ter os seus extremos em dois elementos homologos do crystal (faces, arestas, angulos solidos) ou em dois pontos oppostos, nos quaes existem dois elementos diversos, como por exemplo, uma face e uma aresta, ou uma face e um angulo solido, quando em um d'elles se pode

por uma conveniente truncatura, produzir idealmente um elemento crystallographico homologo ao primeiro. Assim, no *Octaedro* são eixos, por exemplo, as tres rectas AA', BB', CC', fig. 2, (pag. 44) que unem entre si os tres pares de angulos solidos oppostos, no *Hexaedro*, as tres rectas aa', bb', cc', fig. 1, (pag. 44) que terminam nos centros dos tres pares de faces parallelas duas a duas. No *Tetraedro* não existem situados aos pares e diametralmente oppostos os elementos crystallographicos da fórma. Assim, se pelo vertice de um angulo solido A e pelo centro do polyedro, fig. 5, (pag. 45) se tira uma recta, irá encontrar não o vertice de um angulo solido, mas o centro c da face opposta. É porém obvio, que imaginando truncado o angulo solido por um plano parallelo a esta face, se obterá uma face triangular equilatera, pelo centro da qual passará a recta, que será conseguintemente um verdadeiro *eixo*.

41. **Eixos homologos. Eixos principaes e secundarios.**— N'um crystal dizem-se *homologos* os eixos, que terminam em elementos crystallographicos homologos. Assim no *Octaedro*, fig. 2, (pag. 44) são *homologos* entre si os trez eixos AA', BB', CC', que passam pelos vertices dos angulos solidos oppostos. São tambem homologos entre si e *heterologos* com os primeiros os quatro eixos, que terminam nos centros das faces. As fórmas, nas quaes a cada um dos eixos correspondem sempre outros, que são com elle homologos, chamam-se *fórmas de muitos eixos* ou *fórmas polyaxes*. Taes são o *Hexaedro*, o *Octaedro*, o *Dodecaedro rhombico*. Quando pelo contrario n'uma fórma ha um eixo, a que não correspondem outros homologos, diz-se *fórma de um só eixo*, ou *fórma monoaxe*. Taes são o *Rhomboedro*, fig. 9, (pag. 47) onde o eixo AA' é unico ou sem homologo, a *Pyramide de base quadrada*, fig. 10, (pag. 47) onde é egualmente unico ou sem homologo o eixo PP'.

Nas fórmas monoaxes distinguem-se dois casos:

a) quando ha um eixo unico, e outros eixos eguaes en-

tre si e differentes do primeiro, como na *Pyramide de base quadrada*, fig. 10 (pag. 47), onde o eixo PP' é unico e differente do eixo AA' e do que lhe é perpendicular no plano da base, ambos eguaes entre si, e na *Pyramide de base de hexagono regular*, fig. 19, (pag. 57) onde o eixo PP' é unico e differente dos tres eixos eguaes BB', CC', DD'.

b) quando os eixos são todos deseguaes, como na *Pyramide de base rhomba*, fig. 11 (pag. 48), onde os tres eixos AA', BB', CC' são todos differentes em grandeza.

Nas fórmas polyaxes, nas quaes a cada eixo correspondem sempre ao menos outros dois que lhe são homologos, qualquer d'elles pode ser escolhido como *eixo principal*, ao qual se haja de referir cada fórma na sua posição e nas suas relações com as demais.

Nas fórmas monoaxes distinguem-se dois casos:

1.º as que tem um eixo unico, ou a que não corresponde nenhum outro eixo homologo, e dois ou mais eixos homologos entre si e heterologos com o primeiro. N'estas fórmas o eixo unico é o *eixo principal*. Tal é no *Rhomboedro*, fig. 9 (pag. 47), o eixo AA', e na *Pyramide de base quadrada*, fig. 10 (pag. 47), o eixo PP'.

2.º as que tem todos os eixos deseguaes ou heterologos. N'estas fórmas não ha propriamente *eixo principal*, mas qualquer d'elles pode ser adoptado para *eixo vertical*, a que haja de referir-se a posição da fórma crystallina. Assim, na *Pyramide de base rhomba*, fig. 11 (pag. 48), os tres eixos AA', BB', CC', são todos deseguaes ou heterologos e qualquer d'elles póde ser escolhido para *eixo vertical*.

Todos os eixos, que se podem imaginar n'uma fórma crystallina, e não são principaes, chamam-se *eixos secundarios*. Assim, na *Pyramide de base rhomba*, fig. 11 (pag. 48), são *eixos secundarios* as rectas BB', CC', que unem os vertices dos angulos solidos lateraes B, B', C, C', se AA' é o *eixo vertical*. Na *Pyramide de base de hexagono regular*, fig. 19, (pag. 57) os *eixos secundarios* são as rectas BB', CC', DD'.

42. **Posição normal. Posição parallela dos crystaes.**—Para estudar cada crystal, comparal-o com os demais, e estabelecer as suas relações geometricas, é necessario collocal-o n'uma posição particular em relação aos eixos. Para este fim, cumpre em cada caso distinguir entre os eixos, qual deva ser considerado como *eixo principal* e quaes como *eixos secundarios*. Se a fórma se colloca de maneira que o *eixo principal* ou um dos eixos, quando nenhum d'elles é *principal*, esteja dirigido verticalmente, diz-se que a fórma está na *posição normal* ou *vertical*. Se duas fórmas estão situadas de maneira que os eixos de uma fiquem respectivamente parallelos aos eixos, que lhes são homologos ou do mesmo nome na outra, as duas fórmas estão na *posição parallela*. Assim, se um *Octaedro* se colloca na posição normal ou vertical em relação a um eixo, que passa pelos vertices de dois angulos solidos oppostos, e se um *Hexaedro* está situado de tal sorte que os eixos, que terminam nos centros de duas faces oppostas, sejam parallelos aos do *Octaedro*, todos os eixos homologos de um ficam respectivamente parallelos aos do outro, e as duas fórmas estarão em *posição parallela*.

43. **Fórmas crystallinas em a natureza.**—As especies de polyedros realisados pela natureza nos crystaes são incomparavelmente em menor numero do que pode concebel-os a geometria pura.

As fórmas crystallinas simples naturaes podem repartir-se nas seguintes categorias:

I. *Fórmas fechadas*. N'estas se comprehendem as seguintes divisões:

A) Fórmas, a que pode circumscrever-se uma esphera, ou aquellas, em que se realisa a condição de que se a superficie espherica, tendo por centro o do crystal, passar pelo vertice de um dos angulos solidos mais salientes ou mais distantes do centro, passe egualmente por outros tres vertices, que lhe sejam homologos e não situados com elle

no mesmo plano. D'esta maneira fica a fórma toda incluida na esphera. Estas fórmas podem chamar-se *espheroedricas*. Assim no *Hexaedro*, fig. 1, e no *Octaedro*, fig. 2 (pag. 44), se uma esphera descripta do centro do polyedro é tangente ao vertice de um angulo solido, passa necessariamente peles outros sete, ou cinco vertices dos angulos solidos homologos. N'esta primeira categoria incluem-se os *Polyedros propriamente ditos* e estes são:

α) o *Tetraedro* ou solido de 4 faces triangulares equilateras, fig. 5 (pag. 45);

β) o *Hexaedro* ou cubo, solido de 6 faces quadradas, fig. 1 (pag. 44);

γ) o *Octaedro* ou solido de 8 faces triangulares equilateras, fig. 2 (pag. 44);

δ) os *Dodecaedros*, solidos de doze faces, que podem ser triangulos, fig. 15, quadrilateros, fig. 3 (pag. 45), ou pentagonos não regulares, fig. 4 (pag. 45);

ε) os *Icositetraedros*, solidos de vinte e quatro faces, de figura triangular, fig. 6 (pag. 45) e fig. 7 (pag. 46), ou quadrilatera, fig. 16[1];

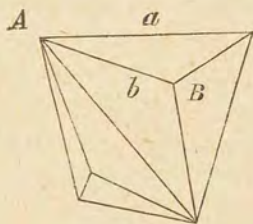



Fig. 15

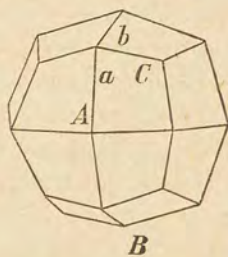



Fig. 16

ζ) os *Tetracontaoctaedros*, ou solidos de quarenta e oito faces triangulares escalenas, fig. 17 (pag. 56).

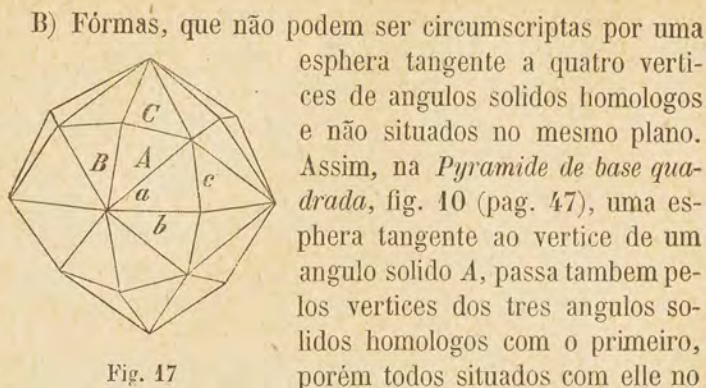
[1] Os icositetraedros de faces pentagonaes são rarissimos e sómente observados até hoje em crystaes artificialmente produzidos.

B) Fórmas, que não podem ser circumscriptas por uma esphera tangente a quatro vertices de angulos solidos homologos e não situados no mesmo plano. Assim, na *Pyramide de base quadrada*, fig. 10 (pag. 47), uma esphera tangente ao vertice de um angulo solido *A*, passa tambem pelos vertices dos tres angulos solidos homologos com o primeiro, porém todos situados com elle no mesmo plano. Estas fórmas sómente são circumscriptas por um ellipsoide. Podem pois chamar-se *ellipsoedricas* e n'ellas ou todos os eixos são deseguaes, ou dois ou mais eixos eguaes entre si e um desegual aos primeiros.

Fig. 17

N'esta segunda categoria se comprehendem:

a) As *Pyramides:*

As pyramides crystallographicas são sempre *duplas*, ou resultantes da união de duas pyramides geometricas juxtapostas pelas bases e designam-se sempre em crystallographia pelo numero de faces da pyramide simples ou geometrica. Nas pyramides crystallographicas os vertices *A*, *A'*, fig. 11 (pag. 48), chamam-se os *polos*. Em todas se distinguem dois generos de arestas; 1.º as que terminam nos polos, e por isso se denominam *arestas polares* ou *terminaes*, taes como *AB*, *AC*, fig. 11 (pag. 48); 2.º as que formam os lados do polygono, base da pyramide e se chamam *arestas lateraes* ou *basicas*, taes como *B C*, *B C'*. Os angulos solidos são egualmente de dois generos: 1.º os *angulos solidos polares A*, *A'*, que tem nos polos os seus vertices; 2.º os *angulos solidos basicos ou lateraes*, cujos vertices são os da base *B*, *C*, *B'*, *C'*. As *Pyramides* dividem-se em:

α) *Pyramides de base triangular*, pouco frequentes, fig. 18 (pag. 57).

β) *Pyramides de base quadrada*, fig. 10 (pag. 47).

γ) *Pyramides de base rhomba*, fig. 11 (pag. 48).

δ) *Pyramides de base de hexagono regular*, fig. 19.

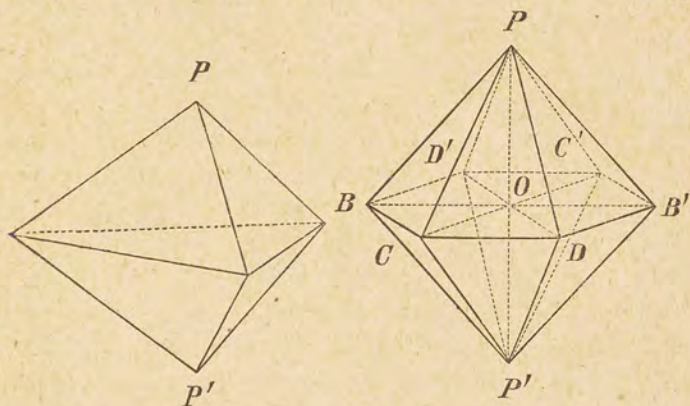



Fig. 18 Fig. 19

ε) *Pyramides de base de octogono* com os lados eguaes e angulos alternos eguaes, fig. 20.

ζ) *Pyramides de base de dodecagono* com os lados eguaes e os angulos alternos eguaes, fig. 21.

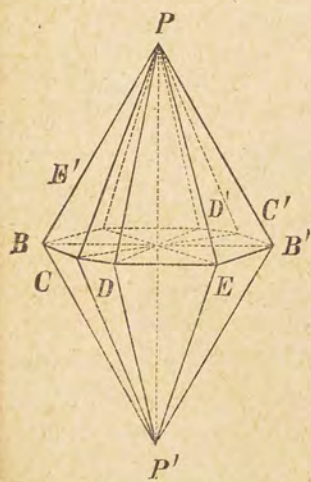



Fig. 20

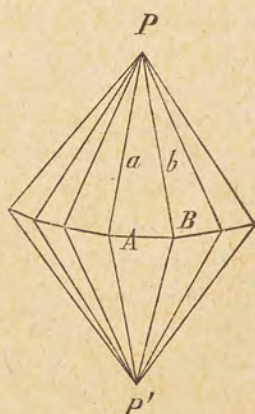



Fig. 21

b) *Fórmas não pyramidaes.* N'estas comprehendem-se dois generos distinctos:

a') Fórmas de faces triangulares, e n'esta categoria se incluem:

α) Os *sphenoides*, ou tetraedros irregulares formados por quatro triangulos, e são:

1.º *Sphenoides de faces isosceles*, fig. 22.

2.º *Sphenoides de faces escalenas*, fig. 23.

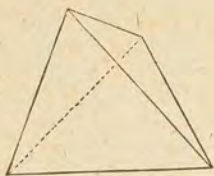
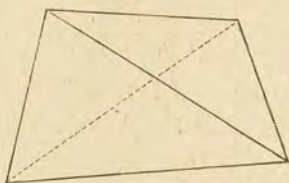



Fig. 22 Fig. 23

β) *Scalenoedros*, ou solidos constituidos por triangulos escalenos, dispostos de maneira, que imitam na apparencia pyramides duplas, em que as arestas da base existam sómente duas a duas no mesmo plano.

Os *Scalenoedros* são:

1.º *Scalenoedros* de doze faces, fig. 24 (pag. 59).

2.º *Scalenoedros* de oito faces, fig. 25 (pag. 59).

b') Fórmas de faces tetragonaes comprehendendo:

α) *Rhomboedros*, ou parallelipipedes formados por seis faces com a figura de rhombos ou losangos, fig. 9 (pag. 47).

β) *Trapezoedros*, ou solidos formados por faces quadrilateras irregulares (trapezoides), e n'esta categoria se incluem:

Trapezoedros de 6 faces, fig. 26 (pag. 59).

Os trapezoedros de 8 e 12 faces, fig. 27 e 28 (pag. 59), não se tem até hoje encontrado realisados no reino mineral, e vão aqui citados unicamente porque são, como adeante se verá, implicitamente contidos n'outras fórmas da natureza.

II. *Fórmas abertas.* Apparecem nos crystaes representadas:

a) pelas faces homologas de prismas indefinidos, que podem ser de tres, quatro, seis, oito, ou doze faces.

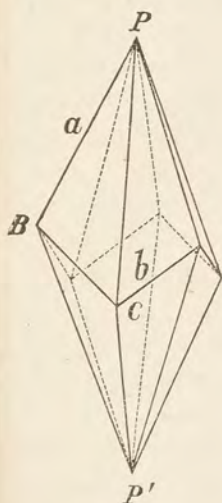
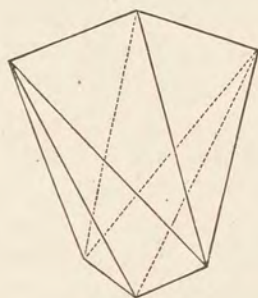
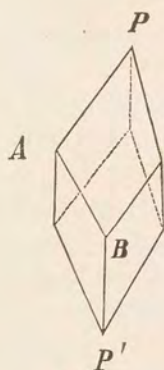



Fig. 24 Fig. 25 Fig. 26

b) por duas faces parallelas e homologas entre si.

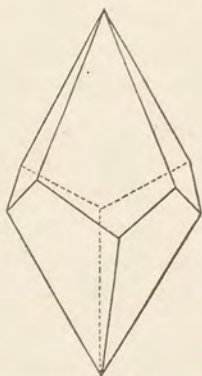
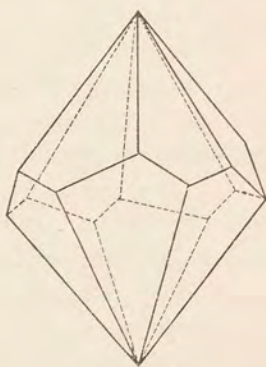



Fig. 27 Fig. 28

De todas as fórmas, que ficam mencionadas, sómente

quatro são *invariaveis* nas suas dimensões angulares: o *Tetraedro*, o *Hexaedro*, o *Octaedro*, e o *Dodecaedro rhombico*. Todas as mais são *variaveis*, isto é, apparecem em a natureza com maior ou menor variedade nas suas dimensões.

44. **Leis geraes deduzidas da observação dos crystaes.**—Em todos os crystaes ou polyedros realisados pela natureza nos mineraes, a observação tem conduzido ás seguintes leis:

I. As faces de uma fórma crystallina são em geral em numero par. As excepções são pouco numerosas e só apparentemente invalidam esta lei, segundo ulteriormente se mostrará.

II. O numero de faces das fórmas simples está comprehendido entre os limites 2 e 48. A serie formada pelos numeros das faces é: 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48. Esta serie decompõe-se em duas series ou progressões geometricas:

A primeira é a serie das potencias de 2 até á 4.ª inclusivamente e corresponde ás fórmas seguintes:

2^1—Dois unicos planos parallelos ou *pinacoides*.
2^2—Tetraedro, sphenoides, prismas crystallographicos de 4 faces.
2^3—Octaedro, pyramides de base quadrilatera, prismas de 8 faces, scalenoedros de 8 faces, trapezoedros de 8 faces.
2^4—Pyramides de base octogonal.

O termo $2^0 = 1$, que é theoricamente o primeiro da serie, não corresponde a nenhum crystal da natureza, porque daria uma fórma com uma unica face.

A segunda serie consta de termos, cada um dos quaes é respectivamente egual aos da primeira multiplicados pelo numero 3, e correspondem-lhe as seguintes fórmas:

$2^0 \times 3$—Prisma trigonal.

$2^1 \times 3$ — Hexaedro, rhomboedros, pyramides de base triangular, trapezoedros de 6 faces, prisma hexagonal.

$2^2 \times 3$ — Dodecaedros, pyramides de base hexagonal, scalenoedros de secção transversal hexagonal, trapezoedros de 12 faces, prisma de 12 faces.

$2^3 \times 3$ — Icositetraedros, pyramides de base dodecagonal.

$2^4 \times 3$ — Tetracontaoctaedros, ou polyedros de 48 faces triangulares escalenas.

O termo geral de ambas as series pode ser expresso por $2^m \times 3^n$, sendo $m=0$, 1, 2, 3, ou 4, e $n=0$, ou $=1$.

Não se manifestam nos crystaes ou polyedros da natureza outras fórmas simples senão aquellas, em que o numero das faces é egual a um termo de qualquer das duas series. D'aqui se vê que o numero de faces de uma fórma simples nunca é divisivel por numero impar, excepto 3. E d'isto se conclue que a unica excepção á lei de que seja par o numero de faces de uma fórma simples é aquella, em que este numero é 3, o que sómente se verifica no prisma trigonal.

III. Dos cinco solidos regulares chamados os *solidos de Platão* sómente se realisam em a natureza o *Tetraedro*, o *Hexaedro*, o *Octaedro*. O *Dodecaedro pentagonal regular*, e o *Icosaedro*, ou solido de vinte faces, nunca se observam nos crystaes. Veremos que o serem excluidos estes dois polyedros regulares é a consequencia necessaria de uma lei fundamental da crystallographia, que adiante se ha de expor.

IV. As pyramides duplas não tem maior numero de faces que vinte e quatro para a pyramide completa ou mais que doze, se referimos o numero á pyramide geometrica, ou á meia pyramide crystallographica. Os prismas não tem nunca mais que doze faces.

V. *Lei da constancia dos angulos*. Posto que as faces homologas dos crystaes na maioria dos casos não satisfaçam

exactamente á condição de estar situadas a egual distancia do centro, e appareçam por essa causa mais ou menos deformadas e deseguaes na grandeza e na figura, a natureza, apezar d'estas apparentes irregularidades, obedece nos crystaes a uma lei invariavel e é: que *as arestas de intersecção de faces homologas entre si conservam sempre, á mesma temperatura, o mesmo valor, ou são medidas pelo mesmo angulo.*

Esta lei foi primeiro descoberta e enunciada pelo mineralogista francez Romé de L'Isle, que no terceiro quartel do seculo XVIII a formulou distinctamente na sua *Crystallographie.*

D'esta lei resulta, como corollario, que as faces homologas na mesma fórma podem sempre imaginar-se movidas parallelamente a si mesmas, até que chegando a egual distancia do centro, se reduzam a ter a mesma grandeza e a mesma figura. Assim, o hexaedro da *Galena*, ou do *Sal-gemma* apparece muitas vezes limitado por seis rectangulos, que se interceptam em arestas de $\frac{\pi}{2}$, de maneira que imaginando movidas as faces parallelamente a si mesmas é possivel que pelas suas novas intersecções idealmente se convertam em quadrados.

Esta lei é fundamental na crystallographia. Por ella é possivel reduzir os crystaes da natureza a crystaes theoricos ou ideaes. D'ella resulta como necessaria consequencia que os planos e as arestas, que se consideram nos crystaes, são unicamente *direcções*. Se duas faces concorrentes, e a sua intersecção se podem imaginar movidas parallelamente a si mesmas, conservando-se constante o angulo por ellas formado, fica manifesto que as faces e as arestas são apenas *direcções de planos e de rectas.*

VI. Na grande maioria das fórmas crystallinas da natureza, a cada face corresponde outra face parallela. Ha casos todavia, em que se observa a excepção. Assim, por

exemplo na *Tetraedrite*, realisa-se o *Tetraedro*, em que não ha faces parallelas. A excepção é porém apparente, porque ainda mesmo as fórmas, onde não existe o parallelismo, é possivel convertel-as em fórmas simples de faces parallelas, imaginando que pelo elemento crystallographico directamente opposto á face impar, se faz passar um plano secante que lhe seja parallelo. D'este modo resulta uma fórma nova, que não sómente é possivel geometricamente, mas que a natureza manifesta effectivamente nos crystaes. Assim, no caso do *Tetraedro* a fórma resultante de truncar os angulos solidos por meio de planos parallelos ás faces, que lhes são oppostas, é o *Octaedro*.

45. **Relação entre a substancia e a fórma.**—As diversas fórmas, de que fizemos a geral enumeração, não apparecem realisadas indifferentemente em todas as substancias mineraes. A observação tem feito conhecer, em principio geral, algumas leis, para cuja rigorosa intelligencia é necessario antes de tudo advertir em que consiste realmente a *identidade* ou a *differença* entre duas substancias mineraes. Duas substancias mineraes dizem-se rigorosamente *identicas, quando concordam inteiramente nas suas propriedades physicas e chimicas essenciaes*. Para definir a *identidade chimica* não basta que duas substancias mineraes sejam compostas dos *mesmos elementos nas mesmas proporções* ou que sejam chimicamente representadas pela mesma formula empirica. É essencial que além de serem identicas na *constituição material* o sejam egualmente na *constituição molecular* ou *stœchiometrica*, isto é, que em ambas as substancias as moleculas tenham a *mesma composição* e o *mesmo arranjo*. Assim o carbonato de calcio na *Calcite* não é absolutamente identico ao carbonato de calcio da *Aragonite*, que tem propriedades morphologicas e physicas inteiramente discordantes das que caracterisam a *Calcite*. N'uma e n'outra d'estas substancias mineraes, posto que sejam compostas de carbonio, oxygenio, e calcio nas mesmas proporções,

as moleculas tem necessariamente *diversa constituição e differente arranjo.*

Da observação e comparação das fórmas crystallinas em differentes substancias do reino mineral, resultam os seguintes enunciados experimentaes:

I. Substancias mineraes, chimica e physicamente identicas, podem crystallisar em mais de uma fórma crystallina geometricamente distincta, com exclusão de muitas outras, que se realisam em outros mineraes chimica e physicamente diversos.

Assim o *Diamante* apparece crystallisado em *Octaedros*, em *Dodecaedros rhombicos*, em *Icositetaedros*, em *Tetracontaoctaedros*, porém nunca em *Pyramides*, em *Prismas*, em *Rhomboedros*. A *Calcite* (carbonato de calcio) encontra-se em *Rhomboedros*, em *Scalenoedros*, em *Prismas hexagonaes*, porém nunca em *Hexaedros*, *Dodecaedros*, ou *Pyramides* e *Prismas de base quadrada* ou *rhombica*

II. Substancias mineraes chimica e physicamente identicas podem apparecer em fórmas simples, ou nas varias combinações, que resultam da coexistencia das fórmas simples para fechar um espaço unico. Assim, por exemplo, a *Galena* (sulfureto de chumbo) apparece, além de outras fórmas, em *Hexaedros*, e em *Octaedros*, mas tambem se encontra com frequencia na combinação d'estas duas fórmas simples, ou no chamado *Cubo-octaedro*, fig. 12 (pag. 48). A *Calcite* appresenta muitos dos seus individuos com a fórma de *Rhomboedro*, ou de *Scalenoedro*, mas são tambem frequentes os individuos, que manifestam por exemplo, a combinação d'estas duas fórmas, fig. 29.

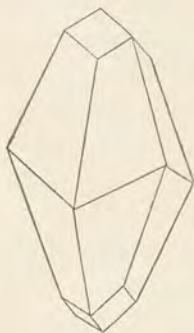



Fig. 29

III. Substancias mineraes chimica e physicamente identicas podem appresentar uma extrema variedade nas fórmas simples e com-

postas, em que apparecem crystallisadas. Esta variedade não sómente se refere á figura geral, senão tambem á diversidade nas dimensões angulares em fórmas do mesmo nome geometrico. Assim, na *Fluorina* ou *Spath-fluor* (fluoreto de calcio) apparecem além do *Hexaedro*, do *Octaedro* e do *Dodecaedro rhombico* muitas fórmas de 24 faces triangulares e muitas de 48 todas differentes nas suas dimensões. No *Quartzo*, por exemplo, deparam-se varios *Rhomboedros*, que entre si diversificam no valor das suas arestas. Na *Calcite*, segundo alguns mineralogistas, observam-se não menos de 48 ou 50 *Rhomboedros*, e mais de 100 *Escalenoedros*, diversos todos nas suas dimensões[1]. Assim, das fórmas realmente distinctas observadas no *Quartzo*, são já hoje conhecidas cerca de 170, e as fórmas crystallinas da *Calcite* numeram-se em mais de 200, ainda que muitas d'ellas apparecem com extrema raridade. Na *Vesuviana* ou *Idocrase* tem-se descoberto mais de 50 fórmas simples, a maior parte das quaes são pyramides de base quadrada ou octogonal.

IV. As fórmas simples, que se observam reunidas no mesmo individuo em mineraes chimica e physicamente identicos, são sempre fórmas, que ou n'elles apparecem tambem isoladas ou que não se tendo observado senão em combinações, tem comtudo entre si e com as fórmas simples isoladas, relações determinaveis segundo leis rigorosamente mathematicas. Assim, na *Calcite*, onde é notavel a variedade e a riqueza das combinações binarias, ternarias, quaternarias e de ordem superior, observa-se que as fórmas simples, que as constituem, são sempre *Rhomboedros*, *Escalenoedros*, *Prismas hexagonaes*, e outras fórmas, cuja mutua relação e dependencia é facil estabelecer geometricamente.

[1] Segundo Irby, 155, (Naumann—Zirkel, *Elem. der Min.*, 449, 450); e segundo Max Bauer, (*Lehrbuch der Mineralogie*, Berlin e Leipzig, 1886, pag. 362), sómente 103.

V. Duas substancias mineraes chimica e physicamente diversas podem crystallisar em fórmas da mesma denominação. N'este caso, porém, as dimensões angulares das que apparecem n'um mineral são em geral mais ou menos differentes das que se realisam nos outros. Assim, por exemplo, a *Calcite*, (carbonato de calcio), a *Siderite* (carbonato de ferro, ferro spathico), a *Smithsonite* (carbonato de zinco), o *Cinnabrio* (sulfureto de mercurio), a *Magnesite* (carbonato de magnesio) manifestam rhomboedros mui parecidos nas dimensões, porém no da *Calcite* a aresta polar é de 105° 5′, no da *Siderite* de 107°, no da *Smithsonite* de 107° 40′, no do *Cinnabrio* de 92° 37′ e no da *Magnesite* 107° 28′. O *Corindon* (em que se comprehende a *Saphira* e o *Rubim*) e a *Hematite* (um oxydo de ferro) appresentam rhomboedros mui semelhantes entre si, mas os d'este mineral tem a aresta polar de 85° 58′, e os do *Corindon* de 86° 4′. Diversos mineraes crystallisam em pyramide de base quadrada e em fórmas com ella connexas, mas as suas dimensões angulares variam de uns a outros mineraes. Assim, na *Chalkopyrite* (sulfureto de cobre e de ferro) uma pyramide tem a aresta lateral de 108° 40′, na *Braunite* (oxydo de manganesio) de 108° 39′, no *Zircão* (composto de silica e oxydo de zirconio) de 84° 20′.

Posto que duas ou mais substancias mineraes possam apparecer crystallisadas em fórmas do mesmo nome, ha para cada distincto mineral angulos diedros, que são d'elle *caracteristicos*.

VI. A natureza pois arbitra a cada substancia mineral chimica e physicamente identica, umas determinadas e differentes fórmas simples, que são *physica e geometricamente compativeis* entre si, excluindo inteiramente as que são *incompativeis*.

46. **Multiplicidade das fórmas crystallinas na mesma substancia mineral. Fórmas compativeis.** —As fórmas crystallinas, que a natureza attribue á mesma

substancia mineral não são, em regra geral, unicas, mas em maior ou menor numero distinctas. Os mineraes são pois quasi sempre *multiformes*. Mas esta multiplicidade é tal, que na mesma substancia unicamente apparecem certas fórmas com inteira exclusão de outras, que sómente se realisam em outros corpos.

É esta uma differença capital entre os mineraes e os seres organisados. N'estes ha geralmente uma fórma unica, typica, determinada para cada especie animal ou vegetal. Nos mineraes pelo contrario, dois ou mais individuos de uma substancia chimica e physicamente identica, podem revestir fórmas crystallinas na apparencia mui diversas entre si.

A multiplicidade extrema de fórmas crystallinas, realmente distinctas, em que, em muitos casos, existem crystallisados os differentes individuos na mesma substancia mineral, parece ao primeiro aspecto negar inteiramente ás propriedades morphologicas a sua importancia, como caracteres distinctivos dos mineraes. Se, de feito, a mesma substancia pode apparecer em fórmas numerosissimas, e fórmas semelhantes se podem manifestar em muitos mineraes chimica e physicamente diversos, seria inexequivel o recorrer á fórma como caracter distinctivo e especifico, se a sciencia não podesse estabelecer as relações geometricas e naturaes, que ligam os polyedros, que no mesmo mineral se affiguram a uma perfunctoria observação como distinctos entre si. E foi pela ignorancia d'estas relações que os antigos tiveram os crystaes por meros accidentes ou jogos da natureza (*lusus naturae*) ou como objectos de simples curiosidade, e não como phenomenos regulares subordinados a leis invariaveis e mathematicas. A crystallographia sabe hoje destrinçar d'entre a innumeravel multidão das fórmas crystallinas, as que geometrica e physicamente se relacionam entre si ou são *compativeis* umas com as outras na mesma substancia mineral. A crystallisação está essencial

e intimamente connexa com a constituição material e molecular de cada corpo. Não são causas accidentaes as que a produzem. Não é o *acaso*, que determina a *Galena* a crystallisar em hexaedros ou octaedros, a *Calcite* em rhomboedros e escalenoedros, a *Vesuviana* e o *Zircão* em pyramides de base quadrada, o *Enxofre* em pyramides de base rhomba. A importancia da fórma crystallina no estudo e discriminação dos mineraes, e a propria existencia da crystallographia, como sciencia fundamental, estão cifradas em que seja possivel *reduzir á unidade a apparente variedade* nas fórmas crystallinas do mesmo mineral. Assim, por exemplo, se na *Calcite* os rhomboedros, os escalenoedros, os prismas hexagonaes, são *morphologicamente differentes*, são comtudo *analyticamente semelhantes*, porque, segundo adiante se verá, não são mais do que os resultados de substituir na expressão mathematica de uma fórma geral os valores particulares de certas variaveis.

Succede nas fórmas crystallinas da mesma substancia mineral o que, vemos, por exemplo nas conicas, ou curvas de segunda ordem. A ellipse, a hyperbole, a parabola são curvas *morphologicamente distinctas*, mas *analyticamente semelhantes*, porque todas se podem representar por uma equação geral.

A reducção da *variedade morphologica* á *unidade geometrica* assenta em duas ordens de principios: 1.º as leis já enunciadas, que regulam as relações geraes entre a *fórma* e a *materia*; 2.º as considerações geometricas, pelas quaes se consegue demonstrar que as *fórmas naturalmente compativeis* na mesma substancia mineral, são tambem *compativeis geometricamente*. A geometria confirma pois as leis empiricas, que dos factos experimentaes se derivam pela inducção.

47. **Relações geometricas das fórmas crystallinas compativeis.**— O conhecimento das leis experimentaes acima exaradas induziu os mineralogistas a pensar que

a cada substancia mineral chimica e physicamente identica sómente correspondem fórmas crystallinas, que embora distinctas em figura e em dimensões angulares se podem todas considerar como connexas entre si por certas relações geometricas mui simples e faceis de conhecer e deduzir.

Vejamos pois de que maneira, partindo d'estas leis exactamente verificadas, se explica por meio de processos geometricos a connexão das fórmas crystallinas na mesma substancia mineral. E para esta determinação cumpre antes de tudo saber qual é a lei fundamental, que estabelece a relação entre as dimensões angulares de uma fórma crystallina simples e as de todas as outras, com quem é *compativel* ou realisavel na mesma substancia mineral.

48. **Posição das faces no crystal.**—Sendo uma face theoricamente um plano, é manifesto que a sua posição se determina pelos processos empregados na geometria analytica. Imaginemos pois tres eixos coordenados OX, OY, OZ, fig. 30, ou tres planos XOY, XOZ, YOZ, de que os eixos sejam as intersecções. Os tres planos dos eixos dividem o espaço em oito regiões ou *oitantes* e a estes planos podemos referir a posição da face, que ficará completamente determinada se conhecermos 1.º em qual dos oitantes a face está situada; 2.º as grandezas dos tres segmentos OA, OB, OC, interceptados nos tres eixos pelo plano da face. Estes segmentos chamam-se os *parametros* da face, cuja equação será

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1,$$

se fizermos $OA=a$, $OB=b$, $OC=c$. Os tres parametros definem a face, quando sejam dadas as suas grandezas absolutas e os signaes que as affectam. Para assignar

a cada parametro o signal, que lhe corresponde, é necessario considerar que a parte de cada eixo coordenado a

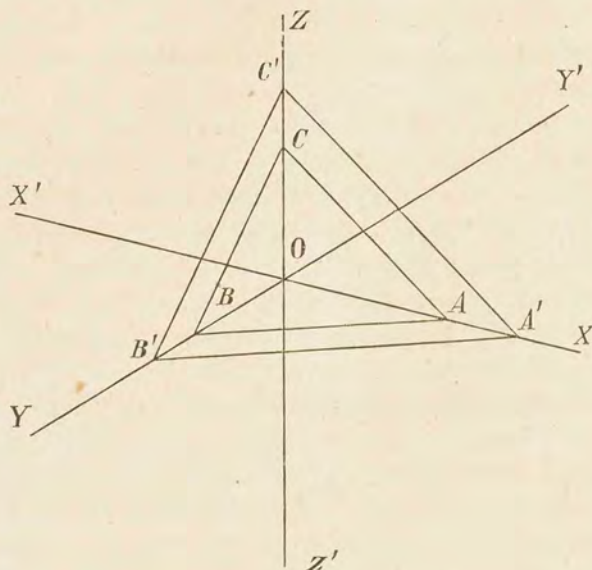



Fig. 30

contar da origem O em um sentido é positiva, e a que se toma em sentido opposto, é negativa.

Se imaginarmos uma nova face $A'B'C'$ parallela á primeira, e cujos parametros sejam respectivamente $OA'=a'$, $OB'=b'$, $OC'=c'$, será $OA'=r\cdot OA$, $OB'=r\cdot OB$, $OC'==r\cdot OC$, porque sendo semelhantes os dois triangulos ABC, $A'B'C'$, por terem os lados respectivamente parallelos, teremos

$$\frac{OA'}{OA}=\frac{OB'}{OB}=\frac{OC'}{OC}=r.$$

D'aqui se infere que a multiplicação dos parametros de uma face pelo mesmo coefficiente equivale a mover paral-

lelamente a si mesma a face do crystal. E como sabemos (n.º 35) que a face de um crystal se pode suppor movida parallelamente a si mesma para uma e outra parte sem alterar a sua natureza crystallographica, fica manifesto, que *não é a extensão absoluta dos parametros, mas unicamente a sua grandeza relativa a que determina em cada oitante a posição da face n'um crystal.* Assim, se tivermos a relação $OA : OB : OC$, egual a um numero constante, podemos fazer variar arbitrariamente os parametros, comtanto, que esta variação se realise multiplicando-os ou dividindo-os a todos pelo mesmo coefficiente ou divisor. Quando a variação se effectua por multiplicação, isto é, quando o coefficiente r é > 1, a face move-se parallelamente a si mesma augmentando a sua distancia á origem O, e quando se realisa por divisão, isto é, quando é $r < 1$, o movimento da face é no sentido contrario, tornando-se menor a sua distancia ao mesmo ponto.

É facil vêr que tres parametros, de que são dadas apenas as grandezas relativas, determinam não uma face com uma posição unica absoluta no espaço, *mas sómente uma direcção commum de infinitos planos parallelos.* Mas como a face *é crystallographicamente apenas uma direcção,* visto que não se altera, movendo-a parallelamente a si mesma, podemos inferir a seguinte proposição fundamental:

«*Uma face, cuja posição é referida a tres eixos ou planos coordenados, fica determinada crystallographicamente, quando se conhece a relação, ou a grandeza relativa dos seus parametros*».

Sendo pois a grandeza relativa dos parametros que define a posição da face, é claro que na relação $a : b : c$, podemos tomar um d'elles como *unidade,* ou, o que é equivalente dividir por elle os termos da relação. Assim teremos

$$a : b : c = \frac{a}{b} : 1 : \frac{c}{b},$$

de maneira que a relação em geral será expressa por $a : 1 : c$, pondo a e c em vez de $\frac{a}{b}$, e $\frac{c}{b}$.

Assim, se por exemplo, na pyramide rhombica do *Enxofre*, fig. 11 (pag. 48), referirmos a posição da face aos tres eixos orthogonaes, d'esta fórma e virmos, que entre os tres parametros existe a relação $a : b : c = 0{,}8130 : 1 : 1{,}9039$, teremos a fórma crystallographicamente determinada. As suas dimensões absolutas ou lineares só influirão na *grandeza*, porém não na *figura* da pyramide.

As pyramides do *Enxofre* definidas por aquella relação numerica dos parametros podem pois apparecer com diversas dimensões lineares em differentes individuos, porém em todos elles sempre são polyedros semelhantes.

Se uma segunda face corta os eixos nos pontos M, N, P, fig. 31, e os seus parametros são OM, ON, OP ou a', b',

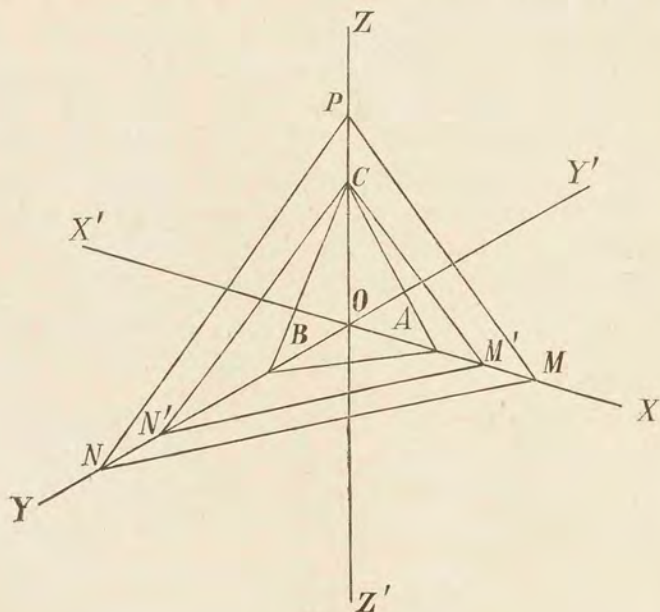



Fig. 31

c', differentes dos primeiros, e não seus multiplos ou submultiplos na mesma relação, a face *MNP* será diversa da primeira *ABC*, e terá com ella por intersecção uma recta, cuja posição no espaço é expressa em funcção dos parametros a, b, c, a', b', c'.

49. **Lei da racionalinade.**—Os tres eixos coordenados poderiam ser quaesquer, orthogonaes ou obliquos, se unicamente pretendessemos determinar em cada caso a posição da face. Podemos porém elegel-os de maneira, que entre os parametros de diversas faces na mesma fórma crystallina se realisem relações, que obedeçam a uma lei. Em vez de escolhermos tres rectas ou planos quaesquer para eixos ou planos coordenados, tomemos no crystal, fig. 31, tres das suas faces, *XOY*, *XOZ*, *YOZ*, que se cortem effectivamente ou sendo prolongadas, nas arestas *OX*, *OY*, *OZ*, e sejam essas faces os planos coordenados. Seja agora no mesmo crystal uma quarta face, cuja posição queiramos determinar em relação ás tres primeiras. Os segmentos $OA = a$, $OB = b$, $OC = c$, interceptados nos tres eixos a contar da origem são os parametros da nova face. A relação $a : b : c$, determina a *direcção ABC* de infinitos planos parallelos e por consequencia a sua *inclinação* sobre os tres planos coordenados, ou os *valores* das arestas por ella formadas com as tres primeiras faces.

Imaginemos agora uma face nova *MNP*, cujos parametros sejam $OM = a'$, $ON = b'$, $OP = c'$, em geral differentes e não multiplos ou submultiplos de a, b, c, na mesma razão. Entre cada dois parametros, que recaem sobre o mesmo eixo haverá uma relação e teremos

$$\frac{a'}{a} = m, \quad \frac{b'}{b} = n, \quad \frac{c'}{c} = p,$$

e dividindo ordenadamente estas egualdades, será

$$\frac{a'}{a} : \frac{b'}{b} : \frac{c'}{c} = m : n : p.$$

É manifesto que a posição da face *MNP*, cujos parametros expressos nos da face *ABC*, são *ma*, *nb*, *pc*, se deduz da posição d'esta ultima, quando sejam conhecidos os numeros *m*, *n*, *p*. Os parametros a', b', c' da face $A'B'C'$ obtem-se multiplicando respectivamente os da face *ABC* por *m*, *n*, *p*. A segunda face *deriva-se* da primeira por esta multiplicação. Os numeros abstractos *m*, *n*, *p*, chamam-se por isso *coefficientes* ou *numeros de derivação*.

Estes numeros *m*, *n*, *p*, não são quaesquer para cada face nova que possa coexistir com a face *ABC* no mesmo crystal. A observação demonstrou que pelo contrario estão sujeitos a uma lei que é a *lei fundamental da crystallographia*. *A relação $m : n : p$ é sempre expressa por numeros racionaes, inteiros ou fraccionarios, podendo um d'elles, ou dois ser infinitos.* Teremos assim, por exemplo, $m : n : p = 1 : 2 : 3$, ou $m : n : p = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$, ou $m : n : p = 2 : 3 : \frac{2}{3}$. A relação $m : n : p = \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{5}$, ou $\log 2 : \log 3 : \log 5$, ou $\cos 30 : \sqrt{2} : \sqrt{7}$, e em geral todas as relações expressas por numeros irracionaes não se realisam nunca em a natureza.

Quando na relação $m : n : p$, estes numeros são fraccionarios é sempre possivel reduzil-a a uma relação equivalente entre numeros inteiros. Assim, supponhamos que a face *MNP* dá a relação $\frac{d}{e} : \frac{f}{g} : \frac{j}{k}$, entre fracções. Reduzindo-as ao mesmo denominador, a relação equivalente será

$$\frac{gkd}{ekg} : \frac{ekf}{ekg} : \frac{ejg}{ekg} = gkd : ekf : ejg,$$

que será uma relação entre numeros inteiros. Applicando este processo a um caso particular, seja para definir a face *MNP* a relação $m : n : p = \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4}$. Effeituando a re-

ducção ao mesmo denominador teremos

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} = \frac{6}{12} : \frac{4}{12} : \frac{3}{12} = 6 : 4 : 3.$$

A racionalidade dos numeros sómente se realisa como lei geral na relação das grandezas m, n, p. Os parametros a, b, c, a', b', c', considerados cada um de per si são *em geral irracionaes*. Tudo quanto acabamos de expender se pode resumir no seguinte ennunciado:

«*Todas as faces de um crystal estão dispostas umas a respeito das outras de maneira que os segmentos interceptados por uma face em cada uma de tres arestas formadas por tres outras faces do mesmo crystal, são multiplos ou submultiplos dos segmentos interceptados nas mesmas arestas por outra face do mesmo crystal, e as relações entre os coefficientes dos segmentos correspondentes á mesma aresta são expressas por numeros racionaes*».

É n'este enunciado que consiste a *lei da racionalidade*, que é o fundamento de toda a crystallographia e foi descoberta e formulada, se bem em diversos termos, por Haüy, o mais celebre entre os fundadores d'esta sciencia.

Se a face MNP, cujos parametros são a', b', c', se move parallelamente a si mesma, já sabemos, que fica sendo sempre crystallographicamente identica. Desloquemol-a, pois, conservando-lhe sempre a *mesma direcção*, isto é, a mesma *relação de segmentos*, até que um d'elles, por exemplo OP, seja agora OC, commum á face ABC. A nova posição de MNP, será fig. 31, $M'N'C$, e os seus segmentos serão $OM' = a''$, $ON' = b''$, $OC = c$. As duas faces terão commum o ponto C. E como a relação $a'' : b'' : c = a' : b' : c'$, podemos enunciar o seguinte theorema:

«*Se por um mesmo ponto de uma das tres arestas formadas por tres faces concorrentes n'um crystal, passam duas outras faces, os coefficientes, por meio dos quaes se deriva de*

cada segmento de uma o segmento correspondente da outra nas outras arestas, tem entre si uma relação expressa por numeros racionaes.»

50. **Faces possiveis no crystal.** — Do estudo das fórmas crystallinas em todos os mineraes até agora conhecidos infere-se que todos elles apresentam um numero finito de fórmas simples. Á excepção de poucos, taes como por exemplo a *Calcite*, as fórmas elementares são pouco numerosas. Em qualquer caso porém todas as fórmas existentes obedecem invariavelmente á *lei da racionalidade*. É pois plausivel e conforme ás leis da inducção o admittir com uma enorme probabilidade que, se além das fórmas observadas, uma substancia mineral apresentar alguma vez uma fórma nova, esta seguirá do mesmo modo a *lei da racionalidade*. Não ha pois outras *fórmas possiveis* senão as que satisfizerem a esta condição. Com os progressos da sciencia e com o estudo de novos exemplares, estão-se descobrindo a cada passo em varias substancias mineraes fórmas, que até ali se não haviam observado, e vê-se que todas ellas estão subordinadas á lei geral. Podemos pois affirmar, seguramente a seguinte proposição:

«Nos crystaes de uma determinada substancia mineral podem além das actuaes descobrir-se, ou são possiveis todas as fórmas, cujas faces interceptem em tres arestas convergentes de uma fórma já realisada, segmentos, cujos coefficientes estejam entre si n'uma relação expressa por numeros racionaes».

E claro, pois, que é theoricamente indefinido o numero das *fórmas possiveis*. A observação, porém, tem demonstrado que os numeros racionaes inteiros ou fraccionarios, a que se podem reduzir os termos da relação entre os coefficientes referidos ás tres arestas, são geralmente poucos. Entre os mais frequentes observam-se, por exemplo, os numeros $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{3}{2}$, 2, 3, 4, 5, e ∞.

É impossivel a face, que não obedeça á lei da racionalidade ou aquella, cujos segmentos determinados em cada

uma das tres arestas concorrentes não tenham com os segmentos correspondentes das outras faces relações expressas por numeros racionaes. A observação confirma plenamente a generalidade da lei, porque em nenhum mineral se descobriu alguma fórma cujas faces, comparadas com as das fórmas já existentes, lhe assignalem uma excepção.

Agora se pode comprehender como a natureza attribue a cada substancia mineral chimica e physicamente identica sómente certas fórmas crystallinas, com absoluta exclusão de todas as mais, e entender em que consiste o serem *compativeis* ou *incompativeis* as fórmas dos mineraes. A *compatibilidade* é assim determinada pela *lei da racionalidade*. Todas as fórmas compativeis, realisadas ou possiveis n'um mesmo mineral constituem o que se chama a sua *Serie crystallina* particular. A serie pode definir-se «*a collecção de todas as fórmas existentes ou possiveis, as faces de cada uma das quaes interceptam em tres arestas concorrentes de uma fórma da mesma substancia segmentos, cujas relações sejam expressas por numeros racionaes*».

51. **Eixos coordenados e parametros.** — Se uma face crystallina é referida na sua posição a tres eixos representados por tres arestas concorrentes do crystal, é evidente que as relações entre os segmentos não ficarão alteradas, se imaginarmos os eixos transportados parallelamente a si mesmos até que passem todos pelo centro do crystal. Porque ou, segundo já sabemos, a face pode suppor-se tambem movida parallelamente a si mesma até interceptar nos novos eixos segmentos respectivamente eguaes aos primitivos ou o seu plano se pode prolongar de maneira que os intersecte em novos pontos, determinando segmentos respectivamente proporcionaes aos primeiros. Procedendo d'este modo os novos planos coordenados são parallelos a tres faces concorrentes e os novos eixos tambem parallelos ás tres arestas formadas por estas faces. Se pois n'um crystal elegemos tres eixos coordenados parallelos a tres arestas con-

correntes de uma fórma existente, os segmentos n'elles interceptados pelas faces de duas fórmas realisadas ou possiveis seguirão em relação áquelles eixos a lei da racionalidade.

Para determinar a *posição* de uma face e por conseguinte a *natureza geometrica* da fórma, a que pertence e estabelecer as suas relações com todas as fórmas realisadas ou possiveis n'uma dada substancia mineral, é pois necessario:

1.º Eleger tres eixos coordenados parallelos a tres arestas concorrentes de uma fórma crystallina.

2.º Escolher a face de uma fórma, cujos parametros n'aquelles tres eixos, sirvam de termos de comparação aos parametros de todas as outras fórmas existentes ou possiveis.

As faces, a que ficam parallelos os planos coordenados, podem chamar-se as *faces de referencia* (*Fundamental Flächen, faces fundamentaes*, segundo Bauer)[1].

A face, de cujos parametros multiplicados pelos *coefficientes de derivação* se obtem os parametros de todas as outras faces existentes ou possiveis, diz-se a *face* ou a *fórma fundamental* (*Grundform* segundo Groth[2]), e *face unidade* (*Einheitfläche*, segundo Bauer[3]).

Uma vez escolhidos para cada mineral os tres planos coordenados e a *face* ou *fórma fundamental*, é necessario mantel-os invariaveis, para que possa conservar-se a homogeneidade nas relações. Só então podemos representar a face de qualquer fórma possivel em uma e mesma substancia mineral referindo-a á fórma fundamental pelos numeros de derivação, isto é, exprimindo os seus parametros em funcção dos que definem a fórma fundamental e dos coefficientes m, n, p.

Para este fim é necessario antes de tudo que seja conhe-

[1] Max Bauer, *Lehrbuch der Mineralogie*. Berlin e Leipzig, 1886, p. 31.

[2] Groth, *Physikalische Krystallographie*, Leipzig, 1885, 2.ª edição, p. 196.

[3] Bauer, *Lehrbuch der Mineralogie*, ibid.

cida a relação $a:b:c$ entre os parametros da fórma fundamental. Estes parametros chamam-se os *Comprimentos dos eixos*, e a sua relação $a:b:c$ diz-se a *Razão dos eixos*, a qual tem um valor particular para cada mineral. A relação $ma:nb:pc$, que exprime a derivação de uma face qualquer a respeito da fórma fundamental, determina completamente a sua posição e quando se attribuem valores singulares aos coefficientes m, n, p, designa distinctamente cada face em particular, e pode por isso chamar-se a *Expressão*, o *Symbolo da face*.

52. **Lei da racionalidade nos parametros.**—Desde que es eixos, que passam pelo centro do crystal, se escolhem parallelos a tres arestas n'elle existentes ou possiveis, é claro que a *lei da racionalidade dos segmentos nas arestas* se converte na *lei da racionalidade dos parametros nos eixos* e podemos expressal-a da maneira seguinte:

«*Se uma face de um crystal intercepta nos eixos tres parametros* a, b, c, *qualquer outra face existente ou possivel cortará n'elles tres parametros* a', b', c' *taes, que na relação* $a':b':c'=na:nb:pc$ *a dos coefficientes* m, n, p, *seja expressa por numeros racionaes*».

53. **Escolha dos eixos e da face fundamental.**—A eleição das tres faces crystallinas, parallelamente ás quaes hão de passar pelo centro do crystal os planos coordenados e a escolha da face fundamental são em geral completamente arbitrarias. E é claro que, segundo forem differentes os systemas de eixos, e diversa a face fundamental escolhida, os coefficientes de derivação tambem serão necessariamente diversos para a mesma fórma.

É porém conveniente que entre todos os systemas de eixos e todas as faces fundamentaes, se escolham aquelles, segundo os quaes é possivel exprimir todas as fórmas da *serie crystallina pelos coefficientes mais simples*, isto é, pelos *menores numeros de derivação*.

54. **Elementos crystallographicos.**—Uma face não

fica distinctamente determinada pela relação dos seus parametros, se não soubermos qual é o systema de eixos adoptado. Duas faces com eguaes parametros, cada uma d'ellas referida a eixos com diversa inclinação, não podem ser identicas. Egualmente duas faces, cujos parametros tenham eguaes coefficientes de derivação, serão necessariamente diversas, ainda suppondo para ambas os eixos com eguaes inclinações, se for differente para cada uma a *face fundamental*, isto é, se for diversa a relação $a : b : c$ dos parametros d'este plano.

Para definir pois a posição de uma face é necessario conhecer: 1.º os angulos α, β, γ, que os eixos coordenados OX, OY, OZ formam entre si; 2.º a relação $a : b : c$, ou o que se chama a *razão dos eixos*, isto é, a relação dos parametros da face fundamental.

Sendo porém $a : b : c = \frac{a}{b} : 1 : \frac{c}{b} = a' : 1 : c'$, uma face, é, em geral, determinada pelas 5 quantidades, α, β, γ, a, c que se chamam os *elementos crystallographicos*. Se os eixos são todos orthogonaes, ou $\alpha = \beta = \gamma = \frac{\pi}{2}$, ou alguns d'elles perpendiculares entre si, fica reduzido o numero dos elementos, que no seu minimo é 2 para o caso da egualdade nos angulos dos eixos e nos parametros da face fundamental. Os angulos α, β, γ, e a relação $a : b : c$ não podem ser, em geral, directamente determinados.

A trigonometria espherica facilmente resolve este problema. Sejam OX, OY, OZ, fig. 32, os tres eixos parallelos ás tres arestas das faces de referencia. Do ponto O, como centro e com um raio egual á unidade, imagine-se descripta uma esphera. As intersecções da sua superficie com os planos serão os arcos ab, bc, ca, que determinam o triangulo espherico abc. Os angulos a, b, c são os que formam entre si os planos coordenados, e os lados ab, bc, ca, medem os angulos α, β, γ, formados pelos eixos. Se

pois se medem os angulos diedros a, b, c nas tres arestas, as formulas conhecidas da trigonometria espherica nos da-

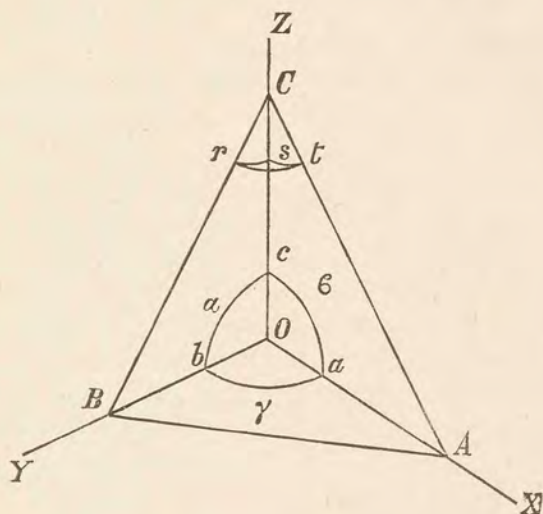



Fig. 32

rão os valores dos arcos ac, bc, ab, e por conseguinte os angulos α, β, γ formados pelos eixos. Do ponto C como centro descrevamos com um raio unidade uma esphera, cujas intercepções com a face fundamental e com os planos XZ, YZ, serão respectivamente os arcos rt, st, rs, que determinam o triangulo espherico rst. N'este triangulo são conhecidos os tres angulos r, s, t, porque o angulo s é o que formam entre si os planos XZ, YZ, e os angulos r e t são respectivamente os angulos formados por estes planos com a face fundamental. Agora as formulas trigonometricas dar-nos-hão os valores do arco st, que mede o angulo ACO, e do arco rs, medida do angulo OCB. Nos triangulos rectilineos OCB, OAC, são pois conhecidos os angulos, e obtem-se facilmente as relações $OC : OB = c : b$ e

$OA : OC = a : c$. Teremos assim $a:c = \text{sen}\, ACO : \text{sen}\, A = \mu$, e $a = \mu c$; $b : c = \text{sen}\, BCO : \text{sen}\, B = \nu$, e $b = \nu c$. Dividindo ordenadamente estas duas egualdades, e a identidade $c = c$, será $a : b : c = \mu : \nu : 1$, e ficará determinada a relação dos parametros da face fundamental.

55. **Notação symbolica das faces e das fórmas.** — Na relação dos parametros pode por diversos modos fundar-se a maneira de representar por uma notação symbolica a face de uma fórma. A que immediatamente occorre é aquella, em que a face é designada por essa mesma relação. Assim, $ma : nb : pc$, será a propria expressão da face e por ella ficará uma face claramente distincta de todas as mais, se além dos valores particulares de m, n, p, forem conhecidos os *elementos crystallographicos*, isto é se forem dadas 1.º as inclinações dos eixos, α, β, γ; 2.º a relação $a : b : c$, que define a face fundamental. Para designar a fórma completa pode empregar-se a mesma notação, fechando em parentheses a relação dos parametros, $(ma : nb : pc)$.

Este processo, que é por assim dizer intuitivo, porém não o mais accommodado á enumeração e descripção das fórmas, principalmente em combinações muito complexas, foi proposto e usado por Christiano Samuel Weiss, o mineralogista e crystallographo prussiano, que lançou os primeiros fundamentos da crystallographia scientifica allemã e introduziu na sciencia a consideração dos eixos, como caracteres essenciaes para a distincção e classificação das fórmas crystallinas.

A mais simples e comprehensiva de todas as notações crystallographicas é a que foi ideada e seguida pelo mineralogista saxonio Carlos Frederico Naumann, professor de mineralogia na universidade de Leipzig. Representando por $a:b:c$ a relação mais geral dos parametros na face fundamental, para que d'esta se derivem todas as que com ella obedecem á lei da racionalidade, haveremos de multiplicar respectivamente as grandezas a, b, c pelos coefficientes m,

n, p, de maneira que a relação dos parametros na face derivada será $ma : nb : pc$.

Se dividirmos n'esta relação os dois primeiros termos por pc, resultará

$$\frac{m.a}{p.c} : \frac{n.b}{p.c} : 1,$$

e se fazemos $\frac{a}{c} = a'$, $\frac{b}{c} = b'$, teremos

$$\frac{m}{p}.a' : \frac{n}{p}.b' : 1,$$

ou exprimindo por a e b os dois parametros a', b', será a relação,

$$\frac{m}{p}.a : \frac{n}{p}b : 1.$$

E como $\frac{m}{p}$, $\frac{n}{p}$, se podem tambem representar por m', e n' e substituir em geral a m', n', as letras m, n, será a relação mais geral dos parametros na fórma derivada $ma : nb : 1$. Logo m, n, 1, são os coefficientes, pelos quaes é necessario multiplicar os parametros da face fundamental para obter a derivada.

56. **Caso em que os coefficientes são finitos ou infinitos.**—A lei da racionalidade comprehende como já se disse (n.º 50) o caso, em que ha coefficientes infinitos. Na relação $m : n : 1$ é claro que não podem realisar-se senão tres hypotheses geraes:

1.º Todos os coefficientes, e por consequencia todos os parametros finitos.

2.º Dois finitos e um infinito.

3.º Um finito e dois infinitos.

No primeiro caso a face MNP, fig. 31 (pag. 72) corta as tres arestas OX, OY, OZ, a distancias finitas da origem O. A face pode então em geral chamar-se *pyramidal*.

No segundo caso a face é parallela á aresta, na qual não determina segmento finito. Pode ter o nome de *face prismatica*.

No terceiro caso a face corta apenas uma das tres arestas e é parallela ao plano das outras duas. Diz-se então *face terminal* ou *basica* (*Endfläche* dos crystallographos allemães).

Na fig. 33, que representa uma fórma composta mui commum realisada na *Vesuviana* ou *Idocrase*, as faces b são *terminaes* ou *basicas*, as faces P, que pertencem a uma pyramide de base quadrada, são *pyramidaes*, e as faces p e p' pertencentes a um prisma de secção quadrada são *prismaticas*, tomando como planos coordenados a face terminal b e duas faces concorrentes p, p', d'este prisma.

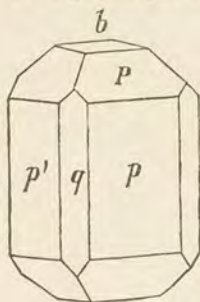



Fig. 33

57. **Relações geraes dos coefficientes.**—As relações geraes possiveis entre os coefficientes dos parametros reduzem-se ás seguintes:

I. Todos os tres coefficientes deseguaes. Assim a relação será $m:n:1$.

II. Dois coefficientes eguaes e um desegual. Esta relação comprehende dois casos:

α) Os coefficientes eguaes maiores que o terceiro. Assim a relação será, suppondo $m>1$, $m:m:1$.

β) Os coefficientes eguaes menores que o terceiro. Assim teremos $m':m':1$, sendo $m'<1$. Dividindo por m' esta relação, fica $1:1:\frac{1}{m'}$, e será $\frac{1}{m'}>1$. Representando $\frac{1}{m'}$ por m, acharemos $1:1:m$ como sendo a relação dos coefficientes n'este caso.

III. Todos os coefficientes eguaes. A relação será $m:m:m$, ou dividindo todos os termos por m, $1:1:1$.

Como porém aos parametros m, n podemos attribuir todos os valores desde zero até o infinito, abstraindo do caso em que m, n são ambos eguaes a zero, porque n'esta hypothese a face se reduz a uma recta, que coincide com o terceiro eixo, teremos as seguintes sete relações geraes:

1.ª Todos os coefficientes deseguaes e finitos: a relação é $m:n:1$.
2.ª Todos differentes e um infinito: a relação é $\infty:n:1$.
3.ª Dois eguaes e maiores que o terceiro, e todos finitos: $m:m:1$.
4.ª Dois eguaes e maiores que o terceiro, e infinitos: $\infty:\infty:1$.
5.ª Dois eguaes e menores que o terceiro, todos finitos: $m:1:1$.
6.ª Dois eguaes e menores que o terceiro infinito: $\infty:1:1$.
7.ª Todos os coefficientes eguaes: $m:m:m$, ou $1:1:1$.

N'estas sete relações se comprehendem todas as fórmas crystallinas observadas em a natureza. As que são representadas pelas relações, em que ha coefficientes infinitos, são quasi sempre fórmas infinitas ou abertas, quando a face fundamental pertence a uma fórma monoaxe. São porém sempre fórmas fechadas ou finitas, quando a face fundamental é a de uma fórma polyaxe.

D'estas relações dos coefficientes deduz-se uma notação mui simples e comprehensivel, applicavel a todas as fórmas da natureza.

Se por F representamos o symbolo da fórma fundamental, cujos parametros havemos de multiplicar respectivamente por m, n, 1, o symbolo geral de qualquer fórma derivada será, segundo a notação de Naumann, mFn, antepondo e pospondo a F as lettras, que pela sua ordem re-

presentam os coefficientes diversos da unidade. Dando a *m*, e *n*, os valores correspondentes ás sete relações entre os coefficientes, teremos como notação das fórmas os seguintes symbolos geraes:

1.º $m:n:1$; mFn
2.º $\infty:n:1$; ∞Fn
3.º $m:m:1$; mFm
4.º $\infty:\infty:1$; $\infty F\infty$
5.º $m:1:1$; mF
6.º $\infty:1:1$; ∞F
7.º $1:1:1$; F.

Se por *F* substituimos a lettra, que designa symbolicamente a fórma fundamental em cada caso e é sempre a inicial do seu nome, teremos, segundo o methodo de Naumann, os symbolos ou notações symbolicas de todas as fórmas existentes ou possiveis em a natureza.

58. **Indices. Notação correspondente.**—Nos dois modos de notação, que ficam expostos, figuram, no de Weiss os parametros da face fundamental e os coefficientes ou numeros de derivação, no de Naumann sómente estes ultimos. Os mineralogistas e crystallographos empregam hoje quasi geralmente outra maneira de representar abbreviadamente as fórmas simples. É a notação chamada de Miller, porque foi este crystallographo inglez quem primeiro a generalisou. Porém o seu primitivo auctor, ou foi Whewell, sabio tambem britannico[1], ou foi, segundo Zirkel, o mineralogista allemão Grassmann, que já desde 1829 proposera esta maneira de representação symbolica e a empregara na sua obra com o titulo de «*Zur physischen Krystallonomie* (sobre a Crystallonomia physica)[2]».

N'esta notação em vez dos coefficientes *m*, *n*, *p*, ado-

[1] Groth, *Physikal. Krystallogr.* 2.ª edição. 1885, pag. 199.
[2] Naumann-Zirkel, *Elem. der Mineralogie*, 12.ª edição. 1885, pag. 15.

ptam-se os seus valores reciprocos $\frac{1}{m}$, $\frac{1}{n}$, $\frac{1}{p}$, respectivamente eguaes a h, k, l, de maneira que a relação $ma:nb:pc$ se converte em $\frac{a}{h}:\frac{b}{k}:\frac{c}{l}$. Estas grandezas h, k, l, chamam-se os *Indices* da face, e são *inversamente proporcionaes* aos segmentos interceptados nas tres arestas das faces de referencia, em quanto que os coefficientes lhes são *directamente proporcionaes*. Qualquer face derivada representa-se escrevendo seguidamente dentro de parentheses os tres indices h, k, l, respectivos aos tres parametros a, b, c, da face fundamental. Assim a expressão da face é (hkl). Para que as faces da mesma fórma se possam distinguir umas das outras, attende-se n'este symbolismo aos signaes dos parametros, escrevendo um traço horizontal por cima dos indices concernentes a parametros negativos. Assim, é a face $\frac{-a}{3}:b:c=(\bar{3}11)$. Segundo esta notação é claro que os indices da face fundamental $a:b:c$, são $1:1:1$. A notação d'esta face é pois (111).

Quando um coefficiente de derivação é ∞, é manifesto que o seu indice é zero. Assim, a face $ma:nb:\infty c$ é, segundo a notação de Miller, expressa por $(hk0)$.

Da relação dos coefficientes é facil passar para a relação dos indices em numeros inteiros. Com effeito a relação $h:k:l=\frac{1}{m}:\frac{1}{n}:\frac{1}{p}=np:mp:mn$. Substituindo n'esta expressão por m, n, p os seus valores para cada caso especial, e reduzindo os termos da relação a numeros inteiros, se alguns são fraccionarios, obteremos os indices, que correspondem aos coefficientes dados. Como exemplo supponhamos que uma face é representada pela relação $2a:\frac{1}{2}b:c$.

Teremos $h:k:l=np:mp:mn=\frac{1}{2}\times 1:2\times 1:2\times$

$\times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} : 2 : 1 = 1 : 4 : 2$. O symbolo da face é pois (142).

Isto equivale a dividir os coefficientes pelo seu producto, e tomar como indices os tres denominadores obtidos, depois de reduzir as fracções ao minimo denominador. Assim, se a relação dos coefficientes é $1 : 2 : 3$, dividindo-os por 6 teremos

$$\frac{1}{6} : \frac{2}{6} : \frac{3}{6}, \quad \text{ou} \quad \frac{1}{6} : \frac{1}{3} : \frac{1}{2}$$

e os indices serão 6, 3, 2, e o symbolo da face (632).

É pois sempre facil exprimir a relação dos indices por uma relação de numeros inteiros. Feita a reducção, acha-se que os indices são quasi sempre expressos pelos mais pequenos termos da serie natural dos numeros. São pois ordinariamente 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ..., e raras vezes apparecem maiores.

A notação de Weiss é hoje pouco usada por ser a menos breve, e a mais complicada, principalmente quando por meio d'ella se representam combinações mui complexas. Em seu logar é mais commoda e mais expedita a de Naumann, em que sómente figuram os coefficientes e não, como na de Weiss, tambem os parametros da face fundamental. A notação de Naumann tem sobre a de Miller a vantagem de indicar immediatamente a posição da face. A de Miller, porém, sobreleva a esta ultima na facilidade, com que se presta aos calculos crystallographicos, em cujas formulas entram directamente os indices. Na simplicidade dos numeros obtidos como coefficientes ou como indices, nenhum dos methodos tem vantagem absoluta sobre o outro, porque em uns casos serão os coefficientes mais simples que os indices, e n'outros realisar-se-ha a condição inversa.

59. **Intersecção de duas faces.**—Sejam *ABC* e *DEF*,

fig. 34 duas faces, cuja intersecção se quer determinar, representando as coordenadas de dois dos seus pontos em funcção dos parametros e sejam $OC=ma$, $OB=nb$, $OA=pc$, e $OF=m'a$, $OE=n'b$, e $OD=p'c$, os parametros das duas faces, expressos em funcção dos que determinam a face fndamental, a, b, c. Em vez da intersecção da face DEF com ABC, podemos considerar a que esta fórma com a face AST, que tem com a primeira o parametro commum OA. Isto equivale a mover DEF parallelamente a si mesma, o que já sabemos se pode sempre ef-

Fig. 34

feituar sem mudar a essencia crystallographica do plano. A nova intersecção é evidentemente parallela á primeira, tem ambas a mesma direcção, e são unicamente as direcções, que se consideram em crystallographia.

Os parametros da face AST são $OS = Ma$, $OT = Nb$, $OA = pc$. A intersecção das faces ABC e AST é a recta AG. Imaginemos agora movidos estes planos parallelamente a si mesmos até que a intersecção passe pelo ponto O; será OR parallela a AG. A projecção de OR sobre XY é OG e as duas coordenadas de R n'este plano são pois $OP = x$, $OQ = y$. Nos dois triangulos semelhantes OST, PGS, e nos dois tambem semelhantes entre si OCB e PGC, temos

$$\frac{Ma}{Nb} = \frac{Ma - x}{y} \quad \text{e} \quad \frac{ma}{nb} = \frac{ma - x}{y}$$

donde se tira

$$x = \frac{Mm(N - n)a}{mN - Mn}, \quad y = \frac{Nn(m - M)b}{mN - Mn},$$

A terceira coordenada GR do ponto R é evidentemente egual a $OA = pc$, com o signal contrario, por ser AG parallela a OR e GR parallela a OA. Teremos pois $z = -pc$.

Estas expressões dão-nos os valores absolutos das coordenadas do ponto R. Porém como o que pretendemos obter são unicamente os valores relativos, que exprimem a direcção da recta OR, e é sómente a *direcção* que nos importa conhecer, podemos sem alterar a relação, multiplicar os seus tres termos pelo commum denominador de x, e y e teremos

$$x = Mm(N - n)a, \quad y = Nn(m - M)b, \quad z = (Mn - mN)pc.$$

Estas novas egualdades representam, pois, as coordenadas de um novo ponto da recta OR.

Estas tres expressões determinam a direcção da recta OR em funcção dos parametros de ABC, e de AST, mas o que pretendemos é exprimil-a nos parametros da face

dada DEF. É facil vêr que é

$$M=\frac{p}{p'}m' \quad \text{e} \quad N=\frac{p}{p'}n'.$$

Dividindo agora as tres expressões de x, y, z, por $MNmn$, teremos

$$x=\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{N}\right)a, \quad y=\left(\frac{1}{M}-\frac{1}{m}\right)b, \quad z=\left(\frac{1}{mN}-\frac{1}{Mn}\right)pc$$

As grandezas $\frac{1}{m}, \frac{1}{n}, \frac{1}{M}, \frac{1}{N}$, são os indices h, k, H, K, reciprocos dos coefficientes m, n, M, N.

Mas

$$H=\frac{1}{M}=\frac{1}{\frac{p}{p'}m'}=\frac{1}{\frac{l'}{l}\cdot\frac{1}{h'}}=\frac{lh'}{l'},$$

e

$$K=\frac{1}{N}=\frac{1}{\frac{p}{p'}\cdot n'}=\frac{1}{\frac{l'}{l}\cdot\frac{1}{k'}}=\frac{lk'}{l'}$$

Assim teremos

$$x=a\left(k-\frac{lk'}{l'}\right), \quad y=b\left(\frac{lh'}{l'}-h\right), \quad z=c\left(\frac{hk'-kh'}{l'}\right)$$

ou

$$x=a\frac{kl'-lk'}{l'}, \quad y=b\frac{lh'-hl'}{l'}, \quad z=c\frac{hk'-kh'}{l'}$$

E multiplicando todas as expressões por l', obteremos

$$x=a(kl'-lk'), \quad y=b(lh'-hl'), \quad z=c(hk'-kh')$$

Fazendo

$$kl'-lk'=u,\quad lh'-hl'=v,\quad hk'-kh'=w$$

teremos

$$x=au,\quad y=bv,\quad z=cw.$$

As expressões au, bv, cw representam as coordenadas do ponto R em funcção dos parametros da face fundamental e dos indices das duas faces, cuja intersecção se procura. São faceis de mnemonisar, porque a cada coordenada corresponde o parametro da face fundamental no mesmo eixo, e as differenças u, v, w, obteem-se facilmente por meio de um schema mui simples. Nos vertices de um triangulo, fig. 35 escrevamos as lettras h, k, l, da esquerda para a direita pondo o h no vertice superior. Nos lados do triangulo escrevamos a lettra dos eixos, a que corresponde o indice no vertice opposto. Formemos depois successivamente as permutações dos indices dois a dois a começar de h, accentuando sempre a segunda lettra, e diminuindo o segundo do primeiro producto. A lettra no lado entre as duas, de que se fazem as permutações, indica o eixo, a que pertence a differença.

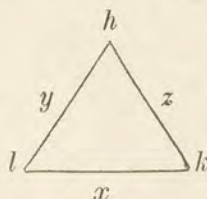



Fig. 35

Em vez d'este processo pode empregar-se o que é usado geralmente e que consiste em escrever duas vezes a serie dos indices de cada face, uma inferiormente á outra, desprezar os indices da primeira e da ultima columna e multiplicar em cruz os indices restantes da maneira seguinte:

$$\begin{array}{c|ccccccc|c} h & k & \times & l & \times & h & \times & k & l \\ h' & k' & & l' & & h' & & k' & l' \\ \hline & \multicolumn{2}{c}{kl'-lk'} & & lh'-hl' & & \multicolumn{2}{c}{hk'-kh'} & \\ & \multicolumn{2}{c}{=u} & & =v & & \multicolumn{2}{c}{=w} & \end{array}$$

É claro que sendo *u*, *v*, *w*, expressos em funcção dos indices e sendo estes sempre numeros racionaes, egualmente o são aquellas quantidades.

60. **Zonas.**—Em uma fórma crystallina as differentes faces estão situadas sempre de maneira, que entre algumas existam formadas arestas parallelas entre si, e por consequencia tambem parallelas a uma recta ou direcção rectilinea. Assim no hexaedro, fig. 1 (pag. 44), as duas faces horizontaes, e duas faces verticaes parallelas entre si, formam quatro arestas parallelas umas a outras e egualmente parallelas ao eixo, que passa pelos centros das outras duas faces verticaes. Na fig. 36, que representa uma combina-

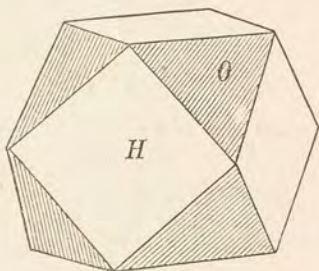



Fig. 36

ção do hexaedro com o octaedro, a face *O* do octaedro fórma aresta com a face *H* do hexaedro e esta intersecta-se com a face do octaedro não contigua á primeira n'uma aresta parallela á antecedente. Quando tres ou mais faces de um crystal se acham dispostas de maneira que as arestas resultantes das suas intersecções sejam parallelas entre si, por consequencia parallelas a uma mesma recta ou direcção rectilinea no espaço, diz-se que constituem uma *Zona*. As faces que existem na mesma zona chamam-se *tautozonaes* (do grego ταὐτὸ, o mesmo, e ζώνη, zona). A recta, a que são parallelas as arestas formadas pelas faces da mesma

zona, é o *eixo da zona*. Assim na fig. 33 (pag. 84), a face terminal b está na mesma zona com as faces P, p, e n'uma segunda zona com a face p' e com a face pyramidal intermedia. O *eixo* da primeira é uma recta parallela á aresta de b e de P. As faces p, q, p' estão situadas n'uma zona diversa das primeiras. A face p está simultaneamente nas zonas bP e qp'. Uma face, que pertence egualmente a duas zonas está na sua *intersecção*.

Sendo uma zona constituida por faces parallelas a um eixo commum, e não podendo qualquer numero de planos com intersecções todas parallelas, fechar um espaço limitado, segue-se que em toda a fórma crystallina ha necessariamente *mais de uma zona*. Assim na fórma representada na fig. 37, as faces a, a', a'', a''', que formam um prisma indefinido e estão n'uma zona, cujo eixo é vertical, não podem fechar espaço, e as faces b, b', que estão na mesma zona com as faces a, a'', e tem o eixo horizontal, não podem tão pouco só por si delimitar uma fórma crystallina. O espaço fica porém cerrado pela coexistencia das tres zonas.

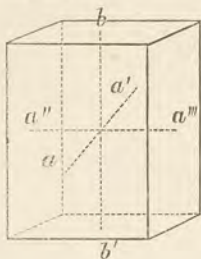



Fig. 37

61. **Intersecção de faces tautozonaes.**—Agora é facil determinar as relações, que devem ter entre si os indices de tres faces existentes na mesma zona. Sejam estes indices hkl, $h'k'l'$, $h''k''l''$. Se estas tres faces são tautozonaes, necessariamente são parallelas as suas intersecções. Logo as coordenadas do ponto R, correspondentes a cada intersecção de duas faces, devem ser respectivamente proporcionaes de maneira que tenhamos

$$u = Au', \quad v = Av', \quad w = Aw'$$

ou

$$kl' - lk' = A(kl'' - lk''), \quad lh' - hl' = A(lh'' - hl'')$$

$$hk' - kh' = A(hk'' - kh'')$$

multiplicando a primeira egualdade por h, a segunda por k, a terceira por l e sommando ordenadamente, será

$$hu + kv + lw = o \ldots\ldots\ldots\ldots (a)$$

Esta equação exprime a condição, a que devem satisfazer os indices das tres faces para qne sejam parallelas as intersecções da 1.ª com a 2.ª e com a 3.ª, ou o que é o mesmo para que todas existam na mesma zona. As quantidades u, v, w, são os *Indices da zona*, e o symbolo, com que ella se representa, é (uvw). Por meio da equação (a) se verifica se uma face está ou não n'uma zona dada. Se esta é, por exemplo, a zona (121) pertencer-lhe-ha a face expressa nos seus indices $\bar{1}\ 1\ \bar{1}$. Porque teremos n'este caso:

$$(-1)\times 1 + (1\times 2) - (1\times 1) = 0.$$

A face (103) não pertence áquella zona, porque substituindo os seus indices na equação (a) teremos

$$(1\times 1) + (2\times 0) - (3\times 1) = -2$$

e a equação (a) não é satisfeita.

Da equação (a) é facil deduzir todas as faces possiveis pertencentes á zona (uvw). Para isto hão de substituir-se em vez de dois dos indices, por exemplo, k, l, a serie dos numeros 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6..., e calcular o valor de h, que lhes corresponde.

62. **Face pertencente a duas zonas.**—Se uma face está incluida simultaneamente em duas zonas, é necessariamente parallela aos eixos de ambas. A sua posição é pois conhecida, porque um plano fica determinado, quanto á sua direcção, quando são dadas duas rectas, que lhe são paral-

lelas. Logo a condição para que uma face exista ao mesmo tempo em duas zonas (uvw), $(u'v'w')$, é que os seus indices em relação a ellas satisfaçam á equação (a). Se a face é pois (hkl), devemos ter:

$$hu + kv + lw = 0$$

$$hu' + kv' + lw' = 0$$

D'estas duas equações resulta

$$h = \frac{l(vw' - wv')}{uv' - vu'}, \quad k = \frac{l(wu' - uw')}{uv' - vu'}, \quad l = l \ldots\ldots\ldots (b)$$

Como as incognitas são tres, e as equações apenas duas, os valores de dois indices veem expressos no terceiro. Mas a relação $h : k : l$ não se altera, se multiplicamos os seus termos pelo mesmo numero. Multiplicando pois as expressões (b) por $(uv' - vu') : l$ teremos

$$h_{\prime} = (vw' - wv'), \quad k_{\prime} = (wu' - uw') \quad l_{\prime} = (uv' - vu')$$

e a relação

$$h_{\prime} : k_{\prime} : l_{\prime} = h : k : l.$$

A relação dos indices na face, que existe ao mesmo tempo nas duas zonas (uvw) e $(u'v'w')$, é pois a das tres grandezas

$$vw' - wv', \quad wu' - uw', \quad uv' - vu'.$$

É facil vêr que estas expressões se deduzem dos indices das zonas pelo mesmo modo, porque as expressões das coordenadas de um ponto da intersecção se derivam dos indices das faces. Podemos pois empregar schemas mnemonicos semelhantes. Assim, traçando o triangulo, escre-

vemos nos vertices pela sua ordem os indices u, v, w, de uma zona, e em cada lado o indice da face correspondente ao da zona no angulo opposto. Fazem-se depois as permutações das grandezas u, v, w, duas a duas, accentuando sempre a ultima lettra e diminuindo um do outro producto. Empregando o schema geralmente usado, escrevem-se duas vezes por sua ordem os indices de uma zona, e por baixo tambem duas vezes os indices da outra, desprezam-se os dois primeiros e os dois ultimos em cada linha, multiplicam-se depois em cruz dois a dois, como se procedeu no n.º 59 e obteem-se as expressões de h, k, l:

$$\begin{array}{c|ccccccc|c} u & v & \times & w & \times & u & \times & v & w \\ u' & v' & & w' & & u' & & v' & w' \end{array}$$

$$\underset{=h}{vw'-wv'}, \quad \underset{=k}{wu'-uw'}, \quad \underset{=l}{uv'-vu'}$$

Sendo racionaes os numeros u, v, w, u', v', w', é evidente que o são egualmente h, k, l. E d'ahi se infere que toda a face existente em duas zonas é sempre uma face possivel do crystal. Sejam, por exemplo, dadas as zonas (211) e (10$\overline{2}$), os indices da face situada ao mesmo tempo em ambas serão:

$$h=(1\times-2)-(1\times0)=-2, \quad k=(1\times1)-(2\times-2)=5,$$
$$l=(2\times0)-(1\times1)=-1$$

A face existente nas duas zonas dadas será pois ($\overline{2}\,5\,\overline{1}$).

63. **Lei das zonas.**— Em todos os crystaes a natureza obedece ao principio formulado por Weiss e por Neumann, notavel mineralogista de Königsberg[1], de que todas as faces se achem dispostas ou grupadas de maneira que umas com

[1] Na sua dissertação inaugural com o titulo *De lege zonarum* (Da lei das zonas). Berlin, 1826.

outras estejam em zonas diversas. Este principio enuncia-se dizendo que *todas as faces de um crystal estão entre si ligadas pela connexão das zonas* (*Zonenzusammenhang* dos allemães).

64. **Deducção das faces possiveis no crystal.**— Na theoria das zonas se funda um processo theorico geral para determinar todas as faces possiveis no crystal, quando são dadas duas zonas, formadas por quatro faces, nenhumas das quaes sejam parallelas. Sejam as faces *A*, *B*, *C*, *D*, das quaes existam simultaneamente n'uma zona as duas *A*, *B*, e n'outra as duas *C*, *D*, o que succede, quando cada face com a sua parallela está situada em relação ás outras como as faces n'uma pyramide de quatro. Das duas zonas *AB*, *CD*, obtemos, segundo o processo do n.º 61, os indices de uma quinta face, que existe ao mesmo tempo em ambas. Como porém, as faces *A*, *B*, *C*, *D*, dão tantas zonas distinctas quantas são as combinações de quatro lettras duas a duas, *AB*, *AC*, *AD*, *BC*, *BD*, *CD*, serão as zonas em numero de seis. Formando d'estas seis zonas grupos de duas sem repetição, serão estes (*AB*, *AC*), (*AD*, *BC*), (*BD*, *CD*). Podemos logo determinar tres novas faces possiveis, cada uma das quaes está simultaneamente nas duas zonas do grupo, a que pertence. Estas faces dão origem a tres novas zonas e por meio d'ellas e das seis já obtidas, podemos deduzir novas faces e empregando successivamente o mesmo processo, obtemos theoricamente uma serie indefinida de faces, que todas se derivam das mesmas quatro originaes e que por consequencia todas existirão *em connexão de zonas*.

E porque os indices calculados para as faces novas são expressos em funcção dos indices das zonas, os quaes são sempre racionaes (n.º 59), segue-se que tambem o são os indices obtidos e por consequencia possiveis todas as faces, que por este methodo se deduzem das quatro primitivas.

Quaesquer que sejam as quatro faces escolhidas, comtanto que satisfaçam á condição essencial de estarem dispostas como planos não parallelos, será a mesma sempre a collecção das faces obtidas, isto é, a *serie crystallina* ou o conjuncto de todas as fórmas existentes e possiveis em cada substancia particular.

Este processo, que se chama *Deducção*, conduz necessariamente ás mesmas fórmas, que se obtem applicando successivamente a uma relação de eixos determinada todos os coefficientes ou indices racionaes combinados de todos os modos possiveis. Por ambos os methodos se pode determinar toda a *serie crystallina* de uma substancia mineral. E como em ambos elles é necessario partir de quatro faces inclinadas entre si, segue-se que sempre de um grupo de quatro n'esta posição relativa se podem *derivar* ou *deduzir* todas as faces possiveis. Pela applicação directa dos coefficientes ou dos indices á relação dos eixos, obtem-se as fórmas por *derivação*. Pelo methodo das zonas determinam-se por *deducção*.

Este processo de *deducção*, que é theoricamente geral e verdadeiro, nem sempre se pode applicar ás fórmas crystallinas ou porque entre as faces das que se observam realisadas n'uma substancia, não haja uma ininterrupta connexão de zonas ou porque não seja possivel descobrir n'um crystal quatro faces, que satisfaçam á condição fundamental.

65. **Symmetria das fórmas crystallinas.**—Se uma figura plana é dividida por uma recta de maneira, que tirando de qualquer ponto do seu perimetro uma normal á recta e prolongando-a de egual grandeza para o outro lado, a normal vá encontrar um ponto do perimetro, cada ponto de um e outro lado estará *symmetricamente* situado em relação á recta, e a figura ficará dividida em duas partes eguaes, que se dizem *symmetricas*. Esta propriedade da figura chama-se *symmetria*. Assim as duas semi-circumfe-

rencias do mesmo circulo são *symmetricas* entre si; os dois triangulos, em que se divide um quadrado por uma diagonal são egualmente *symmetricos*. O circulo é a figura plana que tem a mais perfeita symmetria, porque é dividida symmetricamente por qualquer diametro.

As metades symmetricas são sempre figuras congruentes e podem levar-se á coincidencia por uma conveniente rotação no seu plano. Quando a figura é dividida em metades não symmetricas, a coincidencia n'estas condições não se pode realisar.

O que se diz de uma figura plana relativamente a uma recta, applica-se a um solido em relação a um plano.

Se imaginarmos um crystal dividido por um plano, que passe pelo centro do solido, e seja de tal maneira situado, que uma normal tirada sobre elle de qualquer ponto na superficie do crystal, sendo prolongada da mesma quantidade além do plano, vá encontrar outro ponto da superficie, este plano é um *Plano de symmetria* do crystal. O solido fica por elle dividido em duas partes eguaes e egualmente situadas. A cada ponto ou elemento geometrico (angulo solido, aresta, face) corresponde *symmetricamente* outro ponto ou elemento homologo com o primeiro. O crystal diz-se *symmetrico* em relação ao plano. Se o plano porém divide a fórma em duas partes eguaes, porém diversamente situadas, não é plano de symmetria.

A direcção de todas as normaes ao plano de symmetria é um *Eixo de symmetria*. Os *planos* e *eixos de symmetria* podem ser mais do que um só. Assim no hexaedro os planos, que passam pelas diagonaes das faces parallelas são planos de symmetria. Egualmente o são os planos, que passam pelos meios das arestas parallelas.

É claro pois que uma fórma crystallina pode por diversos modos ser dividida em metades symmetricas entre si por diversos planos de symmetria. A symmetria será em tanto maior grau, quanto maior for o numero de *planos* e

conseguintemente, de *eixos de symmetria*, que n'ella se possam conceber.

Entre os solidos o que tem a symmetria no maximo grau é a esphera, porque os seus planos de symmetria são infinitos. A esphera fica sempre dividida em dois hemispherios eguaes, qualquer que seja o plano diametral, que se considere.

66. **Planos e eixos de symmetria principaes e secundarios.**—Se duas faces de um crystal estão symmetricamente situadas em relação a um plano, o seu angulo diedro é por elle dividido em duas partes eguaes. O plano passa pela aresta das duas faces. As intersecções das duas faces e do plano coincidem na mesma recta ou são parallelas entre si. As faces e o plano existem pois na mesma zona. Qualquer *plano de symmetria* é por consequencia parallelo a uma face possivel do crystal (n.º 60). Se dois elementos homologos estão symmetricamente situados em relação a um plano, será este egualmente plano de symmetria para todos os pares de elementos homologos, (faces, arestas, e angulos solidos) existentes ou possiveis no crystal.

Tomemos como exemplo a pyramide de base quadrada, fig. 38, e vejamos quaes planos de symmetria se podem n'ella imaginar. O plano $ABA'B'$ da base é evidentemente um plano de symmetria, em relação ao qual os dois angulos polares, os quatro lateraes, as arestas superiores e as inferiores ficam identicamente situadas. A recta PP' é o *eixo de symmetria* d'este plano. Pelas arestas polares oppostas snperiores e inferiores podemos fazer passar planos, que são egualmente planos de symmetria e cujos eixos são as diagonaes da base. Imaginemos que a fórma executa em redor do eixo

PP' uma rotação de $\frac{\pi}{2}$, com o que a

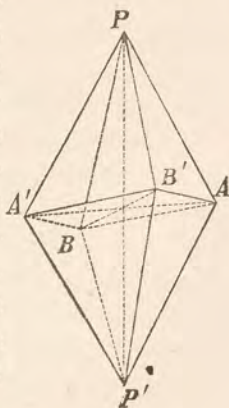



Fig. 38

diagonal AA' occupará o logar, que tinha primitivamente a diagonal BB'. Assim a face $AB'P$ tomará agora a posição $A B P$. As faces da fórma depois da rotação ficam parallelas ás faces na antiga, o crystal permanece pois sem nenhuma alteração, apesar de que se trocaram mutuamente as posições das diagonaes. Estes eixos de symmetria, como AA', BB', que podem trocar-se reciprocamente sem que a fórma na sua posição fique alterada, chamam-se *eixos homologos de symmetria*. Quando n'uma fórma ha planos, em que existem eixos homologos de symmetria, estes planos dizem-se *planos principaes de symmetria*, e as suas normaes tem o nome de *eixos principaes de symmetria* ou simplesmente de *eixos principaes*.

Se consideramos na pyramide, fig. 38, os planos de symmetria, que passam pelas arestas polares, é facil ver que em cada um d'elles existem dois eixos, que são as rectas PP' e BB', ou PP' e AA'. A figura da secção é em ambos os casos um rhombo. Os eixos PP' e BB' na secção $PBP'B'$, ou PP' e AA' na secção $PAP'A'$, não são *homologos*, porque se se trocam mutuamente, a fórma fica alterada na posição, e as suas faces deixam de ser parallelas ás primitivas. Os planos, que passam pelas arestas polares, são pois *planos de symmetria*, porém não *planos principaes*, são simples *planos secundarios de symmetria* ou *planos ordinarios de symmetria*, (*gewöhnliche Symmetrieebenen*, dos crystallographos allemães).

Na pyramide, que tem por base o hexagono regular, fig. 39, o plano $BCDB'C'D'$ da base é um plano de symmetria. A recta PP' é o eixo de symmetria d'este plano. Pelas arestas polares oppostas superiores e inferiores podemos fazer passar planos, que são egualmente planos de symmetria em numero de tres e cujos eixos são as tres diagonaes da base. Se a fórma realisa uma rotação de $\frac{\pi}{3}$ em redor do eixo PP', a recta BB', por exemplo, virá occupar

o logar deixado pela diagonal CC', a face PBC tomará agora a posição PCD e a fórma occupará o mesmo logar no espaço, apesar de que se trocaram successivamente as posições das diagonaes. Logo estas são *eixos homologos de symmetria*, e o plano da base é um *plano principal de symmetria*. Se fazemos passar tres planos pelos tres pares PB e $P'B'$, PC e $P'C'$, PD e $P'D'$ de arestas polares, determinaremos tres secções, que serão planos de symmetria. Em cada um d'elles existirão dois eixos, que serão a recta PP' e uma diagonal. Estes eixos não são homologos porque trocando-os mutuamente a fórma fica alterada na sua posição. Os tres planos serão por consequencia *planos secundarios de symmetria*.

No octaedro, fig. 40, ha tres planos principaes de sym-

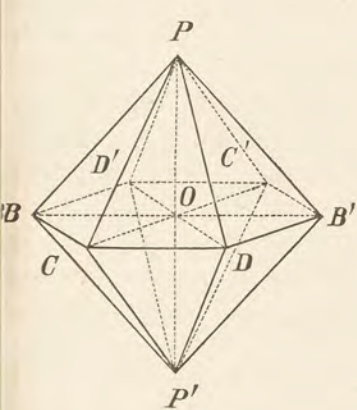



Fig. 39

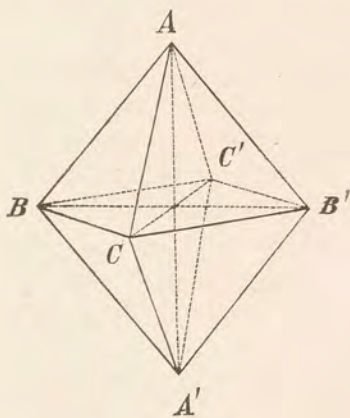



Fig. 40

metria, que passam cortando-se em angulos rectos por cada quatro arestas situadas no mesmo plano. Em cada um ha dois eixos homologos de symmetria, que são as diagonaes, e outros dois differentes dos primeiros, homologos entre si e representados pelas rectas, que unem os meios dos

lados parallelos nos quadrados. Mas além dos tres planos principaes a fórma tem ainda seis planos secundarios de symmetria, que passam pelos tres apothemas de cada face, e que se intersectam em angulos de 60° A figura da secção determinada por estes planos é um rhombo e n'elle existem dois eixos de symmetria não homologos.

67. **Divisão das fórmas crystallinas em quanto á symmetria.**—O numero maior ou menor dos planos principaes e secundarios determina o *grau de symmetria*, e por consequencia o de maior ou menor regularidade em um crystal. Dois ou mais crystaes são symmetricos no mesmo *grau*, quando n'elles se realisa o mesmo numero e qualidade de planos de symmetria.

Na crystallographia mathematica, tomando como fundamento a *lei da racionalidade*, demonstra-se que em todas as fórmas crystallographicamente possiveis, não podem conceber-se mais do que tres casos geraes quanto ao numero e á posição relativa dos planos de symmetria:

a) Crystaes, onde não ha nenhum plano principal de symmetria, embora possa haver planos secundarios, e onde por consequencia não existe eixo principal propriamente dito.

b) Crystaes, onde ha sòmente um plano principal de symmetria, e apenas necessariamente um eixo principal, e em que todavia existem planos secundarios.

c) Crystaes, onde ha tres planos principaes de symmetria, orthogonaes entre si, em cada um dos quaes existem as normaes aos outros dois, e onde por consequencia ha tambem tres eixos principaes, todos eguaes ou homologos.

O que se deduz analyticamente pela crystallographia theorica, é plenamente confirmado pela observação. Não ha um só crystal dos que em grande numero conhece a crystallographia experimental, que não esteja comprehendido n'uma das tres antecedentes categorias.

Como já se notou antecedentemente, não é nos crystaes da natureza condição essencial que os elementos homolo-

gos estejam precisamente á mesma distancia do centro. Para a symmetria não é pois tão pouco indispensavel que os elementos correspondentes nas metades symmetricas estejam a eguaes distancias do plano de symmetria, é sufficiente que existam egualmente situadas, ou que a um e outro lado d'este plano as faces correspondentes tenham a mesma posição, as arestas e os angulos solidos o mesmo valor, e que a successão d'estes elementos seja de um lado a mesma que do outro.

Consideradas em relação á symmetria, dividem-se todas as fórmas em duas grandes categorias. A primeira comprehende os crystaes *symmetricos*, e a segunda os *crystaes asymmetricos*.

68. **Systemas crystallographicos.**—Segundo o *grau de symmetria*, pelo qual é caracterisada cada fórma crystallina, se repartem os crystaes em classes diversas, que tem o nome de *Systemas crystallographicos*.

Um *Systema crystallographico* é a collecção de fórmas crystallinas, que tem todas o mesmo grau de symmetria, isto é, qne tem planos de symmetria no mesmo numero e da mesma qualidade, intersectando-se em angulos respectivamente eguaes.

Das tres principaes categorias, em que (n.° 67) se dividem segundo o numero e qualidade dos seus planos de symmetria as fórmas crystallinas, as duas ultimas ainda se subdividem, e todos os crystaes definitivamente se repartem em seis *systemas crystallographicos* da maneira seguinte:

I. *Crystaes symmetricos*:

A) Tendo nove planos de symmetria, tres principaes e orthogonaes entre si, e seis secundarios interceptando-se em angulos de 60°. Esta categoria de fórmas comprehende um unico systema, caracterisado pelo maximo grau de symmetria, o chamado communmente *Systema tesseral* (do latim *tessera*, dado, cubo) porque n'elle se inclue o hexaedro, e por varios mineralogistas denominado *Systema regular*;

B) Tendo um só plano principal de symmetria e varios planos secundarios:

α) Crystaes com sete *planos de symmetria*, dos quaes um principal, que passa pelas arestas lateraes da pyramide hexagonal representada em projecção horizontal na fig. 41, tres planos secundarios passando pelos polos *P* e respectivamente pelas tres diagonaes *ae*, *bf*, *cg* da base e tres *intermediarios* passando pelos polos e respectivamente pelos apothemas *hk*, *il*, *jm*, dos seis triangulos equilateros, em que as diagonaes dividem a base. As fórmas d'este segundo grau de symmetria incluem-se no *Systema hexagonal* assim chamado, porque as bases ou as secções horizontaes das fórmas n'elle comprehendidas são hexagonos regulares ou polygonos inscriptos ou circumscriptos symmetricamente ao hexagono regular;

β) Crystaes com cinco *planos de symmetria*, dos quaes um principal, *abcd*, que passa pelas arestas lateraes da pyramide de base quadrada, representada em projecção na fig. 42, dois secundarios *ad*, e *bc*, que passam pelo polo *P* e

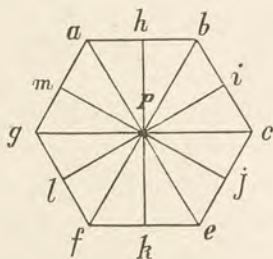
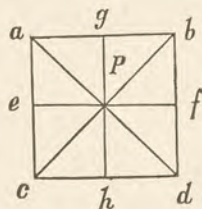



Fig. 41 Fig. 42

pelas arestas polares e mais dois planos *intermediarios*, que passam pelos apothemas *gh*, *ef*, dos triangulos, em que as diagonaes dividem a base. As fórmas d'este grao de symmetria constituem o *Systema tetragonal* assim chamado, porque as bases ou as secções horizontaes das fórmas n'elle

comprehendidas ou são tetragonos regulares (quadrados) ou polygonos inscriptos ou circumscriptos symmetricamente ao quadrado;

C) Crystaes sem plano principal de symmetria:

α) Crystaes com *tres planos secundarios ou não homologos de symmetria* orthogonaes, e estes são na pyramide rhombica, fig. 43, o plano $B\,C\,B'\,C'$, o plano $A\,B\,A'\,B'$, e o plano $A\,C\,A'\,C'$. As fórmas d'este grau de symmetria incluem-se no *Systema rhombico*, assim denominado porque a base ou a secção horizontal das fórmas n'elle contidas é um rhombo ou losango;

β) Crystaes com um só plano de symmetria. Assim no crystal de *Orthoclase* (*Feldspatho* de potassa), fig. 44, o plano

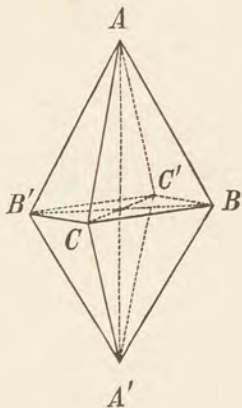
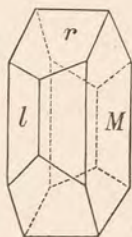



Fig. 43 Fig. 44

parallelo á face *M* é o seu unico plano de symmetria. Estes crystaes constituem o *Systema monosymmetrico*, segundo Groth, ou *Monoclinico*, segundo Naumann, porque n'elle é possivel eleger como planos coordenados tres planos, dos quaes apenas dois se interceptem obliquamente.

II. *Crystaes asymmetricos*:

Os crystaes asymmetricos são aquelles, em que não é possivel imaginar nenhum plano, que divida a fórma em me-

tades, cujos elementos estejam em relação a elle symmetricamente situados. N'estas fórmas não se realisa outra condição além de que a uma face corresponde sempre outra, que lhe é parallela. Este systema recebe de Groth o nome de *Systema asymmetrico*, e é por Naumann denominado *Triclinico*, porque quaesquer que sejam as tres faces adoptadas para planos coordenados, sempre todas se interceptam obliquamente. Exemplo de crystaes asymmetricos mostra a *Axinite*, fig. 45.

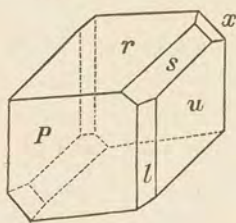



Fig. 45

Todos estes seis graos de symmetria se podem reduzir a tres divisões fundamentaes:

I. Crystaes, que Tschermak[1] chama de *construcção simples* (von einfacherem Baue) e que não tem planos principaes de symmetria. Comprehendem-se nos systemas *triclinico, monoclinico, rhombico*.

II. Crystaes de *construcção radial*, (von wirteligem Baue) cujos planos de symmetria eguaes se intersectam n'uma unica linha, que é o eixo principal. São os crystaes dos systemas *tetragonal* e *hexagonal*.

III. Crystaes de *construcção perfeitamente symmetrica e regular* (von regularem Baue). São os do *systema tesseral*.

69. **Systemas de eixos nos crystaes.**—Para estudar as relações geometricas das fórmas crystallinas, é em geral necessario eleger tres planos coordenados, que sejam parallelos a tres faces do crystal (n.° 49). Quaesquer que sejam as faces escolhidas, existentes ou possiveis, sempre se realisa a *lei da racionalidade*. E como n'um crystal são possiveis differentes systemas de planos ou de eixos coordenados, a eleição d'aquelles, a que se ha de referir a posição de uma face, ficaria inteiramente arbitraria, se particulares

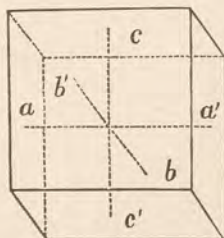
[1] Tschermak, *Lehrbuch der Mineralogie*. Wien, 1885, pag. 25.

considerações não viessem impor a este arbitrio uma limitação. E de facto para que as relações entre as fórmas se estabeleçam pelos processos geometricos mais faceis e expeditos convém sempre escolher entre todos os systemas de eixos aquelles, que tem o mesmo grau de symmetria do crystal, de maneira que os planos de symmetria do systema de eixos sejam ao mesmo passo planos de symmetria da fórma crystallina. Quando esta possue tres planos de symmetria, são estes naturalmente indicados para servirem de planos coordenados. Se pelo contrario, como succede nos systemas crystallinos de eixos inclinados (monoclinico e triclinico) os planos de symmetria não bastam ou não existem, é necessario eleger além do plano existente de symmetria, outras faces do crystal para completar ou constituir o systema de eixos coordenados. Fica manifesto que nos crystaes, onde ha planos de symmetria orthogonaes, são estes os que devem eleger-se para planos coordenados, pela vantagem que tem sempre os eixos orthogonaes sobre os obliquos para tornar mais faceis as deducções.

70. **Systemas de eixos nos diversos systemas crystallographicos.**—Pela applicação dos principios acima enunciados os systemas de eixos crystallographicos ficam determinados do modo seguinte:

1.º No *systema tesseral*, os planos coordenados são os tres planos principaes de symmetria, os quaes se intersectam em tres rectas, aa', bb', cc', fig. 46, que são os *eixos crystallographicos*, todos eguaes entre si e formando angulos rectos.

Fig. 46

2.º No *systema tetragonal*, o plano principal de symmetria, base da pyramide tetragonal, e os dois planos secundarios ad, bc, fig. 42, que passam pelos vertices dos angulos do quadrado, constituem o *systema de eixos orthogonaes*. Poder-se-hia

em vez dos eixos secundarios eleger os dois intermediarios *ef*, *gh*. A facilidade e simplicidade porém, na derivação e notação das fórmas, aconselha a preferencia dos primeiros, como se verá ao tratar-se d'este systema.

3.º No *systema hexagonal*, onde existe um plano principal de symmetria, tres secundarios e tres intermediarios, o systema de eixos crystallographicos, para accommodar-se á symmetria das fórmas, deve compor-se do eixo principal de symmetria, e dos tres secundarios ou intermediarios todos eguaes entre si e differentes do primeiro. A facilidade nas deducções torna preferiveis os secundarios, como adeante se verá ao estudar o systema hexagonal. As fórmas d'este systema terão pois *crystallographicamente* quatro eixos, o principal e tres secundarios eguaes *ae*, *bf*, *cg*, fig. 41, mas para as applicações da geometria um dos secundarios é superfluo, e por isso para todas as deducções geometricas se ha de considerar o systema de eixos formado unicamente do eixo principal e de dois eixos secundarios eguaes, que se intersectam em angulos de 60°.

4.º No *systema rhombico*, onde existem apenas entre si orthogonaes tres planos secundarios de symmetria $BCB'C'$, $ABA'B'$, $ACA'C'$, fig. 43, são estes os que se escolhem como planos coordenados, e os eixos crystallographicos são os tres eixos de symmetria AA', BB', CC', ou a, b, c, egualmente orthogonaes e todos differentes em grandeza.

5.º No *systema monoclinico*, onde sómente existe um plano secundario M e um eixo correspondente de symmetria, fig. 44, sempre estes fazem parte do systema de planos ou de eixos coordenados, que se adoptam para as fórmas crystallinas. Para completar o systema de eixos e de planos coordenados é necessario escolher duas faces, que no crystal sejam perpendiculares ao plano unico de symmetria e inclinadas entre si. Os tres planos intersectam-se em tres eixos a, b, c, de grandezas differentes, dos quaes dois, a, c, se intersectam n'um angulo não recto β, e o terceiro b é

normal aos outros dois, e por consequencia são rectos os angulos α, γ.

6.° No *systema triclinico,* onde não existe plano algum de symmetria, nem mesmo secundario, quaesquer tres faces concorrentes do crystal dão pelas suas intersecções tres eixos deseguaes, *a*, *b*, *c*, que formam todos entre si angulos não rectos α, β, γ.

71. **Divisão do espaço do crystal. Oitantes e dodecantes.**— Os planos, que passam pelos eixos, dividem o espaço do crystal em um numero par de espaços angulares ou regiões. Nos systemas, em que ha apenas tres eixos crystallographicos (systema tesseral, tetragonal, rhombico, monoclinico, triclinico), as regiões são necessariamente oito e chamam-se *Oitantes.* No systema hexagonal, onde as faces das fórmas estão dispostas symmetricamente em relação a um eixo principal e tres secundarios, é evidente que os quatro planos de symmetria dividem o espaço do crystal em doze regiões, seis superiores acima do plano principal e seis inferiores abaixo d'elle. Cada uma d'estas regiões é pois um *dodecante.* É egualmente manifesto que as regiões,—oitantes ou dodecantes,—sómente são todas eguaes angularmente nos tres systemas de eixos orthogonaes (tesseral, tetragonal, rhombico) e no systema hexagonal. Nos de eixos inclinados unicamente são eguaes: no systema monoclinico cada grupo de quatro, isto é, são eguaes os oitantes $POAB$, $POA'B$, fig. 47, e os que lhes são a um e outro lado do plano de symmetria BPB' diametralmente oppostos, e são tambem eguaes, mas differentes dos primeiros os oitantes $POAB'$, $POA'B'$, e os que lhes ficam oppostos diametralmente: No systema triclinico apenas são eguaes, fig. 47, dois a dois os oitantes diametralmente oppostos, como $POAB$ e $P'OA'B'$.

72. **Disposição das faces do crystal em relação aos eixos.**—As faces do crystal em qualquer systema acham-se dispostas de maneira que se uma corresponde a uma região (oitante ou dodecante), necessariamente haverá

outras nas regiões homologas com a primeira, e cada uma d'estas interceptará nos tres eixos segmentos ou parame-

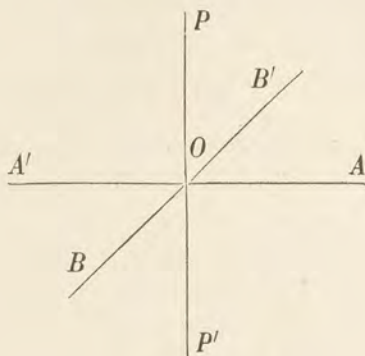



Fig. 47

tros respectivamente eguaes. Porque só d'esta maneira a fórma resultante satisfará ás condições de symmetria particular de cada systema crystallographico. Supponhamos, como exemplo, que os tres eixos do crystal são os que caracterisam o systema tetragonal, em que além do eixo principal e do plano principal de symmetria, ha dois eixos secundarios eguaes e dois planos secundarios de symmetria homologos entre si, fig. 48. N'este caso os planos de symmetria são orthogonaes e dividem o espaço do crystal em oitantes eguaes. O crystal é symmetrico em relação aos planos XOZ, YOZ e XOY. A disposição das suas faces deve pois subordinar-se a estas condições de symmetria. Se pois no oitante $XOYZ$ existe uma face ABC, cujos parametros sejam OA, OB, OC em geral deseguaes, a symmetria segundo o plano XOZ determina a existencia de uma segunda face $AB'C$, que fica em relação áquelle plano collocada symmetricamente com a primeira ABC. E como o crystal é tambem symmetrico relativamente ao plano YOZ, deverão existir nos oitantes $X'OYZ$ e $X'OY'Z$ outras duas

faces ABC, $A'B'C'$, tendo parametros respectivamente eguaes aos das antecedentes. Sendo, pois, o crystal ainda

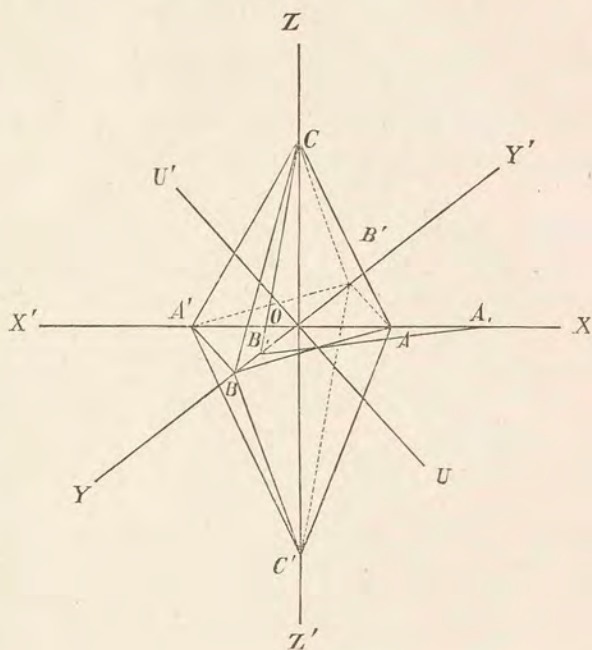



Fig. 48

symmetrico em relação ao plano XOY, que é o principal de symmetria, as faces, que existem acima d'este plano, devem reproduzir-se abaixo d'elle e por isso ás faces ABC, $AB'C$, $A'BC$, $A'B'C$, hão de corresponder para o lado negativo do eixo OZ as faces ABC', $AB'C'$, $A'BC'$, e $A'B'C'$.

A symmetria, porém, ainda não ficará plenamente satisfeita com as oito faces assim traçadas, porque suppondo em geral deseguaes os tres parametros em cada uma, a fórma resultante terá tambem deseguaes os seus tres eixos, em quanto que no caso presente a symmetria exige a egualdade dos dois eixos secundarios. Para que ella se realise

completamente é necessario que á face já descripta em cada oitante corresponda outra, que em relação ao plano intermediario de symmetria esteja com ella symmetricamente situada. Cada uma d'estas novas faces terá os mesmos parametros d'aquella, com quem é symmetrica relativamente ao plano intermediario UU', tendo porém trocados ou permutados os parametros, que assentam sobre os eixos secundarios e ficando constante o relativo ao eixo principal.

Assim, se na face ABC o parametro a pertence ao eixo OX, o parametro b ao eixo OY, e o parametro c ao eixo OZ, na segunda face $A_{/}B_{/}C$ do mesmo oitante os parametros a, b, correspondem respectivamente aos eixos OY e OX. D'esta maneira os eixos secundarios da fórma resultante ficarão eguaes e será completamente satisfeito o que exige a symmetria.

Se os tres eixos, pelas condições especiaes de symmetria no crystal, devem todos ficar deseguaes, como succede no systema rhombico, é claro qne em cada um dos oitantes se não pode fazer a permutação dos parametros correspondentes aos eixos OX, OY. Haverá em cada oitante sómente uma face, e a fórma terá apenas tres planos ordinarios de symmetria.

Consideremos agora o caso mais complexo, aquelle, em que ha trez planos homologos, ou principaes de symmetria e em que por conseguinte as fórmas tem sempre eguaes os seus tres eixos, como succede no systema tesseral.

N'este caso para que a symmetria subsista no mesmo grau caracteristico d'este systema, é necessario que em cada oitante a uma face, cujos parametros a, b, c, em geral deseguaes se applicam respectivamente aos eixos OX, OY, OZ, corresponda outra, que tenha o mesmo parametro c no eixo OZ, e os parametros a, b, respectivamente nos eixos OY, OX. E como a fórma é egualmente symmetrica em relação a todos os eixos, deve o parametro c cair tambem no eixo

OX, os parametros a, b, uma vez respectivamente nos eixos OY, OZ, e outra vez nos eixos OZ, OY. E finalmente c corresponderá ao eixo OY, e a, b, uma vez respectivamente aos eixos OX, OZ, e outra vez aos eixos OZ, OX. Haverá pois em cada oitante seis faces com os parametros a, b, c, e todas conseguintemente com a mesma grandeza e figura.

Quando dois eixos são inclinados, e o terceiro normal aos dois, como se realisa no systema monoclinico, a uma face traçada em um oitante correspondem tres nos outros tres oitantes homologos, e sómente as faces situadas n'estes oitantes e determinadas pelos mesmos parametros a, b, c, tem figuras eguaes e são por consequencia homologas. As dos outros quatro oitantes são homologas entre si, e heterologas com as primeiras.

Se os eixos são todos inclinados, como no systema triclinico, e os oitantes sómente homologos dois a dois, a uma face traçada em um apenas corresponde uma egual e com eguaes parametros no oitante diametralmente opposto. A fórma resultante compõe-se pois de quatro pares de faces parallelas duas a duas, e eguaes em grandeza e figura em cada par.

No caso de serem inclinados os eixos, é manifesto que a egualdade dos parametros e por consequencia a dos coefficientes de derivação, ou dos indices, não implica forçosamente que as faces sejam homologas. Porque se, por exemplo, no caso do systema monoclinico, uma face ABC com os parametros a, b, c, corta os tres eixos, no oitante $XYOZ$, haverá no oitante $X'YOZ$ uma face $A'BC$, que terá parametros respectivamente eguaes aos da primeira e será com ella situada symmetricamente em relação ao plano unico de symmetria YOZ, e n'este caso serão eguaes os triangulos ABC e $A'BC$ por ser BC lado commum, $AB = A'B$, obliquas egualmente afastadas da perpendicular OB a OX, e $AC = A'C$, obliquas equidistantes de O, pé da normal OC

a OX. Mas se no oitante $XOY'Z$ se cortam os parametros a, b, c, eguaes aos da face ABC, resultará uma face differente da primeira, porque o triangulo $AB'C$ não será egual ao triangulo ABC, visto que n'elles é $AB = AB'$, AC lado commum, mas BC não è egual a $B'C$, porque OY é inclinado a OZ.

Quando os tres eixos são todos inclinados, como no systema triclinico, não existe nenhum plano de symmetria. Se no oitante $XYOZ$ se marcam tres parametros deseguaes a, b, c, sómente no oitante diametralmente opposto $X'Y'OZ'$ tres parametros respectivamente eguaes aos primeiros determinarão um plano parallelo ao do oitante $XYOZ$, e em um e outro as faces terão figuras congruentes ou serão homologas. Tres pares de faces parallelas resultarão de se traçarem nos outros oitantes homologos faces com parametros respectivamente eguaes aos primeiros.

73. **Permutação dos parametros.**—Do que fica exposto no numero antecedente resulta que n'um crystal os tres parametros a, b, c, deverão recair successivamente em todos os eixos, que são eguaes. Se o crystal pertence ao systema tesseral e tem por consequencia tres eixos orthogonaes e eguaes entre si, se applicamos aos eixos OX, OY, OZ respectivamente os parametros a, b, c, é necessario, que cada um d'elles venha a cair successivamente em cada um dos eixos. Isto reduz-se a fazer das tres grandezas a, b, c, todas as permutações, e a applicar sempre o parametro designado pela primeira lettra da permutação ao eixo OX, o da segunda a OY, o da terceira a OZ. E como as permutações de a, b, c são a, b, c; a, c, b; b, a, c; b, c, a; c, a, b; c, b, a, darão origem a seis faces homologas em cada oitante e a fórma total resultante será de quarenta e oito faces triangulares. A applicação de cada um dos parametros a todos os tres eixos successivamente implicará a existencia de tres eixos todos eguaes.

Se o crystal tem um só eixo principal, e em um oitante

ou dodecante dois secundarios eguaes, como no systema tetragonal e no hexagonal, a applicação dos parametros ha de realisar-se de maneira que subsista esta relação. Se traçamos pois nos eixos OX, OY, OZ respectivamente os parametros a, b, c, para satisfazer ás condições de symmetria havemos de applical-os agora pela sua ordem aos eixos OY, OX, OZ, de maneira que o parametro a, que primeiro caía em OX, venha agora a pertencer a OY, b, que se traçava em OY, corresponda a OX, e que o parametro c continue a assignalar-se no eixo OZ. Haverá pois sómente duas permutações a, b, c, e b, a, c, em relação aos eixos eguaes OX, OY, e ficarão determinadas duas faces eguaes e symmetricamente situadas em relação ao plano intermediario de symmetria. Se estendessemos as permutações ao eixo OZ, teriamos uma fórma com tres eixos eguaes, a qual deixaria de realisar as condições do systema tetragonal e do hexagonal.

Consideremos agora um crystal sem nenhum plano principal de symmetria, em que, segundo é sabido, todos os tres eixos orthogonaes ou inclinados são deseguaes. Applicando successivamente aos tres eixos os parametros a, b, c, é claro que não se pode fazer d'elles nenhuma permutação porque trocando, por exemplo, a e b, e conservando c no eixo OZ, obteriamos uma fórma com dois eixos eguaes, como no caso antecedente.

Tudo quanto fica exposto se pode resumir nas seguintes conclusões:

1.ª O numero de permutações realisadas entre os parametros determina em geral um differente *grau de symmetria* n'uma fórma.

2.ª Os parametros não podem permutar-se senão entre eixos eguaes.

3.ª Todas as permutações possiveis, isto é, seis, dos tres parametros, definem o systema da maxima symmetria, o tesseral.

4.ª Duas unicas permutações, correspondem aos systemas de um só eixo principal, e dois secundarios em cada oitante ou dodecante, isto é, ao systema tetragonal e ao hexagonal.

5.ª A applicação dos parametros sem permutação, corresponde aos systemas de eixos deseguaes, orthogonaes ou obliquos, aos systemas sem eixo principal, isto é, ao rhombico, ao monoclinico e ao triclinico.

74. **Fórmas simples e compostas.**—É agora facil definir o que seja crystallographicamente uma *fórma simples* e o que deva entender-se por *faces homologas*, completando a noção puramente geometrica já expendida anteriormente (num. 35 e 38). Segundo o exposto (num. 72 e 73) as faces situadas em oitantes ou dodecantes homologos e determinadas por parametros respectivamente eguaes são eguaes em grandeza e figura, são polygonos congruentes. *Faces homologas* são pois todas as que existem em *oitantes* ou *dodecantes homologos*, e são caracterisadas pela condição essencial de que *se uma se realisa no crystal, coexiste necessariamente com tantas outras correlativas, e eguaes, quantas exigem em cada systema crystallographico as leis da sua symmetria particular*. Assim a face ABC (fig. 48) n'um crystal do systema tetragonal ou do rhombico, ou monoclinico é *homologa* com a face $A'BC$, porque esta corresponde á primeira e é determinada pela symmetria da fórma em relação ao plano YOZ.

E porque uma fórma simples (num. 38) é a coexistencia de faces todas homologas, podemos definil-a com todo o rigor crystallographico, como sendo *a collecção de todas as faces, cada uma das quaes determina, segundo as leis de symmetria particulares a um crystal, a existencia de todas as outras*, ou ainda por outros termos: *a collecção de todas as faces, determinadas em todos os oitantes ou dodecantes homologos por parametros respectivamente eguaes.*

Se as faces de um crystal não satisfazem *todas* a estas

condições, pertencem a grupos distinctos de faces homologas, cada um dos quaes determina uma fórma simples e o crystal é n'este caso limitado por uma *fórma composta* ou *combinação*.

75. **Holoedria. Hemiedria.**—Nem sempre n'um crystal se guarda a lei crystallographica de que *a existencia de uma face determine a coexistencia de todas as que exige a symmetria*. São numerosos os exemplos de substancias, onde apparece esta excepção. Quando ella se realisa, falta no crystal um certo numero de faces, que deveriam existir, se a lei da symmetria se tivesse cumprido exactamente. Mas n'este caso as faces desapparecidas observam leis geometricas tão rigorosas e geraes, como as que presidem aos demais phenomenos crystallographicos. No exemplo citado do *Tetraedro* (num. 44) verifica-se que esta fórma tem as suas faces situadas de maneira que correspondem a quatro faces alternas do octaedro. O tetraedro tem pois metade do numero de faces do octaedro, e é facil obtel-o d'este solido, imaginando prolongadas n'elle quatro faces alternas até o completo desapparecimento das restantes. O tetraedro é pois crystallographicamente metade do octaedro, é uma *fórma metade*. Esta circumstancia de que uma fórma crystallina tenha as suas faces correspondendo exactamente ás faces de outra, tomadas em numero egual á metade do total, chama-se *Hemiedria* (de ἡμι, metade, e ἕδρα, face) e a fórma, em que isto se realisa, diz-se *fórma hemiedrica* ou simplesmente um *Hemiedro*.

A fórma, a cujas faces correspondem as da fórma hemiedrica, ou aquella, de que se imagina eliminada metade do numero das faces para obter a hemiedrica, chama-se *holoedrica* ou simplesmente um *Holoedro* (de ὅλος, todo, e ἕδρα, face), e a propriedade ou o caracter de que uma fórma crystallina tenha o numero total ou completo das suas faces, qual deve ser segundo as leis da symmetria, (n.º 72) tem o nome de *Holoedria*. O octaedro é pois uma *fórma holoe-*

drica ou um *holoedro* em relação ao tetraedro, que é a sua *fórma hemiedrica* ou o seu *hemiedro* correspondente.

A *hemiedria* é um phenomeno vulgar nas fórmas crystallinas. Um grande numero de substancias mineraes não crystallisam senão em fórmas hemiedricas. Muitas d'ellas se observam, além do tetraedro, em diversos mineraes, ou isoladas ou em combinações, e tem as suas faces correspondendo exactamente ás de outras fórmas, de que se passa para as primeiras, imaginando desapparecida metade do numero das faces. Não é essencial em todos os casos que as faces eliminadas sejam as alternas. Por outros modos se pode obter a hemiedria.

Mas além da *Hemiedria geometrica* ou *morphologica* existe ainda outra, que podemos chamar propriamente *physica*, a qual pode realisar-se de maneira que o hemiedro obtido seja egual geometricamente ao holoedro correspondente. Assim o *Hexaedro* pode dar origem a um hemiedro, que em quanto á figura se não distingue da fórma holoedrica. Para o produzir é claro que não podemos eliminar faces alternas, porque no cubo é impossivel a alternação. Se porém, suppomos dividida cada face do hexaedro em quatro quadrados, e se imaginamos prolongados os grupos alternos de tres faces nos angulos solidos, de maneira que desappareçam as faces adjacentes aos outros angulos, a fórma hemiedrica resultante será um *hexaedro* geometricamente egual ao holoedrico. N'este caso os angulos solidos do cubo, que *geometricamente* são todos eguaes, são comtudo apenas homologos ou eguaes *physicamente*, quando se comparam entre si os angulos solidos alternos.

Não é pois, em rigor, necessario que a fórma hemiedrica seja geometricamente diversa da holoedrica, da qual se deriva. Assim, uma das fórmas frequentes na *Blenda* (sulfureto de zinco) apresenta a figura de um octaedro, e é realmente a combinação de dois tetraedros, cada um dos quaes se distingue do outro pela differente qualidade physica das

suas faces. O cubo de *Pyrite* é geometricamente um hexaedro unico, mas é realmente um producto da hemiedria.

76. **Processos geraes da hemiedria.**—A hemiedria só pode realisar-se nos crystaes, que tem muitos planos de symmetria, e por conseguinte nos que pertencem aos primeiros quatro systemas crystallographicos. Em todos elles a fórma hemiedrica deriva-se da holoedrica, imaginando prolongadas até ás suas mutuas intersecções as faces pertencentes a uma das metades do holoedro, e eliminadas as que constituem a outra metade. Em relação á hemiedria não é a metade physica, mas sim a metade crystallographica a que se considera. Para que a hemiedria se realise é necessario que as faces prolongadas estejam dispostas em relação ás eliminadas n'uma certa relação.

Todo o holoedro dos quatro primeiros systemas está virtualmente dividido pelos seus planos de symmetria em um determinado numero de partes, ou regiões, todas eguaes e congruentes entre si. Assim o octaedro fica repartido em oito partes pelos tres planos principaes de symmetria, a pyramide tetragonal em egual numero pelo plano principal e pelos dois planos secundarios. Para obter o hemiedro será preciso que a metade prolongada no holoedro tenha as suas regiões correspondendo symmetricamente ás regiões eliminadas ou,—o que é equivalente,—que as diversas regiões, que relativamente ao plano de symmetria, adoptado para plano de divisão, estão symmetricamente situadas, pertençam a differentes metades, isto é, uma d'ellas á metade prolongada, e a outra á eliminada. Imaginemos por exemplo o solido de 48 faces, fig. 49, dividido pelos seus planos principaes de symmetria em oito regiões correspondentes ás faces do octaedro e queiramos d'elle derivar um hemiedro ou uma fórma de 24 faces. Escolhamos para as prolongar as faces de um oitante qualquer. As faces, que com estas devem produzir o hemiedro, serão as incluidas nos tres oitantes não symmetricos com o primeiro em relação aos

tres planos principaes. O hemiedro obtido será uma fórma de 24 faces triangulares escalenas dispostas aos grupos de seis, correspondendo cada um a uma face do tetraedro *(Hexakistetraedro)*, fig. 50.

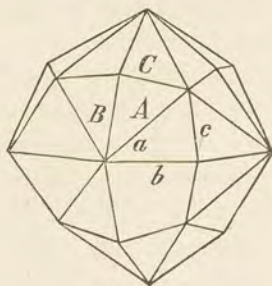



Fig. 49

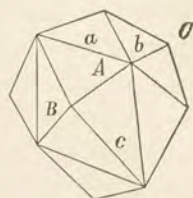



Fig. 50

D'esta relação, que devem guardar entre si as partes ou regiões, que se prolongam e as que se eliminam, resulta necessariamente ser cada eixo de symmetria cortado a egual distancia do centro do crystal para um e outro lado por egual numero de faces, que formam entre si e com o eixo de symmetria angulos respectivamente eguaes.

Tambem é d'este processo necessaria consequencia o serem eguaes em grandeza e figura as faces do hemiedro, que será, como o holoedro correspondente, uma fórma simples. Se o holoedro é uma fórma finita ou fechada, tambem o hemiedro, que lhe é relativo, limitará completamente o espaço, e se o holoedro é uma fórma aberta ou infinita, da mesma qualidade será o hemiedro.

Da condição fundamental, a que devem satisfazer a metade prolongada e a eliminada, se infere desde logo que o hemiedro tem sempre um menor grau de symmetria do que o seu holoedro. Porque das duas partes ou regiões symmetricamente situadas em relação aos planos de symmetria, sendo sempre uma prolongada e a outra eliminada, deixará

de existir no hemiedro a symmetria em relação aos planos, que serviram á divisão do holoedro em suas metades.

É evidente que do mesmo holoedro derivam dois hemiedros eguaes e só differentes na posição, porque as partes ou regiões primeiramente prolongadas podem ser depois as eliminadas, e inversamente. E é egualmente manifesto que se estas duas fórmas se imaginam limitando simultaneamente o mesmo espaço, darão geometricamente como resultante o holoedro, d'onde se derivam. As fórmas hemiedricas propriamente ditas são sempre aos pares. Um d'estes hemiedros chama-se *positivo*, o outro *negativo*. E como da coexistencia dos dois para fechar o mesmo espaço resulta reproduzido geometricamente o holoedro, chamam-se *hemiedros complementares* ou *conjugados*. Pelo seu caracter de antagonismo os dois hemiedros dizem-se tambem *Solidos antagonistas (Gegenkörper* dos allemães).

Do exposto é facil concluir que de um mesmo holoedro se pode em certos casos derivar mais de um hemiedro, conforme for diversa a maneira, segundo a qual se repartir a fórma em partes ou regiões symmetricas, isto é, segundo forem diversos os planos de symmetria escolhidos para esta divisão. Um holoedro dará origem a tanto maior numero de hemiedros differentes, quanto maior for o numero dos seus planos de symmetria. É nos systemas, onde como no tesseral, no hexagonal, e no tetragonal, ha mais de tres planos de symmetria, que é possivel esta diversidade. Assim, por exemplo, do tetracontaoctaedro, fig. 49, se em vez de eleger para a divisão da fórma em regiões os tres planos principaes, escolhemos os secundarios, e applicamos a regra fundamental da hemiedria, haveremos de prolongar uma face do holoedro e eliminar a que lhe é symmetrica em relação a cada plano. A fórma resultante será de 24 faces trapezoidaes (*Diploedro* ou *Dyakisdodecaedro*), fig. 51.

A maneira particular, porque do mesmo holoedro se podem derivar hemiedros differentes na figura, segundo os

planos de symmetria, que servem á divisão do holoedro em partes ou regiões, chama-se a *Lei da hemiedria.*

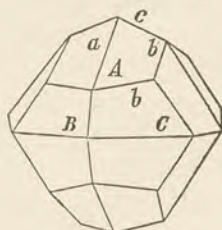



Fig. 51

Quando um hemiedro satisfaz ás condições, que tornam possivel eliminar metade do numero das suas faces, resulta uma nova hemiedria. A fórma resultante é a quarta parte da holoedrica, e chama-se por isso fórma *tetardoedrica*, ou simplesmente um *Tetardoedro* e diz-se *Tetardoedria* esta hemiedria de segunda ordem.

As fórmas tetardoedricas são sempre necessariamente em numero de quatro.

Do principio geral da hemiedria é consequencia necessaria que ha tres modos geraes de escolher as faces, que de um holoedro podem ser prolongadas para obter os hemiedros:

a) Prolongando as faces contidas na mesma região do crystal (oitantes, ou dodecantes) e eliminando as que pertencem ás regiões symmetricas com as primeiras. Assim do octaedro se obtem o tetraedro, do tetracontaoctaedro o *hexakistetraedro.*

b) Prolongando as faces alternas em cada região. Assim do tetracontaoctaedro se obtem prolongando as faces alternas em cada oitante um *icositetraedro tetragonal* de faces quadrilateras irregulares, um *diploedro,* fig. 51.

c) Prolongando seguidamente as faces alternas de umas para outras regiões. Assim do tetracontaoctaedro se deduz um solido contido em 24 faces pentagonaes irregulares, o *icositetraedro pentagonal.*

A applicação dos differentes processos de hemiedria pode dar origem a duas categorias diversas de hemiedros. Quando o processo empregado obriga, como no caso do tetraedro, a prolongar faces não parallelas, resulta um hemiedro de *faces inclinadas*. Quando se prolongam as faces do

holoedro de maneira que a cada uma corresponda a sua parallela, como succede, por exemplo, na passagem da pyramide de base dodecagonal, fig. 52, para o scalenoedro

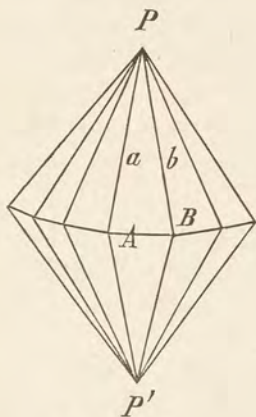
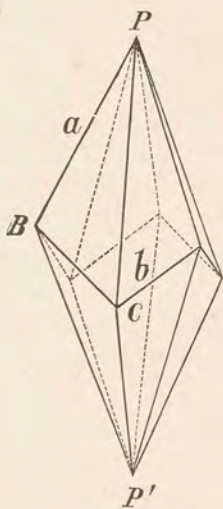
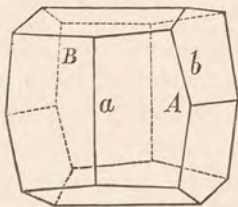



Fig. 52 Fig. 53

hexagonal, fig. 53, ou do cubo pyramidal, fig. 6 (pag. 45) para o dodecaedro pentagonal, fig. 54, o hemiedro diz-se de *faces parallelas*.

Fig. 54

77. **Caracter crystallographico. Notação dos hemiedros.**—As fórmas hemiedricas não se encontram coexistindo indistinctamente com as holoedricas de um systema crystallographico na mesma substancia. Cada corpo crystallisa ou em fórmas holoedricas ou nas hemiedricas, que lhes são correspondentes. Quando porém, uma substancia apparece em fórmas hemiedricas, observa-se que sómente manifesta os hemiedros obtidos segundo a mesma *lei de hemiedria*.

O ser um corpo nas suas fórmas crystallinas exclusivamente holoedrico, ou hemiedrico, segundo uma determinada lei de hemiedria, constitue o seu *Caracter crystallographico.* Assim, por exemplo, no systema tesseral, a *Galena, a Fluorina*, a *Granada*, a *Spinelle*, no systema hexagonal, o *Beryllo*, no systema tetragonal, o *Rútilo*, a *Cassiterite*, o *Zircão*, no systema rhombico, o *Salitre*, apparecem exclusivamente em fórmas holoedricas, ou teem o *Caracter holoedrico*. No systema tesseral, o *Diamante*, a *Blenda*, são hemiedricos, segundo a mesma lei de hemiedria, e a *Pyrite* tambem é hemiedrica, porém segundo uma lei diversa da antecedente. No systema hexagonal a *Calcite*, a *Siderite*, a *Turmalina* são hemiedricas, conforme a mesma lei, e a *Apatite* (phosphato de calcio), a *Pyromorphite* (phosphato de chumbo) seguem uma lei de hemiedria differente da primeira. No systema tetragonal, a *Chalkopyrite* (sulfureto de ferro e cobre) é hemiedrica, e a *Scheelite* (wolframato de calcio) e a *Stolzite* (wolframato de chumbo), são tambem hemiedricas, mas segundo uma lei diversa da primeira. Pode pois assentar-se como lei crystallographica a seguinte:

«Uma substancia não crystallisa indifferentemente em todas as fórmas do systema, a que pertence, mas ou exclusivamente nas holoedricas, ou só nas hemiedricas, que obedecem á mesma *lei de hemiedria*».

Os symbolos dos hemiedros derivam-se da notação das fórmas holoedricas, de que procedem. Segundo Naumann, designa-se o hemiedro pelo symbolo do holoedro correspondente, dando-lhe o denominador symbolico 2, e distinguindo os dois solidos complementares pelos signaes + e —. Assim o tetraedro é denotado por $\pm \frac{0}{2}$ e em geral se mFn é a notação geral da fórma holoedrica, será $\pm \frac{mFn}{2}$ o do holoedro correspondente. Quando da mesma fórma holoedrica se podem, por differentes processos de hemiedria

obter dois holoedros de figuras diversas, o symbolo de um encerra-se em parenthese. Assim, se a fórma mFn pode produzir dois differentes hemiedros, um d'elles é representado por $\pm \frac{mFn}{2}$, e o outro por $\pm \left[\frac{mFn}{2}\right]$.

Segundo a notação de Miller o hemiedro é symbolicamente representado pela notação do holoedro correspondente, antepondo-lhe as lettras π ou $\varkappa$, iniciaes das palavras gregas παράλληλος (parallelo), e κλίνω (inclinar), segundo os hemiedros são de faces parallelas ou inclinadas.

78. **Combinações.**—Para produzir uma fórma composta ou *Combinação*, é necessario que simultaneamente concorram a fechar o mesmo espaço duas ou mais fórmas simples. Para determinar qual o numero e a qualidade das fórmas simples é preciso distinguir uns dos outros os grupos de faces homologas, que existem na combinação. É n'este processo, que consiste a *resolução* da fórma composta nas suas fórmas simples ou *elementares*. Quando as combinações não são muito complexas, e os crystaes não se desviam consideravelmente do seu typo ideal, a discriminação das faces que são homologas, não é difficil e as fórmas simples contidas n'uma fórma composta podem obter-se imaginando que as faces de cada grupo se prolongam até que umas a outras se intersectem, fazendo desapparecer ou occultando as faces pertencentes aos demais grupos. Se, por exemplo, na combinação do hexaedro e do octaedro, fig. 55, se imaginam prolongadas as seis faces *H* até que as faces *O* desappareçam encobertas pelas primeiras, a fórma obtida será evidentemente o hexaedro. Se, ao contrario, se prolongam as oito faces *O*, até que pelas suas intersecções occultem ou façam desapparecer as faces *H*, a fórma resultante será o octaedro. Quando as combinações são assaz complexas e os crystaes, principalmente nos systemas de inferior symmetria, são, como geralmente succede em a natureza, mais ou menos desviados da perfeição geometrica, a distincção

das fórmas simples e a sua *identificação crystallographica* exigem processos mais complicados, em que intervem as operações goniometricas e os calculos crystallographicos.

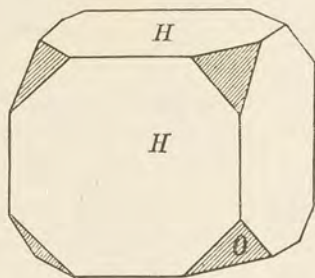



Fig. 55

Na citada combinação do hexaedro com o octaedro, é facil ver que os triangulos equilateros *O* podem estar mais ou menos proximos do centro da fórma, ou ter maior ou menor area em relação á da face do hexaedro. D'estas variações da distancia resultará em differentes crystaes da mesma fórma composta um differente aspecto, apparencia, ou *Habito* do crystal. Quando as faces *O* substituem os angulos solidos do hexaedro, fazendo desapparecer nas suas arestas pequenos segmentos, a combinação tem o aspecto, o *habito* do hexaedro. Mas se imaginarmos que os triangulos *O* se movem parallelamente a si mesmos, tomando successivamenle posições cada vez menos distantes do centro, a combinação irá perdendo mais e mais o habito do hexaedro, approximando-se ao do octaedro, até que as faces d'esta fórma se toquem por um unico ponto duas a duas como se mostra na fig. 56, que representa uma das fórmas frequentes na *Galena* (sulfureto de chumbo) o chamado *Cubo-octaedro*. N'este caso as faces do hexaedro ficam representadas pelos quadrados inscriptos ás faces do hexaedro completo. Se as faces *O*, continuando a mover-se parallelamente

a si mesmas, se approximam ainda mais do centro do crystal, intersectar-se-hão em linhas rectas, que serão segmentos das arestas do octaedro, e os triangulos equilateros apparecerão convertidos em hexagonos equiangulos. O quadrado *H* irá successivamente diminuindo, e a combinação tomando cada vez mais o aspecto ou *habito* do octaedro, como se vê na fig. 57.

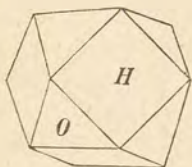



Fig. 56

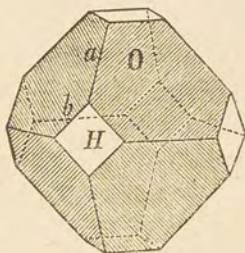



Fig. 57

D'este exemplo se deprehende que em differentes crystaes da mesma combinação, a relação entre a area da face n'uma das fórmas simples e a area da outra pode ser extremamente diversa. D'aqui podem resultar diversas apparencias, aspectos, ou *habitos* da combinação.

A fórma simples, que dá o aspecto á combinação, diz-se *fórma dominante* ou *principal*, as outras chamam-se, a respeito d'ella, *fórmas subordinadas* ou *secundarias*. Na combinação, fig. 55, o hexaedro é a *fórma dominante*, o octaedro a *subordinada*. Na fig. 57, é o inverso, que se realisa. Quando nenhuma das fórmas simples imprime o seu aspecto á combinação, ou quando nenhuma d'ellas é dominante diz-se que as fórmas simples *estão em equilibrio*, como na combinação do hexaedro com o octaedro, fig. 56.

Em uma combinação os elementos crystallographicos de cada fórma experimentam forçosamente mais ou menos profundas alterações. Assim na combinação, fig. 55, os angulos solidos do hexaedro apparecem substituidos pelos

triangulos equilateros, que representam as faces do octaedro. As faces do hexaedro estão convertidas de quadrados em octogonos. Na combinação, fig. 57, os angulos solidos do octaedro estão substituidos por pequenos quadrados, que representam as faces do hexaedro, e as faces do octaedro apparecem mudadas de triangulos equilateros em hexagonos equiangulos. Em um e outro exemplo cada face de uma das fórmas simples intersecta-se necessariamente com faces da outra, produzindo arestas, que não pertencem a nehuma d'ellas, desapparecem os angulos solidos de ambas as fórmas, e apparecem em seu logar outros, que não são os das elementares. As novas arestas produzidas pela intersecção de faces de uma fórma simples com faces de outra, chamam-se *Arestas de combinação*. Os angulos solidos, que resultam de concorrerem no mesmo ponto faces de differentes fórmas simples, tem o nome de *Angulos solidos de combinação*.

Nos crystaes são incomparavelmente mais numerosas as fórmas compostas do que as simples. Algumas d'estas não se tem observado até agora isoladas, e apenas se encontram em combinações. Tal é, por exemplo, a pyramide tendo por base o polygono equilatero, mas não equiangulo de doze lados. O numero de fórmas simples, que entram a constituir fórmas compostas, é variavel de umas para outras substancias mineraes, e tambem de uns para outros crystaes do mesmo mineral. Observam-se combinações, em que apenas coexistem duas fórmas simples, outras são formadas de tres, de quatro, de cinco, de seis ou de mais fórmas elementares. Assim, ha *combinações binarias, ternarias, quaternarias, quinarias, senarias* e de ordem superior.

79. **Truncaturas.**—Em qualquer combinação sempre necessariamente as faces de uma das fórmas simples apparecem correspondendo a uma aresta ou angulo solido da outra. Assim, na fig. 58, que representa a combinação de um hexaedro com um dodecaedro rhombico, as faces

d'este, *D*, apparecem substituindo as arestas do hexaedro, as faces *H* d'esta fórma conservam a figura de quadrados, e as do dodecaedro tem a de hexagonos allongados. Nas fig. 55 e 57, os angulos solidos do hexaedro e do octaedro são respectivamente substituidos pelas faces da outra fórma. A ablação effectiva ou possivel de uma aresta ou angulo solido n'um polyedro por um plano secante parallelo a uma face de outro solido diz-se uma *truncatura*.

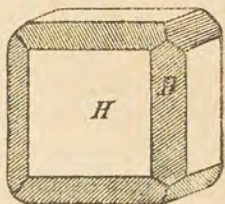



Fig. 58

Quando n'um crystal ou solido polyedrico natural, um elemento geometrico de uma fórma apparece truncado por uma face correspondente de outra fórma simples, não quer isto dizer que a natureza a principio realisou completa a fórma dominante e depois cortou ou truncou as arestas ou os angulos solidos da maneira conveniente para que appareçam substituidos pelas faces da fórma subordinada. A natureza produz os crystaes com a fórma das mais succintas ou mais complexas combinações, logo desde a origem da sua formação. As *truncaturas* devem pois apenas entender-se no sentido puramente geometrico, e para facilidade de concepção theorica. As truncaturas por meio das quaes as faces de uma fórma apparecem substituindo elementos crystallographicos de outra, chamam-se *modificações*. A fórma dominante n'uma combinação, considerada quanto ás truncaturas, chama-se uma *fórma modificada*. As fórmas subordinadas dizem-se, em relação á primeira, *fórmas modificantes*.

A modificação de uma fórma simples pode realisar-se de tres diversos modos:

1.° Por *truncatura simples*. Dá-se este caso, quando uma aresta ou angulo solido da fórma principal é substituido por um unico plano secante, que representa a face incompleta da fórma subordinada.

O plano secante, que modifica uma aresta pode:

a) ser egualmente inclinado a ambas as faces concorrentes na aresta, e diz-se *truncatura symmetrica*, segundo mostra a fig. 58, onde a aresta do hexaedro é cortada por um plano, que representa a face do dodecaedro rhombico, ou

b) ser desegualmente inclinada ás duas faces concorrentes, e diz-se então *truncatura obliqua*, como se vê na fig. 59, onde a aresta do hexaedro é modificada pela face de um dodecaedro pentagonal.

O plano secante, que modifica um angulo solido, pode:

a) ser egualmente inclinado ás faces, de cuja concorrencia resulta o angulo solido, e diz-se então que a *truncatura* é *symmetrica*, segundo se vê na fig. 57, onde o angulo do octaedro é substituido pela face do hexaedro.

b) ser desegualmente inclinado ás faces, que concorrem para formar o angulo solido, e n'este caso a *truncatura* é *obliqua*.

2.° Por *dupla truncatura*, quando a aresta da fórma dominante é substituida por dois planos, que representam faces homologas de uma fórma subordinada. N'este caso cada um d'estes planos tem diversas inclinações sobre as duas faces, que formam a aresta primitiva, estas inclinações são porém as mesmas no outro plano secante. Assim, na fig. 60, cada uma das arestas do hexaedro é modificada por um

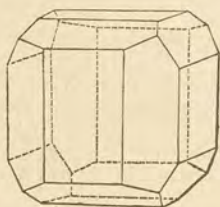



Fig. 59

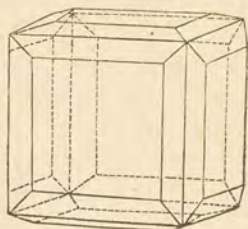



Fig. 60

par de planos secantes, que representam as faces d'aquelle icositetraedro, que se pode construir levantando sobre cada face do hexaedro uma pyramide de base quadrada. Cada

um d'estes planos fórma com as faces, que no hexaedro lhe correspondem, angulos eguaes. As arestas de combinação são parallelas ás arestas do hexaedro. A *dupla truncatura* substitue á aresta primitiva outra mais obtusa. É o que os crystallographos allemães chamam impropriamente *Zuschärfung* (afilamento, acção de afiar), e os francezes *biseau*.

3.º Por *truncatura multipla* dos angulos solidos. Este caso realisa-se:

a) Quando em vez do angulo solido de uma fórma dominante apparecem na combinação duas faces, que o substituem por uma pequena aresta. Realisa-se este caso, por exemplo, quando cada angulo solido do octaedro está substituido por duas faces de um dodecaedro pentagonal.

b) Quando cada angulo solido da fórma dominante apparece substituido por tres ou mais faces homologas, que pertencem á fórma subordinada e que determinam um angulo solido differente do primeiro. Esta modificação apparece, por exemplo, quando os angulos solidos do hexaedro estão substituidos por angulos solidos mais obtusos, tambem triedricos, formados pelas faces de um icositetraedro de faces tetragonaes.

Esta modificação ou truncatura do angulo solido é chamada pelos crystallographos allemães impropriamente *Zuspitzung* (aguçamento), porque o novo angulo solido em vez de mais agudo, é pelo contrario mais obtuso do que o primeiro.

80. **Lei de symmetria das combinações.**—As combinações não podem realisar-se senão entre fórmas do mesmo grau de symmetria, isto é, pertencentes ao mesmo systema crystallographico. A symmetria da combinação é determinada pela das fórmas, que se combinam. Os planos de symmetria da combinação coincidem sempre com planos de symmetria das fórmas elementares. As truncaturas, que realisam a coexistencia de duas ou mais fórmas simples para limitar o mesmo espaço, estão subordinadas á *Lei de symmetria das combinações*, enunciada por Haüy, a qual con-

siste em que *n'uma combinação elementos homologos de uma fórma simples experimentam eguaes modificações por elementos homologos da outra.*

As *truncaturas* ou *modificações*, que representam as faces de uma fórma simples, não podem recair senão em *elementos homologos* de outra fórma. Se um d'estes elementos é modificado, apparecem, salvo o caso de hemiedria ou tetardoedria, egualmente modificados todos os elementos homologos com o primeiro.

Assim, se uma aresta de uma fórma é modificada, necessariamente o são tambem as arestas homologas com a primeira. E egualmente se a modificação recae n'um angulo solido, todos os homologos da fórma serão modificados.

81. **Formação geometrica das combinações.**—Da condição essencial de que n'uma combinação os planos de symmetria de uma fórma simples coincidam com planos de symmetria da outra, se deduz immediatamente o processo geometrico para que de duas fórmas elementares se produza uma combinação. Collocar-se-hão as duas fórmas em posição parallela, isto é, com os seus planos homologos de symmetria respectivamente parallelos. Depois imaginar-se-ha movida uma das fórmas de maneira que cada uma das suas faces se desloque parallelamente a si mesma e que o centro da fórma percorra a linha recta, que a separa do centro da segunda, até que estes dois pontos coincidam. Por este processo cada aresta ou angulo solido de uma fórma ficará correspondendo a faces da outra, que determinarão a truncatura. Se por exemplo se pretende construir a combinação do hexaedro com o octaedro, collocaremos as duas fórmas com os seus eixos principaes parallelos e movendo uma d'ellas até que os seus eixos coincidam com os da outra, é manifesto que as faces do octaedro apparecerão truncando os angulos solidos do cubo, e as faces do hexaedro os angulos solidos do octaedro.

82. **Hemiphormismo.**—Em alguns mineraes mani-

festa-se um phenomeno crystallographico, que é, como a hemiedria, caracterisado pela ausencia de um certo numero de faces das que constituem uma fórma simples completa, e conseguintemente, por uma infracção ás leis da symmetria. Distingue-se, porém, da hemiedria por uma differente disposição das faces, que permanecem. Consiste em que algumas pouco numerosas combinações em alguns mineraes apparecem no polo superior e no inferior de um eixo de symmetria, que é ordinariamente o principal ou o vertica diversamente conformadas. Junto de um polo observam-se apenas as faces, que constituem a metade superior ou inferior de uma fórma simples. D'esta maneira o crystal pode considerar-se como dividido em duas partes differentes por um plano, que passe pelo centro da fórma perpendicularmente ao eixo principal ou vertical ou theoricamente como a associação das metades physicas de dois individuos com diversas fórmas crystallinas juxtapostos por aquelle plano.

Este phenomeno é conhecido pelo nome de *hemimorphismo* ou *hemimorphia*, proposto pelo mineralogista Breithaupt e geralmente hoje consagrado. O hemimorphismo não se realisa senão em crystaes monoaxes, e não se observa nos tesseraes nem nos triclinicos.

Entre os mineraes conhecidos como hemimorphicos figuram principalmente como exemplos classicos a *Turmalina* que pertence ao systema hexagonal, e a *Calamina* (silicato hydratado de zinco), em crystaes do systema rhombico. Na *Turmalina* um dos crystaes hemimorphicos é representado por faces parallelas ao eixo principal, ou faces de prismas, pelas faces de dois differentes rhomboedros junto do polo superior, e correspondendo ao polo inferior por um plano perpendicular ao eixo principal (*pinacoide*).

Além da *Turmalina* e da *Calamina* ha exemplos de hemimorphismo em outros mineraes, taes como a *Struvite*, que crystallisa no systema rhombico, a *Wurtzite* e a *Greenockite*, no systema hexagonal.

Uma propriedade singular dos crystaes hemimorphicos é que não sómente são crystallographicamente polares, senão tambem que são dotados da *polaridade physica* em relação aos phenomenos thermicos e thermo-electricos, segundo se verá mais adiante ao tratar-se da physica mineral.

CAPITULO II

Systema tesseral ou isometrico

I. Fórmas holoedricas

83. **Caracter fundamental.**—Este systema crystallographico é variamente denominado por diversos mineralogistas. O nome *tesseral,* que lhe foi dado por Naumann (do latim *tessera,* dado de jogar) refere-se ao hexaedro, que é o polyedro mais perfeito. Werner, Mohs, Haidinger conheceram este systema pelo nome de *tessular* (do latim *tessula,* pequeno dado). Hausmann deu-lhe o nome de *isometrico,* ou de eguaes dimensões (do grego, ἴσος, egual, e μετρὸν, medida). Muitos mineralogistas dão-lhe o nome de *regular.* Como porém n'este systema a maior parte das fórmas não são polyedros regulares da geometria, parece menos rigorosa ou menos propria esta denominação. É preferivel denominal-o *tesseral* ou *isometrico.* Os caracteres geraes d'este systema são:

a) nove planos de symmetria, dos quaes tres principaes são parallelos ás faces do hexaedro, e seis secundarios, os quaes passam pelas diagonaes parallelas nas faces oppostas do hexaedro. Os planos secundarios são bissectores dos angulos formados pelos planos principaes.

b) tres eixos principaes rectangulares e eguaes entre si;

c) seis eixos secundarios que unem os meios das arestas oppostas e são as bissectrizes dos angulos formados pelos eixos principaes.

Nas fórmas tesseraes ainda além dos eixos principaes e secundarios se podem considerar outros de menor importancia, que por alguns crystallographos são chamados *eixos intermediarios*. São em numero de quatro e unem os vertices dos angulos solidos oppostos no hexaedro.

84. **Fórmas holoedricas.**—As fórmas holoedricas contidas n'este systema são:

I. O cubo ou *Hexaedro*, fig. 61. É o solido limitado por seis quadrados eguaes. Tem doze arestas, que são todas do mesmo valor, ou de angulo recto; oito angulos solidos triedricos. Esta fórma observa-se em muitos mineraes, entre outros na *Pyrite*, no *Sal-gemma*, na *Fluorina*, na *Galena*.

II. O *Octaedro*, fig. 62. É limitado por oito faces, triangulos equilateros, e pode considerar-se como uma dupla pyra-

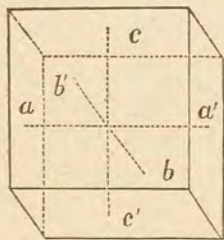
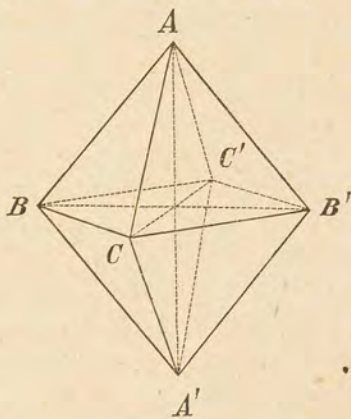



Fig. 61 Fig. 62

mide de base quadrada e de faces regulares. Tem 12 arestas homologas, que todas tem por valor 109° 28′ 16″ e seis angulos solidos triedricos homologos correspondentes ás faces

do hexaedro. Exemplos são d'esta fórma no reino mineral o *Alumen*, a *Magnetite*.

III. O *Dodecaedro rhombico*, fig. 63. É limitado por 12 losangos ou rhombos, cujas diagonaes tem entre si a relação $1:\sqrt{2}$. Tem 24 arestas de 120° e duas qualidades de angulos solidos, uns em numero de seis, tetraedricos, correspondentes ás faces do hexaedro, outros em numero de 8, triedricos, e correspondentes ás faces do octaedro. Entre os mineraes, que apresentam esta fórma, pode citar-se, como notavel a *Granada*, em relação á qual para este solido empregam alguns mineralogistas o nome de *Granatoedro*.

IV. *Tetrakishexaedro*, ou *Cubo pyramidal*, fig. 64. É composto de 24 faces com a figura de triangulos isosceles, dispostos em grupos de quatro correspondentes ás faces do hexaedro, nas quaes se levantam como pyramides obtusas de base quadrada. Tem 36 arestas, repartidas em dois grupos de arestas homologas, 12 longas, *a*, fig. 63, coincidindo com as do hexaedro, mas de maior valor, e 24 breves ou

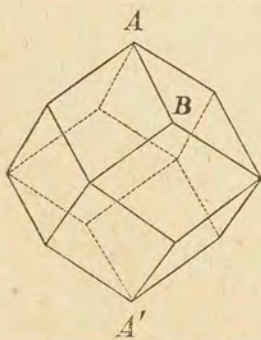



Fig. 63

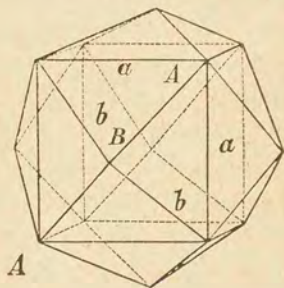



Fig. 64

arestas pyramidaes, *b*, cujas projecções na face do cubo inscripto são as meias diagonaes d'esta face. Tem dois grupos de angulos solidos homologos, o primeiro de 6 angu-

los tetraedricos monogrammicos, *B*, cujos vertices tem por projecções as intersecções das diagonaes nas faces do hexaedro; o segundo de 8 angulos hexaedricos digrammicos, *A*, cujos vertices coincidem com os do hexaedro inscripto.

Este polyedro é variavel, porque os angulos diedros podem ter diversos valores em cada fórma individual, ou o que é o mesmo, o eixo da pyramide levantada sobre a face do hexaedro pode crescer desde zero, em que a fórma coincide com o cubo, até um valor maximo, em que as duas faces adjacentes á mesma aresta do hexaedro se confundem no mesmo plano, ou o que é o mesmo, quando os dois triangulos isosceles adjacentes á mesma aresta longa formam um rhombo, e n'este caso o *Tetrakishexaedro* converte-se n'um *Dodecaedro rhombico*.

O *Hexaedro* e o *Dodecaedro rhombico* são pois os limites entre os quaes pode variar o *Tetrakishexaedro* sem nunca os attingir. Exemplos d'esta fórma observam-se no *Oiro*, na *Fluorina*.

V. O *Triakisoctaedro*, ou *Octaedro pyramidal*, fig, 65. É composto de 24 faces com a figura de triangulos isosceles, dispostos em grupos de tres correspondendo ás oito faces do octaedro, sobre as quaes se levantam como pyramides obtusas de base triangular equilatera. Tem 36 arestas, repartidas em dois grupos de arestas homologas, 12 longas *a*, que coincidem com as do octaedro, porém de maior valor, e 24 breves, ou *arestas pyramidaes*, *b*, cujas projecções na face do octaedro inscripto são os lados eguaes dos tres triangulos isosceles, em que se divide a face. Tem dois grupos de angulos solidos homologos, o primeiro de 6 angulos solidos octaedricos digrammicos *A*, cujos vertices coincidem com os seis do octaedro, e 8 angulos solidos triedricos mo-

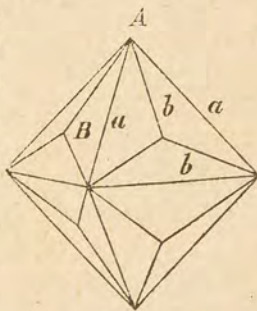



Fig. 65

nogrammicos, *B*, cujos vertices tem por projecções na face do octaedro os centros d'estas figuras. Este polyedro é variavel, porque as arestas podem ter diversos valores em cada fórma individual, ou o que é o mesmo, o eixo da pyramide levantada sobre a face do octaedro pode crescer desde zero, em que a fórma coincide com o octaedro, até um valor maximo, em que as duas faces adjacentes á mesma aresta do octaedro se confundem no mesmo plano, ou o que é o mesmo, quando os dois triangulos isosceles formam um rhombo e n'este caso o *Triakisoctaedro* converte-se n'um *Dodecaedro rhombico*. O *Octaedro* e o *Dodecaedro rhombico* são pois os dois limites, entre os quaes pode variar o *Triakisoctaedro* sem nunca os attingir. Exemplos d'esta fórma deparam-se no *Diamante*, na *Galena*.

VI. O *Icositetraedro* propriamente dito, fig. 66. É composto de 24 faces de figura trapezoide ou *deltoide* tal, que uma das diagonaes divide a figura em dois triangulos isosceles deseguaes. Tem 48 arestas repartidas em dois grupos de arestas homologas, o primeiro de 24, *a*, correspondentes aos pares ás arestas do octaedro inscripto, ou cujas projecções sobre estas arestas são respectivamente as suas metades, o segundo de 24, *b*, correspondentes ás faces do octaedro, e cujas projecções n'estas faces são os segmentos dos seus apothemas. Tem tres grupos de angulos solidos homologos, o primeiro de 8 angulos solidos triedricos monogrammicos *C*, cujos vertices tem por projecção o centro da face no octaedro inscripto, o segundo de 6 angulos tetraedricos *A*, monogrammicos, cujos vertices tem por projecções os centros das faces do hexaedro inscripto, e o terceiro de 12 angulos solidos tambem tetraedricos, mas digrammicos, *B* tendo os seus vertices por projecções os centros das faces do dodecaedro rhombico inscripto. Este

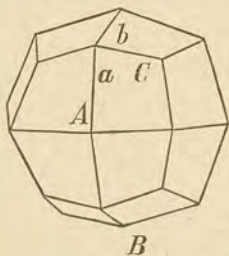



Fig. 66

polyedro é variavel, porque as suas arestas podem ter diversos valores em cada fórma individual, visto que a distancia do ponto *A* ao centro da face do hexaedro inscripto pode crescer desde zero, em que a fórma coincide com o cubo, até um valor maximo, em que as tres faces correspondentes a cada uma do octaedro coincidem n'um só plano e se confundem com as d'esta fórma.

O *Hexaedro* e o *Octaedro* são pois os dois limites, entre os quaes pode variar o *Icositetraedro* sem nunca os attingir. Exemplos d'esta fórma apparecem na *Granada*, na *Analcime*.

VII. O *Hexakisoctaedro*, fig. 67. É uma fórma de 48 faces congruentes com a figura de triangulos escalenos. Estas faces podem considerar-se: 1.° representadas em 6 grupos de 8 correspondendo cada um a uma face do *Hexaedro*, ou 2.° em 8 grupos de 6, correspondentes ás faces do *Octaedro*, ou 3.° em 12 grupos de 4, correspondentes ás faces do *Dodecaedro rhombico*. No 1.° caso a fórma pode figurar-se como composta de seis pyramides mui obtusas de 8 faces, correspondendo cada uma a uma face do cubo, e chamar-se *Octakishexaedro*; no 2.° caso, como resultando de 8 pyramides mui obtusas de 6 faces correspondendo cada uma a uma face do octaedro, e pode chamar-se *Hexakisoctaedro*, e no 3.° como formada por 12 pyramides mui obtusas de 4 faces, correspondentes ás faces do *Dodecaedro rhombico*, e n'esta supposição pode ter o nome de *Tetrakisdodecaedro*. Esta fórma foi chamada por varios crystallographos *Tetracontaoctaedro*, que diz litteralmente solido de 48 faces (do grego τεσσερακοντα, quarenta, ὀκτὼ, oito e ἕδρα, face). O nome geralmente adoptado hoje é o de *Hexakisoctaedro*.

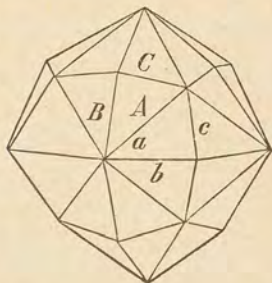



Fig. 67

A figura escalena das faces determina tres generos ou grupos de arestas. O primeiro de 24 *arestas longas a*, formadas pelos lados maiores dos triangulos escalenos, e correspondentes aos lados menores dos triangulos isosceles, em que se divide a face do octaedro inscripto, ou aos lados dos rhombos no dodecaedro rhombico, com os quaes algumas vezes coincidem; o 2.º de 24 *arestas medias, b*, correspondendo aos pares ás arestas do octaedro, e 24 *arestas breves, c*, correspondentes em grupos de 3 ás faces d'esta fórma, e tendo n'ellas por suas projeções os segmentos menores dos apothemas da face do octaedro inscripto, ou as meias arestas do hexaedro tambem inscripto. Os valores das arestas longas, a, tem por limites π, e $\frac{2\pi}{3}$; as medias, b, variam entre π, e $109° 28' 16''$; as arestas breves, c, entre π, e $\frac{\pi}{2}$. Os angulos solidos distribuem-se em 3 grupos homologos: o 1.º de 6 angulos solidos octaedricos digrammicos, *B*, tendo os seus vertices por projecções os centros das faces do hexaedro inscripto; o 2.º de 8 angulos hexaedricos digrammicos, *A*, cujos vertices tem por projecções os centros das faces do octaedro inscripto, e o 3.º de 12 angulos solidos tetraedricos tambem digrammicos, *C*, tendo os seus vertices por projecções os centros das faces do dodecaedro rhombico inscripto. O *Hexakisoctaedro* apparece, além de outros mineraes, no *Diamante*, na *Granada*, na *Fluorina*.

85. **Derivação das fórmas holoedricas do systema tesseral.**—As fórmas d'este systema tem todas como já vimos, os seus eixos eguaes e orthogonaes. Tracemos pois os tres eixos OX, OY, OZ, fig. 68, aos quaes havemos de referir a posição das faces nas fórmas do systema. Os elementos crystallographicos reduzem-se n'este caso unicamente aos tres parametros a, b, c, ou $a:b:1$, sendo um d'elles egual á unidade. Os angulos α, β, γ, são conhecidos e eguaes a

$\frac{\pi}{2}$. É necessario e sufficiente que sejam dados os parametros a, b, para que a fórma fique perfeitamente determinada. Ás sete relações possiveis entre as grandezas dos pa-

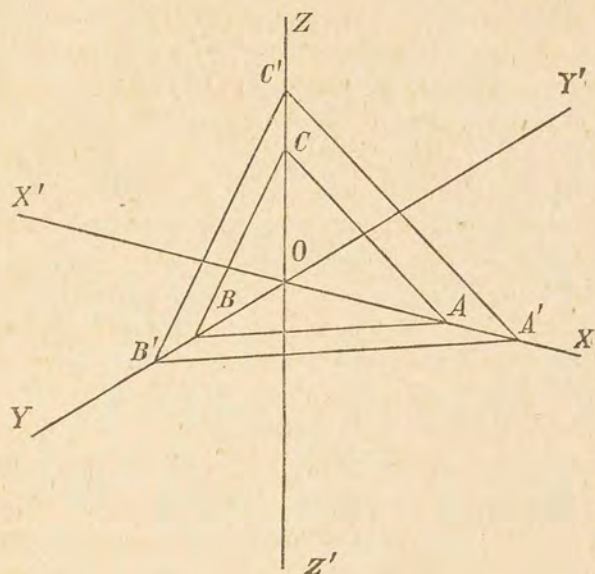



Fig. 68

rametros (n.º 57) devem corresponder exactamente as sete fórmas holoedricas. De qne as fórmas d'este systema tem os tres eixos crystallographicos eguaes, é consequencia necessaria que sobre cada um dos tres eixos coordenados devem recair successivamente todos os parametros, e d'ahi resultam seis permutações das grandezas a, b, c, de maneira que tenhamos seis faces representadas symbolicamente por $X_a Y_b Z_c$, $X_a Y_c Z_b$, $X_b Y_a Z_c$, $X_b Y_c Z_a$, $X_c Y_a Z_b$, $X_c Y_b Z_a$, attribuindo como indice á lettra, que representa o eixo, o parametro que n'elle recae de cada vez. Como no systema tesseral os tres eixos coordenados dividem symmetricamente

o espaço em oito regiões ou oitantes eguaes, é necessario para conservar a symmetria do systema, reproduzir em todos elles as permutações.

A face fundamental n'este systema é a do octaedro. A relação dos seus parametros é evidentemente $a:a:a$ ou $1:1:1$. Os parametros a, b, c de qualquer outra fórma são expressos nos do octaedro tendo por coefficientes as grandezas m, n, p. A relação $m:n:p$ é pois a relação geral entre os coefficientes, a qual, dividindo os seus termos por p, se reduz a $\frac{m}{p}:\frac{n}{p}:1$, ou em geral a $m:n:1$. De serem eguaes ou deseguaes, finitos ou infinitos os coefficientes, resultam sete relações geraes, qne respectivamente correspondem ás sete fórmas holoedricas.

1.° $m=n=1$, ou todos os coefficientes eguaes. A face da fórma, pelas suas intersecções com os tres planos coordenados, determina um triangulo equilatero, o qual reproduzido em todos os oitantes dá o *Octaedro*. A relação dos coefficientes, que é egual n'este caso á dos parametros, é $1:1:1$, a mais simples de todas quantas se possam conceber. O *octaedro* é pois a *fórma fundamental* do systema tesseral.

2.° $m=n=\infty$. A face corta um eixo, por exemplo, OZ á distancia 1, e os outros dois a distancia infinita, ou é-lhes parallela, e como o eixo interceptado pode ser qualquer dos tres e egualmente interceptado o seu prolongamento, a fórma resultante é limitada por tres pares de planos parallelos dois a dois, e todos equidistantes do centro da fórma. O solido produzido é o *Hexaedro*, e a sua relação de eixos $\infty:\infty:1$.

3.° $n=1$, $m=\infty$. A face corta dois eixos, por exemplo, OX, OY, á distancia 1, e o terceiro OZ a distancia infinita, ou é-lhe parallela. A face será um plano parallelo a um eixo, e como as permutações n'este caso são tres $X_1Y_1Z_\infty$, $X_1Y_\infty Z_1$, $X_\infty Y_1 Z_1$, corresponderão a cada oitante tres planos, que pela

sua posição symmetrica se intersectarão n'um ponto, ou vertice de angulo solido, correspondente ao centro da face do octaedro. Cada face da nova fórma, tendo dois parametros communs com a do octaedro, ficará tangente a uma aresta d'este solido. E como cada plano em um oitante se confunde com outro no oitante adjacente, por serem dois a dois parallelos ao mesmo eixo, haverá apenas doze faces com a figura de rhombos. É facil provar que é effectivamente esta a sua figura. Cada face n'um mesmo oitante fórma duas arestas eguaes com as duas faces, que n'elle lhe ficam adjacentes. E pois que a face, sendo tangente á aresta do octaedro inscripto, está symmetricamente situada em relação aos dois oitantes, que a aresta dilimita, em um e outro se realisa a formação de arestas eguaes. E por isso cada face da nova fórma será comprehendida em quatro arestas eguaes, e terá a figura de um rhombo ou losango. A fórma será pois o *Dodecaedro rhombico* e a relação dos seus eixos será $\infty : 1 : 1$.

4.º $n = 1$, $m > 1$. A face corta dois eixos, por exemplo, OX, OY, á distancia 1, e o terceiro OZ á distancia m. Os traços do plano nos tres coordenados formam um triangulo isosceles, cujo angulo desegual é mais agudo que os dois eguaes. As faces em cada oitante serão tres, porque tres são tambem as permutações dos parametros, $X_1 Y_1 Z_m$, $X_1 Y_m Z_1$, $X_m Y_1 Z_1$. Cada face da nova fórma tem dois parametros communs com a do octaedro, por serem ambos eguaes á unidade, e um parametro $m > 1$. Logo a nova face, partindo da aresta do octaedro, eleva-se acima da face fundamental. Em consequencia da posição symmetrica das tres faces correspondentes ás tres arestas do octaedro no mesmo oitante, as arestas, que estas faces formam entre si, partem dos vertices dos angulos solidos do octaedro e vão formar um angulo solido, cujo vertice corresponde ao centro da face do octaedro. A fórma resultante é composta de 8 grupos de tres faces triangulares isosceles correspondentes ás faces

do octaedro, é pois um *Triakisoctaedro* e a relação dos parametros é $m : 1 : 1$.

5.º $m = n > 1$. A face corta dois eixos, por exemplo, OX, OY, á distancia $m > 1$, e o terceiro OZ, á distancia 1. Os traços do plano nos tres coordenados formam um triangulo isosceles, de angulo desegual menos agudo que os dois eguaes. As faces correspondentes a cada oitante serão tres, porque tres são tambem as permutações dos parametros, $X_m Y_m Z_1$, $X_m Y_1 Z_m$, $X_1 Y_m Z_m$. As faces terão a figura de trapezoides ou deltoides. É facil demonstrar que esta deve ser a figura da face. Com effeito, cada face da nova fórma tem com a do octaedro um só parametro commum e os outros dois eguaes entre si e maiores que o primeiro. Logo a face partindo do vertice do angulo solido do octaedro, eleva-se acima da face fundamental, formando traços, que não coincidem com os do octaedro. Pela sua posição symmetrica em relação á face fundamental, as tres faces da fórma nova concorrem n'um ponto, vertice do angulo solido correspondente ao centro da face do octaedro. Cada uma das tres faces em um oitante intersecta-se com as outras duas, e resultam tres arestas, que se dirigem d'esse ponto commum para pontos correspondentes aos meios das arestas do octaedro. E como os traços de cada face nos planos coordenados não coincidem com os traços da face do octaedro, necessariamente em cada um d'estes planos ha dois traços, que se intersectam, e correspondem a arestas da nova fórma. Logo a nova face será limitada por quatro rectas, das quaes são eguaes entre si as duas, que concorrem no vertice correspondente ao centro da face do octaedro, e eguaes tambem, mas differentes das primeiras, as que apparecem correspondendo ás meias arestas do octaedro. A fórma é pois o *Icositetraedro* e a relação dos seus parametros é $m : m : 1$.

6.º $m = \infty$, n finito > 1. A face corta os tres eixos ás distancias desiguaes, $1, n, \infty$ e os seus traços em dois planos coordenados, por exemplo, nos planos XZ, YZ, são

duas rectas parallelas ao eixo OZ. E sendo as permutações dos parametros em numero de 6, $X_1 Y_n Z_\infty$, $X_1 Y_\infty Z_n$, $X_\infty Y_1 Z_n$, $X_\infty Y_n Z_1$, $X_n Y_1 Z_\infty$, $X_n Y_\infty Z_1$, haverá em cada oitante seis faces. Porém como cada face em um oitante coincide no mesmo plano com uma face no adjacente, parallela ao mesmo eixo, haverá 24 faces triangulares isosceles, correspondendo em grupos de 4 ás do hexaedro. Sem difficuldade se vê que esta deve ser a figura da face nova e a sua posição relativamente á face do hexaedro. Com effeito cada face da nova fórma tem com a do octaedro um só parametro commum, e os outros dois maiores que a unidade, sendo um infinito. Logo cada uma das seis faces do mesmo oitante partindo do vertice de um angulo solido do octaedro, eleva-se acima da face fundamental. Cada grupo de duas faces parallelas ao mesmo eixo determina pela sua intersecção uma aresta parallela a esse eixo. E como os grupos são tres, formar-se-hão tres arestas, que parallelamente aos tres eixos, virão intersectar-se n'um ponto correspondente ao vertice do angulo solido do hexaedro. Logo as arestas assim formadas são parallelas ás do hexaedro, cada face da nova fórma parte pois de uma aresta do hexaedro e eleva-se acima da face d'esta fórma. Logo a cada face do hexaedro correspondem quatro novas faces, que pela sua posição symmetrica convergem n'um ponto correspondente ao centro da face do hexaedro, e determinam quatro arestas. Cada face nova é pois limitada por tres arestas, uma parallela a uma do hexaedro, e duas correspondentes ás meias diagonaes da face n'esta fórma. As faces tem portanto a figura de triangulos isosceles, cujo lado desegual é a aresta do hexaedro. A fórma é pois o *Tetrakishexaedro*, e a relação dos seus parametros é $\infty : n : 1$.

7.° $m > n > 1$, ambos finitos. A face corta os tres eixos a distancias finitas deseguaes. Os traços do plano nos tres coordenados formam um triangulo escaleno. E porque as permutações dos parametros são em numero de seis, $X_1 Y_n Z_m$,

$X_1 Y_m Z_n$, $X_m Y_1 Z_n$, $X_m Y_n Z_1$, $X_n Y_1 Z_m$, $X_n Y_m Z_1$, ha em cada oitante seis faces. O seu numero total será 48, correspondentes em grupos de 6 ás faces do octaedro. Vê-se facilmente que as faces teem a figura de triangulos escalenos. Com effeito as faces $X_m Y_n Z_1$ e $X_n Y_m Z_1$, que se levantam do vertice do angulo solido do octaedro no eixo Z, e teem n'este eixo o parametro $AO = 1$ (fig. 34, pag. 89), intersectam-se na recta AG, cuja projecção no plano XY é a bisectriz OG do angulo XOY. Semelhantemente a face $X_m Y_1 Z_n$, com $X_n Y_1 Z_m$, e a face $X_1 Y_m Z_n$ com $X_1 Y_n Z_m$, que nascem dos outros dois vertices do octaedro no mesmo oitante, intersectam-se respectivamente em rectas, cujas projecções são as bisectrizes dos angulos XOZ e YOZ. As tres intersecções encontram-se n'um ponto, cuja projecção na face do octaedro é o centro d'esta face. Consideremos agora os grupos de duas faces, cada uma das quaes nasce de um vertice differente do octaedro. e tem um parametro commum diverso da unidade, por exemplo, as duas faces $X_m Y_n Z_1$ e $X_m Y_1 Z_n$, que tem o parametro commum m no eixo X. Estas faces *t*em no plano YOZ por seus traços duas rectas, que se intersectam n'um ponto correspondente ao meio da aresta do octaedro, A face $X_1 Y_m Z_n$ com $X_n Y_m Z_1$, e a face $X_1 Y_n Z_m$ com $X_n Y_1 Z_m$, tem respectivamente nos planos XOZ e XOY traços, que se intersectam egualmente em pontos correspondentes aos meios das outras duas arestas do octaedro. Produzem-se pois tres novas intersecções, que d'esses tres pontos se vão encontrar n'aquelle, cuja projecção é na face do octaedro o centro da figura. Resultam d'esta maneira seis arestas concorrentes no mesmo ponto, as quaes com os seis segmentos dos traços das faces nos planos coordenados, determinam seis triangulos escalenos. A fórma é pois o *Hexakisoctaedro*, e a relação dos seus parametros é $m : n : 1$.

86. **Fórma fundamental. Notação symbolica.**— De todas as fórmas do systema tesseral a que tem a mais simples relação de parametros, é o *Octaedro*, em que é

$1:1:1$. O *Octaedro* é portanto a *fórma fundamental* d'este systema, e o seu symbolo é O, inicial do seu nome. Substituindo pois no symbolo geral mFn, O em vez de F, e por m e n os valores particulares correspondentes a cada uma das sete fórmas holoedricas tesseraes, teremos para ellas as seguintes relações de coefficientes e as suas notações:

1.ª Octaedro. $1:1:1$; O.
2.ª Hexaedro. $\infty:\infty:1$; $\infty O \infty$.
3.ª Dodecaedro rhombico. $\infty:1:1$; ∞O.
4.ª Triakisoctaedro. $m:1:1$; mO.
5.ª Icositetraedro. $m:m:1$; mOm.
6.ª Tetrakishexaedro. $\infty:n:1$; ∞On.
7.ª Hexakisoctaedro. $m:n:1$; mOn.

A regra geral d'esta notação symbolica é que a lettra que representa o maior parametro, se antepõe sempre ao symbolo da fórma fundamental, e a do parametro menor quando não é a unidade, se pospõe a este symbolo.

Os symbolos d'estas fórmas, segundo a notação de Miller, são (n.º 58):

Octaedro: (111)
Hexaedro: (100)
Dodecaedro rhombico: (110)
Triakisoctaedro: (hhk), $h>k$, $\frac{h}{k}=m$.
Icositetraedro: (hkk), $h>k$, $\frac{h}{k}=m$.
Tetrakishexaedro: $(hk0)$.
Hexakisoctaedro: (hkl).

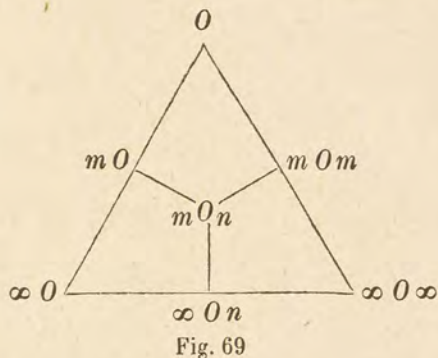
No *Triakisoctaedro* e no *Icositetraedro*, sendo m o coefficiente maior, é claro que $\frac{1}{m}=k$ deve ser menor que $\frac{1}{n}=h$.

Na primeira d'aquellas fórmas a relação dos coefficientes, segundo Naumann, é $m:1:1$, logo a relação dos indices é $\frac{1}{m}:1:1=1:m:m=k:h:h$, logo $1:m=k:h$, ou $\frac{1}{m}=\frac{k}{h}$, e $m=\frac{h}{k}$. No *Icositetraedro* a relação dos coefficientes é $m:m:1$, e a dos indices é $\frac{1}{m}:\frac{1}{m}:1=k:k:h=1:1:m$, logo $1:m=$ $=k:h$, e $m=\frac{h}{k}$.

87. **Valores particulares dos parametros finitos.**—Nas quatro *fórmas variaveis* mO, mOm, ∞On, mOn os coefficientes m, n, podem ter na mesma ou diversa substancia mineral differentes valores. A natureza porém não apresenta quantos se podem theoricamente admittir como possiveis segundo a lei da racionalidade. Assim nas variedades mais communs do *Triakisoctaedro*, mO, os valores de m são $\frac{3}{2}$, 2, 3; no *Icositetraedro*, mOm, os valores mais frequentes são $m=2$, $m=3$; no *Tetrakishexaedro*, ∞On, os valores mais communs de n são $\frac{3}{2}$, 2, 3; no *Hexakisoctaedro*, mOn, as variedades mais vulgares são $3O\frac{3}{2}$, $4O2$ e $5O\frac{5}{3}$.

88. **Schema das fórmas tesseraes holoedricas.** —Para comprehender n'um simples relance a successão e as affinidades, que ligam entre si as fórmas holoedricas, é engenhoso e util o schema representado na fig. 69. No centro ou intersecção dos tres apothemas de um triangulo equilatero está escripto o symbolo do *Hexakisoctaedro*, que representa em geral todas as fórmas do systema tesseral, e as contém virtualmente. Nos vertices do triangulo estão escriptos os symbolos das tres fórmas invariaveis O, ∞O,

$\infty O \infty$. No meio dos tres lados apparecem as notações: 1.º de $m O m$, que é intermediaria a O e $\infty O \infty$, que são os

Fig. 69

seus limites, porque n'ellas se converte, quando $m=1$, ou $m=\infty$; 2.º de $m O$, que é intermediario a O, e ∞O, porque passa a uma ou outra d'estas fórmas segundo $m=1$, ou $m=\infty$; 3.º de $\infty O n$, intermediario a ∞O e $\infty O \infty$, segundo $n=1$, ou $n=\infty$. As rectas tiradas de $m O n$ para os meios dos lados no triangulo indicam a passagem da fórma geral para as tres de coefficientes finitos, que n'ella se contém virtualmente.

II. Fórmas hemiedricas no systema tesseral

89. Consideremos as maneiras de hemiedria que podem applicar-se á fórma geral do systema, o *Hexakisoctaedro*. É facil ver que não podem d'este polyedro derivar-se fórmas hemiedricas senão pelos seguintes processos:

I. Prolongando todas as faces de quatro oitantes alternos e supprimindo as dos outros. Esta hemiedria é a *Hemiedria tetraedrica*.

II. Prolongando as faces alternas n'um oitante e nos oitantes adjacentes as faces alternas, que com as primeiras formam arestas correspondentes ás mesmas meias arestas do octaedro. É a *hemiedria dodecaedrica.*

III. Prolongando seguidamente as faces alternas a contar de um para os demais oitantes. É a *hemiedria gyroedrica* ou *plagiedrica* (do grego, πλαγιάζω, pôr obliquamente).

Qualquer fórma holoedrica do systema tesseral póde considerar-se como um *Hexakisoctaedro* virtual, se dividirmos as suas faces de maneira, que o numero total dos seus triangulos seja 48. Assim o *Octaedro*, cuja face é dividida pelos seus apothemas em seis triangulos escalenos, é um *Hexakisoctaedro virtual*, e o mesmo é tambem o *Hexaedro*, quando as faces se dividem pelas diagonaes e pelas rectas, que passam pelos meios das arestas. Isto supposto é facil deduzir de qualquer fórma holoedrica as hemiedricas possiveis.

A fórma, que por hemiedria resulta de qualquer holoedrica, designa-se segundo o processo de Naumann por uma notação symbolica mui simples e consequente com os principios geraes da notação. Escreve-se o symbolo da fórma holoedrica e por baixo d'elle separado por uma linha horizontal, o numero 2, como um denominador symbolico. Assim para a fórma geral mOn a notação do hemiedro é $\frac{mOn}{2}$. E como ha sempre duas fórmas hemiedricas conjugadas, uma positiva e outra negativa, uma é expressa por $+\frac{mOn}{2}$, ou simplesmente $\frac{mOn}{2}$, e a outra por $-\frac{mOn}{2}$.

Se da mesma fórma holoedrica se derivam por differentes processos de hemiedria duas fórmas hemiedricas differentes, o symbolo de uma d'ellas será $\pm\left[\frac{mOn}{2}\right]$, encerrando em parenthesis a notação para a distinguir da outra. A notação das fórmas hemiedricas segundo Miller já fica antecedentemente exposta (n.º 77).

90. **Hemiedria tetraedrica.**—No *Octaedro* cada face corresponde a um grupo de 6 na fórma geral ou no *Hexakisoctaedro,* e cada grupo existe n'um oitante. É possivel a applicação do primeiro processo e a fórma resultante é o *Tetraedro,* fig. 70. Os dois hemiedros, o positivo e o negativo, são congruentes. O symbolo d'este hemiedro é segundo Naumann $\pm \frac{O}{2}$, e segundo Miller $\varkappa(111)$ e $\varkappa(1\bar{1}1)$. O *Tetraedro* é um solido contido em quatro triangulos equilateros. As arestas são todas homologas e em numero de seis e tem por valor angular 70° 31′ 43″,6. Os angulos solidos, tambem todos homologos e triedricos, são quatro. Esta fórma apparece, por exemplo, na *Tetraedrite,* na *Boracite,* na *Helvina.*

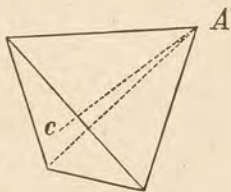



Fig. 70

Para proceder á hemiedria no *Hexaedro* havemos de dividir cada face pelas suas diagonaes e pelas rectas perpendiculares aos lados em oito triangulos eguaes. Haverá pois seis triangulos adjacentes a cada angulo solido, e são estes que correspondem ás faces do *Hexakisoctaedro.* Prolongando agora os grupos alternos de seis faces até o desapparecimento dos outros, a fórma hemiedrica resultante é ainda um hexaedro geometricamente egual ao holoedrico.

Um semelhante processo é tambem applicavel ao *Dodecaedro rhombico* e ao *Tetrakishexaedro.* Na primeira d'estas fórmas suppomos repartida a face pelas diagonaes do losango em quatro triangulos eguaes. Haverá pois correspondendo á face do *Octaedro,* ou em cada oitante um grupo de seis faces, como no *Hexakisoctaedro.* Mas, como é facil ver, cada face do *Dodecaedro* está ao mesmo tempo em dois oitantes contiguos e por isso prolongando os grupos alternos, obtem-se uma fórma geometricamente egual á holoedrica, porque a parte da face, que se prolonga, coincide no mesmo plano com a que se elimina.

No *Tetrakishexaedro* suppomos cada face dividida pelo seu apothema em dois triangulos eguaes. Junto de cada angulo solido, e correspondendo á face do octaedro, ou a cada oitante, haverá pois um grupo de seis faces, e prolongando os grupos alternos obteremos uma fórma hemiedrica egual geometricamente á holoedrica, porque a face do holoedro existe ao mesmo tempo em dois oitantes contiguos, e pelo processo da hemiedria tetraedrica tem de ser simultaneamente prolongada e eliminada.

A admissão d'estas fórmas hemiedricas eguaes ás holoedricas, de que se derivam, é justificada pela necessidade theorica de attribuir o caracter hemiedrico ao hexaedro, ao dodecaedro rhombico e ao tetrakishexaedro, quando apparecem em combinação com o *Tetraedro*, ou outras fórmas de semelhante hemiedria.

O *Icositetraedro* é susceptivel de hemiedria tetraedrica effectiva, porque as suas faces estão dispostas em grupos de tres correspondentes ás faces do *Octaedro* inscripto, ou aos grupos de seis do *Hexakisoctaedro* circumscripto. Para obter a fórma hemiedrica, prolongaremos as faces que, na fig. 71 estão situadas nos oitantes alternos, até o desapparecimento das outras. O hemiedro terá doze faces de figura triangular isosceles, dispostas aos grupos de tres sobre a face do *Tetraedro*, e será, fig. 72, *um Dodecaedro trigonal.*

Esta fórma tem duas qualidades de arestas homologas, quatro longas, *a*, coincidindo com as do *Tetraedro* e doze breves, *b*, cujas projecções na face do *Tetraedro* inscripto são os segmentos dos apothemas, adjacentes aos vertices. Os angulos solidos são tambem de duas qualidades: quatro hexaedricos digrammicos, *A*, cujos vertices coincidem com os dos angulos solidos do *Tetraedro*, e quatro triedricos monogrammicos, *B*, cujos vertices tem por projecções nas faces do *Tetraedro* os centros d'estas figuras.

Esta fórma póde imaginar-se construida levantando so-

bre as faces do *Tetraedro* pyramides trigonaes de egual al-

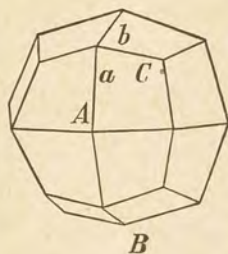



Fig. 71

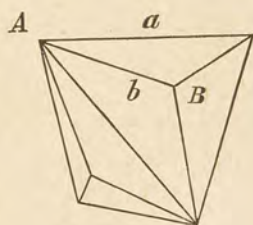



Fig. 72

tura. Por isso é tambem denominada *Tetraedro pyramidal*, ou *Triakistetraedro*.

Os limites, entre os quaes varia este solido, são o *Tetraedro*, quando a distancia do ponto B á sua projecção na face d'esta fórma tende para zero, e o *Hexaedro*, quando esta distancia pelo seu crescimento successivo faz que o valor da aresta b tenda para $\frac{\pi}{2}$. A notação do *Dodecaedro trigonal* segundo Naumann é $\frac{mOm}{2}$ e $-\frac{mOm}{2}$. Segundo a notação de Miller o symbolo d'este dodecaedro é $\varkappa(hkk)$ e $\varkappa(h\bar{k}k)$. D'esta fórma ha exemplos na *Tetraedrite*, e na *Eulytina* (silicato de bismutho).

O *Triakisoctaedro*, fig. 73, que não é mais do que um *Octaedro* com as faces substituidas por pyramides triangulares, presta-se como o *Octaedro* á hemiedria tetraedrica. Prolongando pois os grupos de faces correspondentes ás alternas do *Octaedro* ou, o que é o mesmo, aos oitantes alternos, obtemos uma fórma de 12 faces, de figura de trapezoides, que é o *Dodecaedro tetragonal*, ou *Dodecaedro Deltoide*, ou *Deltoedro* fig. 74. As faces correspondem em grupos de tres ás do *Tetraedro*. As arestas são de duas qua-

lidades, 12 arestas longas, *B*, que correspondem duas a duas

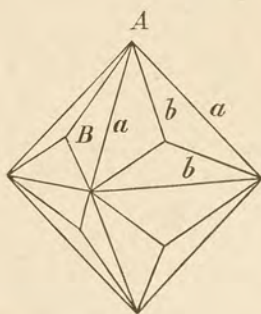



Fig. 73

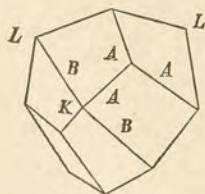



Fig. 74

ás arestas do *Tetraedro*, e 12 breves, *A*, correspondendo em grupos de tres ás faces do *Tetraedro* inscripto. Os angulos solidos são de tres qualidades: 6 tetraedricos ou rhombicos, *K*, correspondendo aos meios das arestas do *Tetraedro*, 4 triedricos agudos, *L*, correspondentes aos do *Tetraedro* inscripto, e 4 triedricos obtusos, cujos vertices tem por projecções os centros das faces do *Tetraedro*. Os symbolos do *Dodecaedro tetragonal* são segundo Naumann $\frac{mO}{2}$, $-\frac{mO}{2}$ e pela notação de Miller, $\varkappa(hhk)$ e $\varkappa(h\bar{h}k)$. Exemplo d'esta fórma encontra-se na *Tetraedrite*, mas sempre em combinações.

Do *Hexakisoctaedro*, fig. 75, obtem-se a hemiedria tetraedrica, prolongando os grupos de seis faces nos oitantes alternos. A fórma obtida contém-se em 24 faces triangulares escalenas, correspondendo em grupos de seis ás faces do *Tetraedro* inscripto. Esta fórma é o *Hexakistetraedro* fig. 76. Tem tres qualidades de arestas, 12 longas, *a*, correspondentes aos segmentos dos apothemas da face no *Tetraedro* inscripto, adjacentes aos vertices, 12 médias *c*, correspondentes aos pares ás arestas do *Tetraedro*, e 12 breves, *b*,

correspondentes aos segmentos dos apothemas adjacentes aos lados da face do *Tetraedro.*

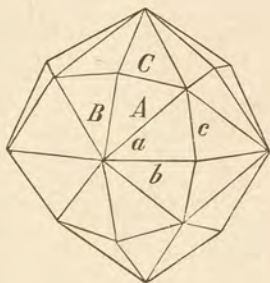



Fig. 75

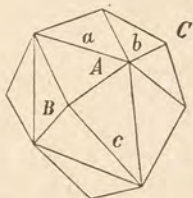



Fig. 76

Os angulos solidos são de tres qualidades, 4 hexaedricos obtusos, *A*, cujos vertices tem por projecções os centros das faces do *Tetraedro*, 4 hexaedricos agudos, *C*, cujos vertices coincidem com os do *Tetraedro*, e 6 tetraedricos, *B*, cujos vertices correspondem aos meios das arestas no *Tetraedro*. A notação d'esta fórma é, segundo Naumann, $\frac{mOn}{2}$, e $-\frac{mOn}{2}$ e pela notação de Miller, $\varkappa(h\,k\,l)$ e $\varkappa(h\bar{k}l)$. Exemplos d'ella apparecem no *Diamante*, na *Tetraedrite*, e n'este mineral nunca isolada.

91. **Hemiedria dodecaedrica.**—Para applicar a hemiedria dodecaedrica ás fórmas holoedricas do systema tesseral, é necessario que o numero total das suas faces effectivas ou virtuaes seja 48. No *Hexaedro*, no *Octaedro*, no *Dodecaedro rhombico*, no *Triakisoctaedro*, e no *Icositetraedro*, só é possivel a hemiedria virtual, porém não a geometrica sómente exequivel no *Tetrakishexaedro* e no *Hexakisoctaedro*. Para applicar a hemiedria dodecaedrica á primeira d'estas fórmas, fig. 77, consideramos cada face dividida em dois triangulos eguaes. Haverá junto de cada angulo solido correspondente á face do octaedro seis triangulos, e prolongando

os que são adjacentes ao mesmo apothema da face na fórma holoedrica, obtem-se um solido de 12 faces em fórma de pentagonos symmetricos com quatro lados eguaes, e um desegual. Este polyedro é o *Dodecaedro pentagonal*, fig. 78.

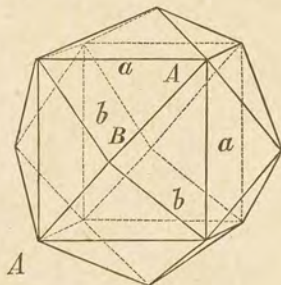



Fig. 77

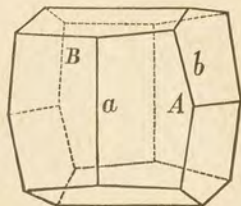



Fig. 78

Tem duas qualidades de arestas; 6 que coincidem com os lados deseguaes de duas faces adjacentes, correspondem ás faces do *Hexaedro*, e chamam-se *arestas caracteristicas* ou *regulares*, segundo os crystallographos allemães, e 24 que coincidem com os lados eguaes do pentagono, e correspondem duas a duas ás arestas do *Hexaedro* inscripto. Os angulos solidos são de duas qualidades: 8 triedricos e monogrammicos, correspondentes aos centros das faces do *Octaedro*, ou aos angulos solidos do *Hexaedro* e 12 triedricos digrammicos correspondendo aos meios das arestas d'esta fórma. Os symbolos do *Dodecaedro pentagonal* são, segundo Naumann, $\frac{\infty O n}{2}$, e $-\frac{\infty O n}{2}$, a que pela notação de Miller correspondem respectivamente os symbolos $\pi(kh0)$ e $\pi(hk0)$. Apparece esta fórma na *Pyrite* com grande frequencia, e d'ahi lhe derivam alguns mineralogistas o nome de *Pyritoedro*, e observa-se tambem na *Cobaltina* (sulfo-arseniato de cobalto).

O *Dodecaedro pentagonal* regular é excluido das fórmas

tesseraes, que a natureza realisa, porque para a produzir é necessario que o coefficiente n seja egual a $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, numero irracional e por isso contradictorio com a lei fundamental da crystallographia.

Para submetter a fórma geral ou o *Hexakisoctaedro*, fig. 75, á hemiedria dodecaedrica, havemos de prolongar os pares alternos de faces adjacentes á aresta média, correspondente á meia aresta do *Octaedro*. A fórma obtida é de 24 faces quadrilateras irregulares, o *Icositetraedro tetragonal, Diploedro* ou *Dyakisdodecaedro*, de Naumann fig. 79. As arestas são de 3 qualidades; 12 breves, *c*, correspondendo duas a duas á aresta regular ou caracteristica do *Dodecaedro pentagonal* inscripto, 12 longas, *a*, correspondendo cada uma a uma face d'esta fórma, e 24 medias, *b*, correspondentes em grupos de tres ás faces do octaedro.

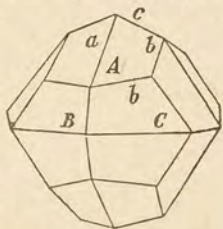



Fig. 79

Os angulos solidos são de tres qualidades: 6 tetraedricos digrammicos, *B*, correspondentes ás faces do *Hexaedro* inscripto, 8 triedricos, *A*, correspondentes ás faces do *Octaedro*, e 12 tetraedricos, *C*, correspondentes aos meios das arestas do *Octaedro*. Os symbolos d'esta fórma são $\left[\frac{m\,O\,n}{2}\right]$, e $-\left[\frac{m\,O\,n}{2}\right]$. Os symbolos do *Diploedro*, segundo Miller, são $\pi(h\,l\,k) = \left[\frac{m\,O\,n}{2}\right]$, e $\pi(h\,k\,l) = -\left[\frac{m\,O\,n}{2}\right]$. O *Diploedro* corresponde a um *Dodecaedro pentagonal*, cujas faces estejam divididas por uma recta que una o meio da aresta caracteristica e o vertice do angulo opposto. Assim as faces do *Diploedro* correspondem duas a duas a cada face do *Dodecaedro pentagonal*. Apparece o *Diploedro* na *Pyrite* e na *Cobaltina*. Na *Pyrite* apresenta-se ás vezes isolado.

92. **Hemiedria plagiedrica ou gyroedrica.**—Quando no *Hexakisoctaedro* as faces alternas que se prolongam são todas as que entre si não formam aresta, a fórma hemiedrica resultante é contida em 24 faces com a figura de pentagonos irregulares. É o *Icositetraedro pentagonal*, fig. 80. As duas fórmas conjugadas tem a propriedade de que uma é como que torcida para a direita e a outra para a esquerda, de maneira que é impossivel a congruencia dos dois solidos, qualquer que seja a posição que se lhes dê. Estão um para o outro na mesma relação, em que a mão direita está para a esquerda. São, segundo a designação proposta por Naumann, *enantiomorphos* (fórmas antagonistas). Não é possivel conceber n'ellas plano algum de symmetria. Segundo a notação de Naumann os seus symbolos são $\frac{mOn}{2}d$, e $\frac{mOn}{2}e$, a que em a notação de Miller correspondem $\gamma(hlk)$ e $\gamma(hkl)$. designando pela lettra γ que a hemiedria é gyroedrica. A hemiedria plagiedrica ou gyroedrica foi por largo tempo considerada como uma simples fórma theorica, sem realidade objectiva na natureza. O professor Gustav Tschermak, de Vienna, descobriu, porém em 1882, que ella se realisava em crystaes de chloreto de ammonio obtidos artificialmente.

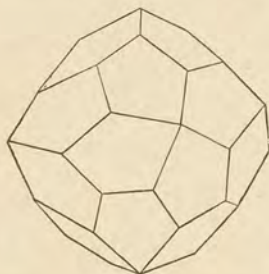



Fig. 80

93. **Tetardoedria no systema tesseral.**—Se a uma fórma hemiedrica do systema tesseral se applica novamente um processo de hemiedria differente do que se empregou para a produzir, ou, o que é a mesma coisa, se uma fórma holoedrica è submettida a dois processos differentes e simultaneos de hemiedria, obter-se-hão quartos do holoedro, ou *fórmas tetardoedricas*. Se applicamos ao *Hexakisoctaedro* o processo de hemiedria tetraedrica, já sabemos que resulta em dois hemiedros congruentes de 24 faces o *Hexakis-*

tetraedro, (fig. 76, pag. 157). Se agora cada um d'estes hemiedros é sujeito a uma nova hemiedria, a plagiedrica, prolongando seguidamente as faces alternas, obtem-se para cada um d'elles um par de hemiedros de segunda ordem, ou *Tetardoedros*, cada um dos quaes é um *Dodecaedro pentagonal tetraedrico*, fig. 81. Estes solidos não podem conduzir-se á sobreposição, qualquer que seja a rotação impressa a um d'elles. Não são pois *congruentes*, são *enantiomorphos*. Um d'elles apparece como torcido para a direita, o outro para a esquerda, um é pois o *Dodecaedro pentagonal tetraedrico direito*, o outro o *Dodecaedro pentagonal tetraedrico esquerdo*.

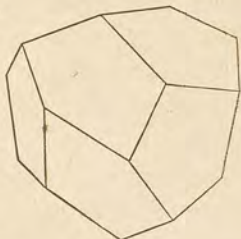



Fig. 81

Assim ao *Hexakistetraedro* positivo $+\frac{m\,O\,n}{2}$, correspondem dois tetardoedros, um *positivo direito*, que é o representado na fig. 81, e um *positivo esquerdo* e o *Hexakistetraedro negativo* decompõe-se egualmente em um tetardoedro *negativo direito* e um *negativo esquerdo*. Estes quatro tetardoedros gosam da notavel propriedade geometrica de que o *positivo direito* é congruente com o *negativo direito*, e egualmente se podem levar á congruencia o *positivo esquerdo* e o *negativo esquerdo*.

A notação destas fórmas segundo Naumann e Miller é a seguinte:

	NAUMANN	MILLER
Tetardoedro positivo direito......	$+\frac{m\,O\,n}{4}\,d,$	$\varkappa\pi(l\,k\,h)$
Tetardoedro positivo esquerdo....	$+\frac{m\,O\,n}{4}\,e,$	$\varkappa\pi(k\,l\,h)$
Tetardoedro negativo direito	$-\frac{m\,O\,n}{4}\,d,$	$\varkappa\pi(k\,\bar{l}\,h)$
Tetardoedro negativo esquerdo....	$-\frac{m\,O\,n}{4}\,e,$	$\varkappa\pi(l\,\bar{k}\,h)$

em que as lettras *d* e *e* designam as palavras *direito* e *esquerdo*, correspondendo ás notações allemans *r*, *l*, iniciaes de *recht* (direito) e *link* (esquerdo).

As outras fórmas holoedricas tesseraes, além do *Hexakisoctaedro*, não produzem tetardoedros differentes dos hemiedros.

As fórmas tetardoedricas só apparecem em substancias artificialmente crystallisadas como productos de laboratorio, taes como o chloreto de sodio, os nitratos de chumbo, de baryo, de stroncio e poucos mais.

94. **Combinações no systema tesseral.** — Estas combinações são variadissimas e podem ser binarias, ternarias quaternarias, etc. e de caracter holoedrico ou hemiedrico. As mais frequentes são as seguintes:

I. *Combinações holoedricas binarias:*

α. Tendo por fórma dominante o *hexaedro:*

1.° $\infty O \infty . O$, fig. 82;
2.° $\infty O \infty . \infty O$, fig. 83;

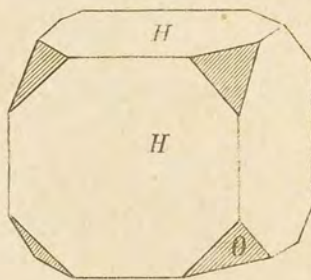



Fig. 82

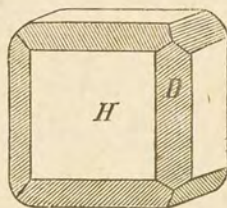



Fig. 83

3.° $\infty O \infty . 2 O 2$, fig. 84;
4.° $\infty O \infty . 2 O$, fig. 85;

Fig. 84

Fig. 85

5.º $\infty O \infty \cdot \infty O 3$, fig. 86;

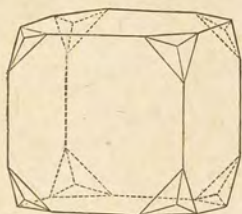
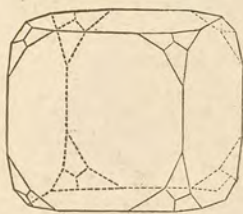
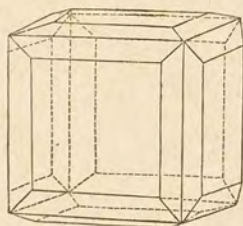



Fig. 86

6.º $\infty O \infty . 4 O 2$, fig. 87.
Combinação em equilibrio: $\infty 0 \infty \cdot O$, fig. 88.

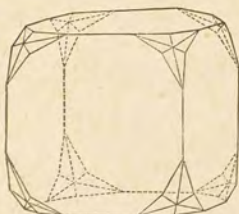



Fig. 87

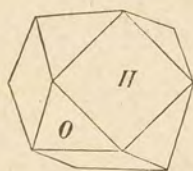



Fig. 88

6. Tendo por fórma dominante o *Octaedro:*

1.º $O \cdot \infty O \infty$, fig. 89;
2.º $0 \cdot \infty O$, fig. 90;

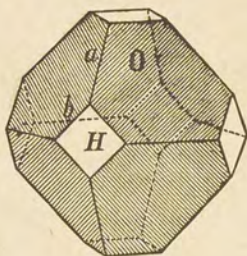



Fig. 89

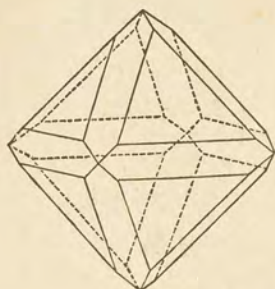



Fig. 90

3.° $O \cdot 2O2$, fig. 91.

γ. Tendo por fórma dominante o dodecaedro rhombico.

1.° $\infty O \cdot \infty O \infty$, fig. 92;

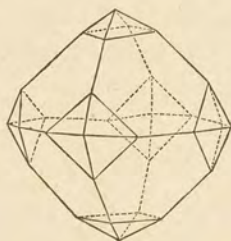



Fig. 91

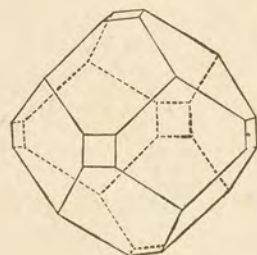



Fig. 92

2.° $\infty O \cdot O$, fig. 93;
3.° $\infty O \cdot 2O2$, fig. 94.

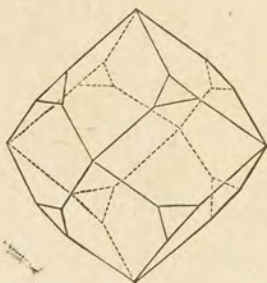



Fig. 93

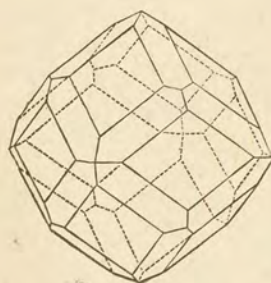



Fig. 94

II. *Combinações hemiedricas.*

α. De caracter hemiedrico tetraedrico.

a) Combinações binarias.

1.º $\frac{O}{2} \cdot - \frac{O}{2}$, fig. 95;

2.º $\frac{O}{2} \cdot \infty O \infty$, fig. 96;

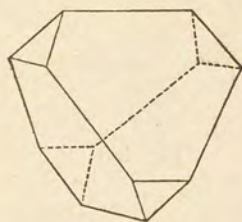



Fig. 95

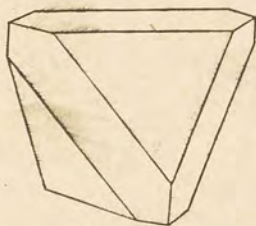



Fig. 96

3.º $\frac{2O2}{2} \cdot \frac{O}{2}$, fig. 97.

b) Combinações ternarias.

Pode citar-se como exemplo: $\infty O \infty \cdot \frac{O}{2} \cdot \infty O$, fig. 98; em que é dominante o *Hexaedro*.

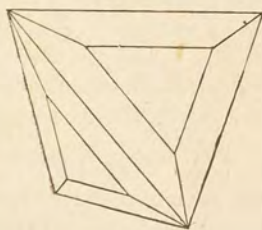



Fig. 97

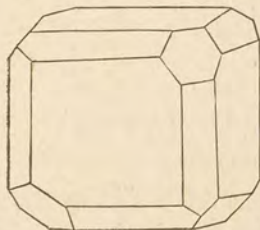



Fig. 98

6. De caracter hemiedrico dodecaedrico.

1.° $\infty O \infty . \frac{\infty O 2}{2}$, fig. 99;

2.° $O . \frac{\infty O 2}{2}$, fig. 100.

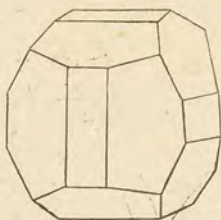



Fig. 99

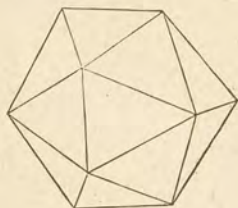



Fig. 100

Esta combinação realisa o equilibrio entre as fórmas simples, e é notavel, porque tendo vinte faces triangulares, á primeira vista parece ser o icosaedro da geometria, mas n'este as faces são triangulos equilateros e as arestas são todas eguaes, o que n'esta combinação se não pode realisar.

95. *(Nota).* **O dodecaedro regular como fórma crystallographicamente impossivel.**—Para obter o dodecaedro regular é necessario (n.° 91) que no tetrakishexaedro, de que se deriva, seja $n = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, o que directamente se demonstra da seguinte maneira. Em todo o dodecaedro pentagonal a aresta caracteristica é parallela á longa do tetrakishexaedro e á do hexaedro correspondente. O seu angulo diedro é egual ao dobro do complemento do angulo formado pela face do tetrakishexaedro com a do cubo inscripto. Denotando pois por A o angulo da aresta caracteristica e por γ o da face do tetrakishexaedro com a do hexaedro, é $A = 2\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right)$. Mas γ é evidentemente medido pelo angulo plano OFE, fig. 101, que o traço EF da face do tetrakishexaedro faz com um dos eixos coordenados no extremo do parametro n n'elle assignalado. No triangulo rectangulo OFE, onde

$OE=1$, $OF=n$, e por consequencia $EF=\sqrt{n^2+1}$, temos $\cos\gamma=\frac{n}{\sqrt{n^2+1}}$, e logo $\operatorname{sen}\gamma=\frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$. Será pois

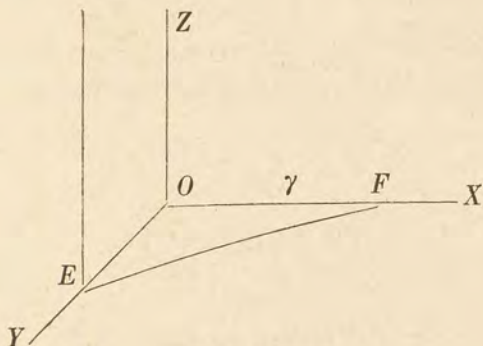



Fig. 101

$$\cos A=\cos 2\left(\frac{\pi}{2}-\gamma\right)=1-2\cos^2\gamma=1-\frac{2n^2}{n^2+1}=-\frac{n^2-1}{n^2+1},$$

e esta será a expressão do coseno do angulo da aresta caracteristica em funcção de n.

Cada uma das arestas eguaes do dodecaedro pentagonal é formada pela intersecção de duas faces alternas do tetrakishexaedro adjacentes ao mesmo vertice do hexaedro inscripto, e passa necessariamente por esse ponto. Os angulos formados pelas duas faces com a mesma do hexaedro são respectivamente γ e $\frac{\pi}{2}-\gamma$. Agora se d'aquelle vertice do hexaedro se imagina descripta uma superficie espherica, interceptará nas duas faces do tetrakishexaedro e na do cubo inscripto um triangulo espherico, no qual é conhecido um lado $=\frac{\pi}{2}$ (angulo na face do hexaedro) e são dados os dois angulos γ e $\frac{\pi}{2}-\gamma$. Chamando C ao angulo da aresta, a formula trigonometrica sabida para o caso do triangulo espherico de quadrante, dá immediatamente

$$\cos C=-\cos\left(\frac{\pi}{2}-\gamma\right)\cos\gamma=-\operatorname{sen}\gamma\cos\gamma.$$

E substituindo por $\operatorname{sen}\gamma$ e $\cos\gamma$ os seus valores em n, será $\cos C=$

$=-\frac{n}{n^2+1}$. No caso particular do dodecaedro regular, em que todas as arestas tem o mesmo valor, é $\cos A = \cos C$ e por conseguinte $n^2 - 1 = n$. Resolvendo esta equação, vem $n = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$, e como n em todo o tetrakishexaedro é sempre > 1, temos $n = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$, numero irracional e por isso o dodecaedro regular é crystallographicamente impossivel.

CAPITULO III

Systema tetragonal

I. Fórmas holoedricas

96. **Caracteres do systema.**—Este systema é variamente denominado pelos mineralogistas. É o *bi-uniaxe* (zwei-und einaxige) de Weiss, o *pyramidal* de Mohs, o *monodimetrico* de Hausmann, o *quadratico* de outros auctores. O nome geralmente hoje adoptado é o de *tetragonal*. Assemelha-se ao systema tesseral em ter os seus eixos todos orthogonaes, e differe d'elle em que um dos eixos é unico, ou não tem homologo, sendo os outros dois eguaes entre si. É a este, que se refere a posição das fórmas para as collocar verticalmente. É elle assim o eixo principal. Os eixos eguaes aa', bb', fig. 102, são pois, os *eixos secundarios* e confundem-se com as diagonaes da base na pyramide tetragonal e as bisectrizes, cc', dd', dos angulos, que elles formam, são os *eixos intermediarios*. Na posição normal das fórmas d'este systema o eixo desegual, ou principal, colloca-se verticalmente, um dos eixos secundarios, aa', dispõe-se voltado para o observador, e o outro, bb', fica sendo transversal. Os planos de symmetria são cinco, um principal, que

é o plano dos eixos secundarios, sobre o qual se levanta perpendicularmente o eixo principal; dois planos ordinarios

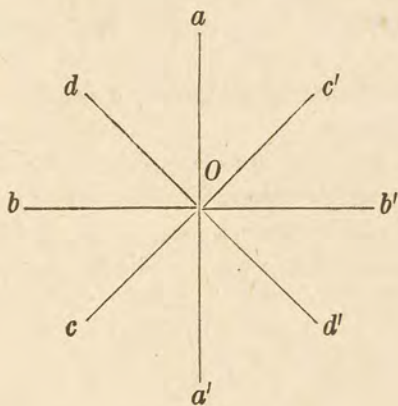



Fig. 102

de symmetria, que passam pelo eixo unico e por cada um dos eixos secundarios; e outros dois planos ordinarios de symmetria, ou *planos intermediarios*, determinados pelo eixo principal e cada um dos dois eixos intermediarios. Os quatro planos ordinarios e intermediarios de symmetria intersectam-se em angulos de 45° e a sua intersecção é o eixo principal. Alguns crystallographos designam os planos ordinarios pelo nome de *secções primarias*, e os dois intermediarios pela denominação de *secções secundarias*. As fórmas do systema tetragonal tem todos os seus elementos crystallographicos dispostos symmetricamente em redor do eixo principal, e a sua construcção pertence ao typo, que, segundo alguns crystallographos, se chama *radiado* (wirtelförmige Bau, pag. 108).

97. **Fórmas simples holoedricas.**—As fórmas simples holoedricas são:

I. Fórmas fechadas.

a) Pyramides tetragonaes (Protopyramides e Deuteropyramides).

b) Pyramides octogonaes ou ditetragonaes.

II. Fórmas abertas.

a) Prismas de secção quadrada (Protoprisma e Deuteroprisma).

b) Prismas de secção octogonal ou prismas ditetragonaes ou de oito faces.

c) Pinakoides, ou planos normaes ao eixo principal.

98. **Pyramides tetragonaes.**— São duplas pyramides de 4 faces eguaes com a figura de triangulos isosceles, e tendo por consequencia um quadrado por base, fig. 103.

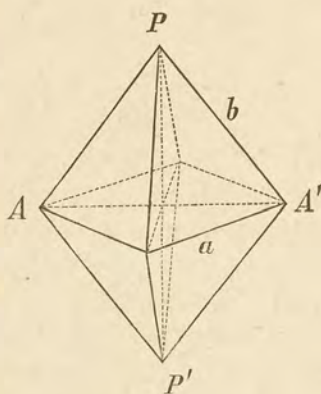



Fig. 103

Tem 12 arestas, 8 polares eguaes, e 4 lateraes, ou basicas tambem eguaes entre si. Os angulos solidos são de duas qualidades, 4, cujos vertices coincidem com os dos angulos da base, *A*, *A'*, e 2, cujos vertices são os *polos*, *P*, *P'*, da fórma.

As pyramides tetragonaes são: 1.° *Protopyramides* ou pyramides de 1.ª ordem; 2.° *Deuteropyramides* ou pyramides de 2.ª ordem. A protopyramide e a deuteropyramide não

se differença uma da outra, quanto á fórma. Distinguem-se apenas entre si na sua posição. Se a primeira se colloca na posição normal, fig. 104, com um eixo secundario ou diagonal e um angulo da base voltado para o observador, a segunda terá relativamente a esta uma posição tal, que ao angulo da primeira corresponda uma aresta lateral da outra. Na protopyramide, fig. 104, os eixos secundarios, aa' e bb', unem os vertices dos angulos da base e os intermediarios cc', dd' os meios das arestas lateraes parallelas; na deuteropyramide fig. 105, os eixos secundarios, aa', bb', e os in-

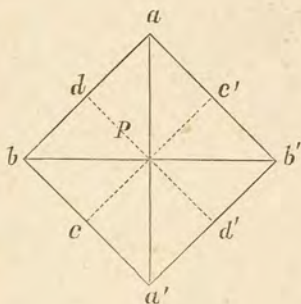
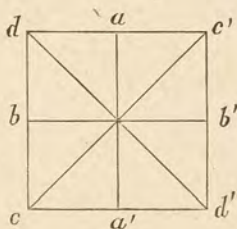



Fig. 104 Fig. 105

termediarios cc', dd', tem direcções respectivamente normaes ás da protopyramide. Cada uma d'ellas pode ser levada á posição da outra por uma rotação de 45° em volta do eixo principal. Como a relação entre o comprimento do eixo principal e o dos secundarios é susceptivel de variar ao infinito, é claro que theoricamente póde haver infinitas protopyramides e deuteropyramides. As arestas polares das primeiras designam-se por X, as das segundas por Y, e as lateraes de ambas por Z. Umas e outras podem ser *agudas* ou *obtusas*. Estas fórmas encontram-se, por exemplo, no *Zirkão*, na *Anatase*, na *Idocrase* ou *Vesuviana*. As pyramides tetragonaes são chamadas por alguns crystallographos, entre elles Bauer, *Octaedros*, mas esta denominação é impropria e

dá origem a poderem confundir-se pelo nome com o octaedro pertencente ao systema tesseral.

99. **Pyramide octogonal ou ditetragonal.**—É uma dupla pyramide de oito faces, fig. 106, com a fórma de trian-

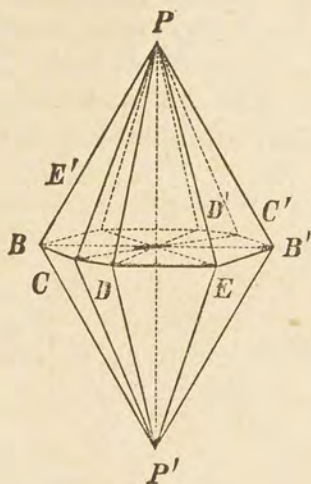



Fig. 106

gulos escalenos, e tem por consequencia como base um octogono de lados eguaes, tendo só eguaes os angulos alternos. Tem tres qualidades de arestas: 8 lateraes coincidindo com os lados da base, 8 polares agudas correspondendo aos angulos menos obtusos do octogono, e 8 polares obtusas, que terminam em os vertices dos angulos mais obtusos. Das arestas polares umas ficam sempre situadas nos planos ordinarios de symmetria, chamam-se *Arestas primarias* e designam-se por *X*, e as outras quatro alternas com as primeiras caem sempre nos planos intermediarios de symmetria, tem o nome de *Arestas secundarias* e notam-se com a lettra *Y*. Os angulos solidos são tambem de tres qualidades: 2 octaedricos, polares; 4 lateraes ou basicos tetraedricos

mais obtusos, e 4 lateraes tetraedricos menos obtusos. O octogono base das *Pyramides ditetragonaes* pode traçar-se, construindo triangulos isosceles de egual altura sobre cada um dos lados do quadrado base da *Protopyramide*. Estas fórmas raras vezes se observam isoladas, e em combinações apparecem, como fórmas subordinadas; deparam-se no *Zirkão*, na *Vesuviana*, na *Cassiterite* (oxydo de estanho). As pyramides octogonaes são designadas segundo alguns crystallographos e entre elles Bauer, pelo nome de *Dioctaedros*, que não exprime, como a denominação geralmente admittida, a natureza pyramidal d'estas fórmas crystallinas.

100. **Prismas e pinakoides.**—Dos prismas uns são limitados parallelamente ao eixo principal por quatro faces eguaes, que formam entre si angulos rectos e tem por secção transversal um quadrado, e são o *Prisma tetragonal*, e outros são formados por oito faces, incidindo alternadamente em angulos eguaes, e são o *Prisma octogonal* ou *ditetragonal*. Os prismas tetragonaes, correspondendo ás pyramides da mesma denominação, distinguem-se em *Protoprismas* e *Deuteroprismas*. Differençam-se uns dos outros em que as suas secções normaes ao eixo principal, com a figura de quadrados, estão em posição relativa analoga á das bases da *Protopyramide* e *Deuteropyramide*, segundo representam as fig. 104 e 105. Os dois prismas levam-se á congruencia ou ao parallelismo, executando em um d'elles uma rotação de 45° em volta do eixo principal. Os eixos secundarios no *Protoprisma* unem n'um plano normal ao eixo principal as arestas oppostas, e os intermediarios incidem normalmente ás faces parallelas. No *Deuteroprisma* realisa-se o inverso. Os *Pinakoides* são representados por um par de faces normaes ao eixo principal, ou parallelas á base das pyramides.

O *Prisma tetragonal* apparece por exemplo no *Rútilo*, na *Cassiterite*. O *Prisma octogonal* ou *ditetragonal* no *Rútilo*, na *Vesuviaua*.

101. **Fórma fundamental. Derivação.**—Varias substancias mineraes distinctas crystallisam no systema tetragonal. As pyramides e prismas do mesmo nome em uma não se distinguem das fórmas da outra senão pelas suas dimensões angulares. Por isso para cada substancia mineral ha de haver uma fórma particular, que se possa escolher como *fórma fundamental*. A mais simples das fórmas do systema é a pyramide tetragonal. Em cada especie mineral crystallisada n'este systema escolhe-se pois uma pyramide tetragonal, que se considera como protopyramide e cujas dimensões angulares se determinam, para o que basta medir o angulo de uma das arestas, quasi sempre a lateral ou basica. Conhecidas as dimensões angulares, d'ellas se deduz, pelo processo exarado no n.º 54, a relação dos eixos $1:1:c$, ou $1:c$, expressa em numeros irracionaes. Assim a fórma fundamental do *Rutilo* (acido titanico) tem a relação $1:0{,}6442\ldots$, a da *Cassiterite* $1:0{,}6724\ldots$ A protopyramide fundamental designa-se por $\acute{P}$, segundo a notação de Naumann.

Para proceder á derivação das fòrmas recorramos ao symbolo geral $m\,Fn$. Tracemos os trez eixos coordenados orthogonaes, fig. 107, em que o eixo OZ é representado pela sua projecção O no plano XY. A relação geral dos coefficientes é $m:n:1$, devendo o eixo OZ ser sempre differente dos dois eguaes OX, OY. N'essa relação podemos distinguir os seguintes casos:

1.º $n=1$. O plano da face corta os eixos OX, OY á distancia 1, e o terceiro eixo á distancia c. A figura da face é um triangulo isosceles. É claro que não ha que applicar senão a permutação unica $1, 1, c$, porque se fizessemos as tres, teriamos uma fórma tesseral. A fórma resultante é uma *Protopyramide*, cuja base tem por lado uma recta egual á unidade. E como n'esta fórma a relação dos eixos $1:1:c$ é a mais simples, que n'este systema se pode conceber, a fórma fundamental do systema tetragonal será uma proto-

pyramide, a qual tem por symbolo a sua inicial P. Se multiplicamos agora o eixo c da fórma fundamental por um nu-

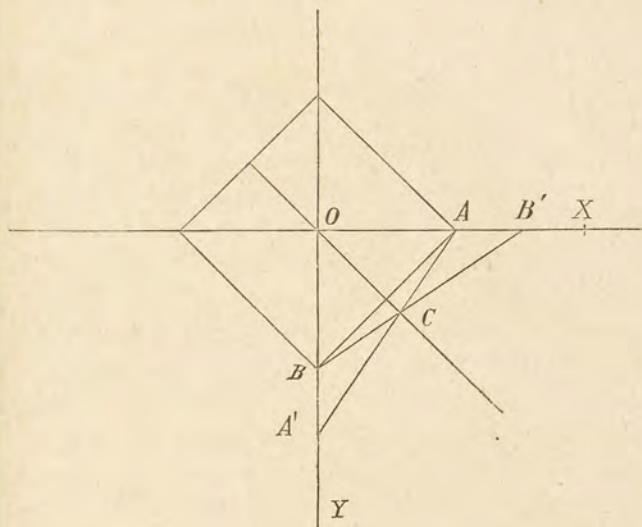



Fig. 107

mero m racional, maior ou menor que a unidade, e por meio de rectas unimos os polos assim determinados com os vertices dos angulos da base, a fórma obtida será uma nova protopyramide, mais aguda ou mais obtusa que a primeira, segundo fôr $m \gtrless 1$, tendo porém a mesma base. Fazendo no symbolo geral mFn, $F=P$, $n=1$, a notação geral das protopyramides é mP. O coefficiente m pode ter todos os valores desde zero até ∞. Os valores finitos mais frequentes são $\frac{1}{2}$, 2, 3. Quando $m=0$ a fórma converte-se no *Pinakoide*, cuja notação é $0P$, e quando $m=\infty$, obtem-se o *Protoprisma tetragonal*, cujo symbolo é ∞P.

As protopyramides tem pois como limite superior o *Protoprisma* ∞P e como limite inferior o *Pinakoide* $0P$. A

serie completa das protopyramides é

$$0P \ldots \frac{1}{m}P \ldots P \ldots mP \ldots \infty P$$

2.º $n > 1$. N'este caso o plano da face corta um eixo, por exemplo OZ, á distancia m, o 2.º eixo, por exemplo, OX, á distancia $OB = 1$, como na protopyramide, e o 3.º, OY, á distancia $OB' = n$. Resulta d'aqui formarem os traços da face nos planos coordenados um triangulo escaleno. Como para conservar a symmetria do systema, é necessario além da permutação $X_1 Y_n Z_m$, fazer tambem a segunda $X_n Y_1 Z_m$, haverá um novo plano, cujos traços limitarão uma figura escalena egual á primeira. Estes dois planos intersectando-se em cada oitante e com os dos oitantes adjacentes, produzirão a pyramide *ditetragonal*. A relação dos parametros é $m:n:1$, e o symbolo da fórma mPn. O coefficiente n pode ter todos os valores até ∞. Os valores mais frequentes são $\frac{3}{2}$, 2, 3.

De cada protopyramide podem theoricamente derivar-se muitas pyramides octogonaes, cujas dimensões dependem do valor attribuido a n.

As pyramides ditetragonaes tem sempre por base octogonos de lados eguaes e de angulos alternos eguaes. A pyramide regular, ou a que tem por base o octogono equilatero e equiangulo, não se realisa na natureza, e é crystallographicamente impossivel. A condição para que esta fórma se construa é a de ser $n = 1 + \sqrt{2}$. Ora este numero é irracional e a condição fundamental dos coefficientes de derivação nas fórmas naturaes é a sua racionalidade.

É facil demonstrar que a pyramide com a base de octogono regular se deriva da fórma fundamental com um coefficiente $n = 1 + \sqrt{2}$. No octogono regular os angulos são de 135°. Se pois, fig. 107, o octogono, de que são lados as arestas AC e BC, é regular, o angulo ACB é egual a 135°.

e por conseguinte o angulo $OBC = \frac{1}{2} ACB = 67^\circ\ 30'$. No triangulo BOB' é

$$OB' = OB \operatorname{tang} OBC,$$

e por ser

$$OB = 1, \quad OB' = n,$$

é $n = \operatorname{tang} 67^\circ\ 30' = \cot 22^\circ\ 30'$. Ora $\cot 22^\circ\ 30' = \cot \frac{45^\circ}{2}$.

Pela trigonometria sabemos que $\cot \frac{a}{2} = \frac{\cos a + 1}{\operatorname{sen} a}$. Logo

$$\cot \frac{45^\circ}{2} = \cot 22^\circ\ 30' = \frac{\cos 45^\circ + 1}{\operatorname{sen} 45^\circ} = \frac{\operatorname{sen} 45^\circ + 1}{\operatorname{sen} 45^\circ} =$$

$$= \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} + 1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1 + \sqrt{2}.$$

Logo $n = \operatorname{tang} 67^\circ\ 30' = 1 + \sqrt{2}$.

3.° m finito, $n = \infty$. Então o plano da face corta o eixo OZ á distancia m, e cada um dos outros eixos inversamente ás distancias 1 e ∞. Haverá pois duas permutações $X_1 Y_\infty Z_m$ e $X_\infty Y_1 Z_m$. Os planos em cada oitante terão pois no plano da base os seus traços respectivamente perpendiculares a OX e OY. A fórma resultante é uma *Deuteropyramide*. A sua relação de coefficientes é $m : \infty : 1$, e o seu symbolo $mP\infty$. Os valores de m mais frequentes n'esta fórma são 1 e 2.

De cada protopyramide mP só pode derivar-se uma unica deuteropyramide $mP\infty$.

4.° $m = \infty$, $n = \infty$. A fórma obtida é o *Deuteroprisma* cuja notação é $\infty P \infty$.

5.º $m = \infty$, n finito > 1. A fórma resultante é o *Prisma ditetragonal* e a sua notação é $\infty P n$.

O prisma ditetragonal tem sempre, como a pyramide correspondente, por secção normal ao eixo principal um octogono de lados eguaes e de angulos alternos eguaes. O prisma de secção octogonal regular não se realisa em a natureza, porque o seu numero de derivação é, como na pyramide, $n = 1 + \sqrt{2}$.

102. **Schema das fórmas holoedricas no systema tetragonal.**—Á semelhança do que se fez para o systema tesseral, podem representar-se por um schema as relações e a successão das fórmas tetragonaes. No centro do triangulo isosceles, fig. 108, está o symbolo geral $m P n$, o da *Pyramide ditetragonal*, que virtualmente contém todas as fórmas do systema. No vertice superior está a fórma $0P$, no vertice immediato á esquerda o symbolo ∞P e no terceiro vertice o symbolo $\infty P \infty$. No meio do primeiro lado está a fórma mP, que tem por limites $0P$ e ∞P. No meio do segundo lado do triangulo apparece $m P \infty$, a deuteropyramide tetragonal, entre os seus limites $0P$ e $\infty P \infty$. No meio da base do triangulo está $\infty P n$, o prisma ditetragonal.

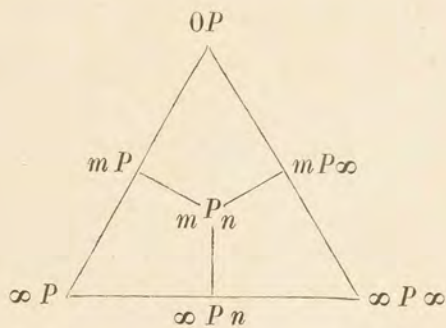



Fig. 108

103. **Notação das fórmas tetragonaes segundo**

Miller.—A protopyramide fndamental, segundo os principios já expostos (n.º 58) d'este processo de notação, é representada por (111) e qualquer protopyramide por $(h h l) = m P$. A pyramide ditetragonal tem por symbolo $(h k l) = m P n$; a deuteropyramide $(h 0 l) = m P \infty$. O prisma ditetragonal é symbolisado por $(h k 0) = \infty P n$, o protoprisma por $(110) = \infty P$; o deuteroprisma por $(100) = \infty P \infty$; e finalmente o pinakoide por $(001) = 0P$.

104. **Hemiedria no systema tetragonal.**—Para obter as fórmas hemiedricas recorramos á fórma geral, á *Pyramide octogonal* ou *ditetragonal* $m P n$, em cujos oitantes as faces estão dispostas aos pares. Os modos, por que póde effeituar-se a hemiedria, são:

I. Prolongando os pares de faces nos oitantes alternos: *Hemiedria sphenoidica* (tetraedrica).

II. Prolongando os pares de faces adjacentes ás arestas alternas lateraes: *Hemiedria pyramidal*.

III. Prolongando seguidamente as faces alternas a partir de qualquer; *Hemiedria trapezoedrica*.

105. **Hemiedria sphenoidica.**—Na pyramide octogonal, fig. 109, prolongando as faces dos oitantes alternos, cada face de um oitante é interceptada por uma face do mesmo oitante e por uma de cada oitante alterno, e a figura resultante é um triangulo escaleno. A fórma é um *Scalenoedro* de oito faces, ou *Scalenoedro tetragonal*, fig. 110, tambem chamado algumas vezes *Disphenoide*. Este hemiedro consta de dois pares de faces superiores, e de outros dois de faces inferiores, que alternam com os primeiros. As suas arestas são de duas qualidades. As faces de cada par intersectam-se em *arestas polares obtusas* com a mesma direcção e o mesmo angulo diedro da aresta polar correspondente na pyramide ditetragonal. Alternando com as arestas polares obtusas, tem o *scalenoedro tetragonal* quatro arestas polares menos obtusas, cada uma situada entre duas das primeiras. As *arestas lateraes* ou *medias* são

quatro homologas entre si. Tem duas qualidades de angulos solidos, dois polares tetraedricos digrammicos e qua-

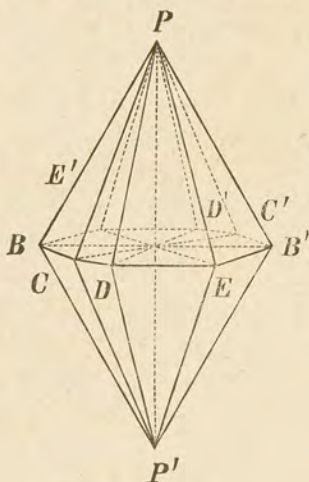
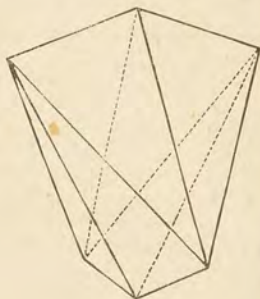



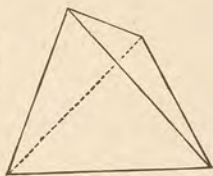
Fig. 109 Fig. 110

tro lateraes tetraedricos trigrammicos formados por duas arestas polares menos obtusas, uma polar obtusa, e uma lateral. Os dois scalenoedros, um positivo, outro negativo, obtidos da mesma pyramide, são congruentes por meio de uma rotação de $\frac{\pi}{2}$. A sua notação é, segundo Naumann, $\frac{mPn}{2}, -\frac{mPn}{2}$ e segundo Miller $\varkappa(hkl)$ e $\varkappa(h\bar{k}l)$.

Applicando o processo da hemiedria sphenoidica á protopyramide, notemos que cada uma das suas faces está situada n'um unico oitante. Logo é possivel por oitantes a sua alternação. Cada face, que se prolonga, é intersectada por tres dos oitantes alternos. A fórma resultante é de quatro faces triangulares isosceles, é pois um tetraedro irregular, que está para a protopyramide em relação semelhante á do tetraedro para com o octaedro. Esta fórma hemiedrica é o *Sphenoide tetragonal* ou *isosceles*, fig. 111. (do

grego σφήν, cunha). O *sphenoide tetragonal* tem duas qualidades de arestas, duas polares homologas, horizontaes e em direcções perpendiculares entre si, e quatro arestas lateraes homologas, dispostas em zigue-zague. Segundo as arestas horizontaes ou polares são mais ou menos agudas que as lateraes, assim o sphenoide apparece mais ou menos alongado na direcção correspon-

Fig. 111

dente ao eixo da pyramide tetragonal ou o sphenoide é *agudo* ou *obtuso*, e esta qualidade está dependente de ser *aguda*, ou *obtusa* a pyramide tetragonal, donde o sphenoide se derivou. Se as arestas polares e as lateraes tendem para a egualdade, o *sphenoide* tende para a fórma do tetraedro, que é o limite dos sphenoides agudos e obtusos, que elles comtudo não podem attingir. D'estes dois hemiedros, congruentes por uma rotação de $\frac{\pi}{2}$, um é *positivo*, o outro *negativo*. A sua notação, segundo Naumann, é $\frac{mP}{2}$, $-\frac{mP}{2}$ e segundo Miller, $\varkappa(hhl)$ e $\varkappa(h\bar{h}l)$. Exemplo d'esta fórma encontra-se na *Chalkopyrite*, onde os dois sphenoides apparecem em combinação, sendo um d'elles dominante.

É claro que a hemiedria sphenoidica applicada á *Deuteropyramide*, ao *Protoprisma*, ao *Deuteroprisma*, ao *Prisma ditetragonal*, não produz fórmas geometricamente diversas das suas correspondentes holoedricas, porque em todas estas fórmas cada face está ao mesmo tempo em dois oitantes contiguos, e existe por consequencia no mesmo plano a face, que se prolonga e a que se elimina.

106. **Hemiedria pyramidal.**—Prolongando na pyramide octogonal os pares de faces, que passam pelas arestas lateraes alternas, a fórma resultante é uma pyramide tetragonal, cuja base tem uma posição diversa da base da protopyramide e da deuteropyramide. Porque se prolongamos

as arestas lateraes alternas, a figura, que se obtem, é um quadrado circumscripto assymmetricamente ao da protopyramide. A fórma resultante é uma *Tritopyramide tetragonal* ou *Pyramide de 3.ª ordem*. Uma das tritopyramides é desviada para a direita, e a outra para a esquerda em relação á protopyramide. A sua notação é, segundo Naumann, $\left[\frac{mPn}{2}\right]$ e $-\left[\frac{mPn}{2}\right]$ e segundo Miller, $\pi(khl)$ e $\pi(hkl)$.

A hemiedria pyramidal applicada ao prisma octogonal dá como hemiedro o *Tritoprisma* ou *Prisma tetragonal de 3.ª ordem*, cuja secção transversal quadrada está situada relativamente á secção do *Protoprisma*, como a base da *Tritopyramide* em relação á da *Protopyramide*. A notação do *Tritoprisma* é, segundo Naumann, $\left[\frac{\infty Pn}{2}\right]$ e $-\left[\frac{\infty Pn}{2}\right]$, e segundo Miller, $\pi(kh0)$ e $\pi(hk0)$.

Esta hemiedria applicada á *Protopyramide*, á *Deuteropyramide*, ao *Protoprisma* e ao *Deuteroprisma* não produz fórmas geometricamente diversas das holoedricas. Exemplo da hemiedria pyramidal observa-se na *Scheelite* (wolframiato ou tungstato de calcio).

107. **Hemiedria trapezoedrica.**—Pode, além dos mencionados, admittir-se um terceiro processo, que consiste em prolongar as faces alternas sem distincção de oitantes. Este processo applicado á pyramide octogonal produz o *Trapezoedro tetragonal*, fig. 112. É formado por oito faces trapezoides, situadas de maneira que as quatro superiores alternam com as quatro inferiores. Tem quatro arestas polares superiores e quatro inferiores todas homologas e oito arestas lateraes, quatro mais agudas e quatro mais obtusas. Dos angulos solidos dois são polares tetraedricos mono-

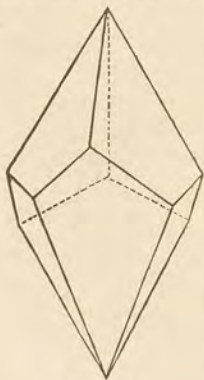



Fig. 112

grammicos e oito lateraes triedricos trigrammicos. Estes hemiedros são incongruentes ou enantiomorphos. Um d'elles é torcido para a direita, o outro para a esquerda. Um é pois o *Trapezoedro tetragonal direito*, o outro o *esquerdo*. A sua notação é, segundo Naumann, $\frac{mPn}{2}d$, $\frac{mPn}{2}e$, e segundo Miller, $\tau(khl)$ e $\tau(hkl)$, sendo a lettra τ empregada para expressar que a fórma é obtida pelo processo de *Hemiedria trapezoedrica*. Até agora, segundo já se disse (pag. 58), apenas esta fórma se tem observado em alguns saes organicos artificialmente crystallisados, taes como os sulfatos de Strychnina, de Ethylendiamina, e poucos mais.

108. **Tetardoedria.**—Ainda que a *Tetardoedria* é applicavel á pyramide ditetragonal, e póde produzir tetardoedros geometrícamente diversos d'esta fórma, nenhum d'elles se descobriu até agora nos mineraes, nem mesmo em productos de laboratorio, e por isso podemos omittir a sua descripção.

109. **Combinações no systema tetragonal.**—Citemos alguns exemplos mais frequentes de combinações n'este systema.

D'estas combinações umas tem o *habito prismatico*, outras o *habito pyramidal*, segundo as fórmas dominantes são os prismas ou as pyramides.

I. Tendo por fórma dominante um prisma:

α) Combinações binarias:

1.° $\infty P \cdot P$, fig. 113. O protoprisma ∞P apparece modificado nos seus extremos por um aguçamento devido ás faces da protopyramide fundamental P, e em geral ás de qualquer protopyramide mP. As arestas de combinação ficam parallelas ás lateraes da pyramide. Esta combinação realisa-se, por exemplo, na *Cassiterite*, no *Zircão*.

2.° $\infty P\infty, P$, fig. 114. As faces da protopyramide P e em geral as de qualquer protopyramide mP apparecem como rhombos ou losangos, que nascem da aresta do pris-

ma, pelo vertice do angulo, que no rhombo é opposto ao pólo. Exemplo d'esta combinação se realisa no *Zircão*.

6) *Combinações ternarias:*

Fig. 113

Fig. 114

1.° $\infty P \cdot P \cdot 2 P \infty$, fig. 115. Esta combinação é a da fig. 113, com a differença de ter os angulos solidos de combinação de P com ∞P, subtituidos por losangos, que representam as faces da deuteropyramide $2 P \infty$.

2.° $\infty P \infty . P . 3 P 3$, fig. 116. Esta combinação é a da fig.

Fig. 115

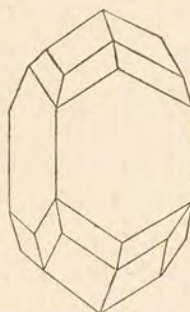



Fig. 116

114, com a differença de ter as arestas de combinação truncadas pelas faces de $3 P 3$. As arestas de combinação d'esta pyramide ditetragonal com a protopyramide P são parallelas ás da mesma fórma com as faces do deuteroprisma.

3.º $\infty P \cdot P \cdot \infty P \infty$. É a mesma combinação, fig. 113 com a differença de que as arestas de ∞P estão symmetricamente modificadas pelas faces de $\infty P \infty$. Exemplo d'esta fórma apparece na *Cassiterite*.

II. Tendo por fórma dominante uma pyramide:

α) *Combinações binarias:*

1.º $P \cdot \frac{1}{5}P$. As faces da pyramide mais obtusa apparecem nos polos de P formando com as d'esta fórma arestas de combinação parallelas ás lateraes de ambas as fórmas. Exemplo d'esta combinação offerece a *Anatase*.

2.º $P \cdot P \infty$, fig. 117. As arestas polares de P são truncadas symmetricamente pelas faces de $P \infty$.

3.º $P \cdot \infty P$, fig. 118. As arestas lateraes de P apparecem truncadas e substituidas por facetas rectangulares, cujas arestas de combinação com as faces da pyramide são parallelas ás lateraes d'esta fórma.

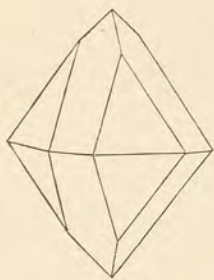



Fig. 117

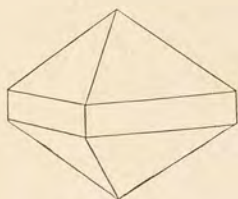



Fig. 118

4.º $P \cdot 0P$, fig. 119. Os angulos solidos polares da pyramide são truncados e substituidos por facetas quadradas que representam o pinakoide. Exemplo d'esta fórma encontra-se na *Anatase*, onde é a mais frequente.

β) *Combinações ternarias:*

$P \cdot \infty P \infty \cdot 0P$, fig. 120. Os angulos solidos lateraes apparecem truncados por facetas com figura de rhombos,

que são as faces de $\infty P \infty$, e os angulos solidos polares por facetas quadradas, que são as faces do pinakoide $0P$.

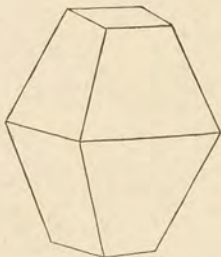



Fig. 119

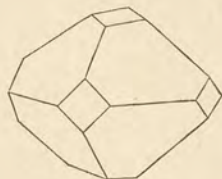



Fig. 120

III. *Combinações em equilibrio de pyramide com prisma.* D'este caso pode citar-se como exemplo:

$\frac{2}{3}P$, $\infty P \infty$, em que tanto as faces da protopyramide como as do deuteroprisma apparecem como rhombos. Exemplo d'esta fórma realisa-se na *Anatase.*

CAPITULO IV

Systema rhombico

I. Fórmas holoedricas

110. **Caracteres geraes.**—Ainda que o systema rhombico, assim como o tetragonal, contém fórmas inferiores em symmetria ao systema hexagonal, trataremos d'elle em primeiro logar pelas intimas relações, que tem com o tetragonal, e com o tesseral.

Este systema é por Breithaupt denominado *rhombico,* pela figura das secções nas differentes fórmas crystallinas, *orthotypo* e *prismatico* por Mohs, por causa dos prismas nu-

merosos, que n'elle se contém, *uni-uniaxe* (ein-und einaxiges) por Gustavo Rose, *anisometrico* por Hausmann e *orthorhombico* por alguns mineralogistas. O nome que está mais em uso é o de *rhombico*.

Este systema é caracterisado por tres eixos deseguaes, e orthogonaes. Um d'elles *c* escolhe-se para eixo vertical e em relação a este se collocam as fórmas na posição normal. Dos outros dois eixos, que são horizontaes, o menor *a*, dispõe-se de maneira que fique na direcção antero-posterior, ou que o angulo obtuso da base esteja voltado para o observador. O eixo maior horizontal, *b*, fica situado então da esquerda para a direita ou como eixo transversal.

Como os tres eixos são todos deseguaes, não está n'este systema, como no tetragonal, determinada pela symmetria a eleição do eixo vertical, para que pode escolher-se qualquer dos tres. Por isso nem todos os mineralogistas estão concordes n'este ponto e emquanto uns adoptam um dos eixos para vertical, outros lhe preferem outro eixo. Determinado o eixo vertical, fica desde logo tambem conhecido o plano dos eixos horizontaes. Este plano é a *Base das fórmas* comprehendidas no systema. Não ha n'ellas plano principal de symmetria, mas tres planos ordinarios, dos quaes um passa pelos eixos horizontaes, e outros dois pelo eixo vertical e por cada um dos horizontaes.

111. **Fórmas contidas no systema.**—As fórmas contidas no systema rhombico são na sua grande maioria holoedricas; as hemiedricas são raras. As holoedricas do systema rhombico, são as seguintes:

I. *Fórmas fechadas, ou finitas:* Pyramides rhombicas, tendo por base um rhombo ou losango.

II. *Fórmas abertas:*

1.° Prismas de secção rhombica e de eixo vertical (*Prismas verticaes* ou *Prismas propriamente ditos*).

2.° Prismas de secção rhombica e eixo horizontal (*Prismas horizontaes,* chamados geralmente *Domas*).

3.° Pinakoides:

α) basico ou normal ao eixo vertical;

ϐ) normal ao maior eixo horizontal;

γ) normal ao menor eixo horizontal.

112. **Pyramides rhombicas.**—Estas fórmas fig. 121 são pyramides duplas de quatro faces escalenas, e, por consequencia, tem por base um rhombo ou losango. A diagonal maior da base chama-se a *Macrodiagonal* e tambem por alguns auctores *Macroaxe*, a menor diz-se *Brachydiagonal* ou *Brachyaxe*. Tem tres qualidades de arestas: quatro lateraes $B\,C$ eguaes entre si, quatro polares agudas $A\,B$, terminando nos extremos da *Macrodiagonal*, e quatro polares obtusas $A\,C$, terminando nos extremos da *Brachydiagonal*. Os angulos solidos são de tres qualidades, mas todos tetraedricos e digrammicos; dois polares A, A'; dois basicos ou lateraes agudos, B, B', cujos vertices coincidem com os extremos da macrodiagonal, e dois basicos obtusos, C, C', cujos vertices são os extremos da brachydiagonal.

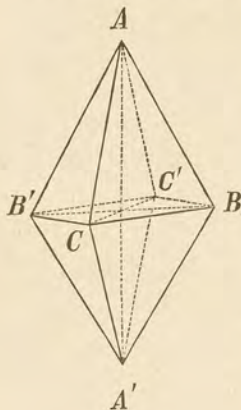



Fig. 121

113. **Prismas rhombicos.**—Os prismas são fórmas abertas ou infinitas contidas em quatro planos parallelos a algum dos tres eixos. Quando o parallelismo se realisa em relação ao eixo vertical, as fórmas dizem-se *Prismas verticaes*, ou simplesmente *Prismas*, empregando este nome sómente para este caso particuar. Os prismas verticaes tem por secção transversal ou horizontal um rhombo, e quatro arestas parallelas ao eixo vertical, duas agudas, que passam pelos extremos da macrodiagonal, e duas obtusas pelos extremos da brachydiagonal.

Quando as faces dos prismas são parallelas aos eixos ho-

rizontaes (macrodiagonal ou brachydiagonal) as fórmas chamam-se *Prismas horizontaes*, e mais frequentemente *Domas* nome proposto por Breithaupt, alludindo á disposição dos planos no telhado de uma casa, (do grego Δῶμα, casa). O *Doma*, cujas faces são parallelas á macrodiagonal, diz-se um *Macrodoma*, ou *Doma transversal (Querdoma)* e o que tem as faces parallelas á brachydiagonal um *Brachydoma* ou *Doma longitudinal (Längsdoma* dos allemães).

114. **Pinakoides.**—Estas fórmas constam de duas faces parallelas indefinidas, que podem ser perpendiculares:

α) ao eixo vertical e por isso parallelas á base das pyramides. São o *Pinakoide basico;*

β) á brachydiagonal e parallelas á macrodiagonal e ao eixo vertical, e tem o nome de *Macropinakoide;*

γ) á macrodiagonal e parallelas á brachydiagonal e ao eixo vertical e produzem o *Brachypinakoide.*

O pinakoide basico tem a posição horizontal, o macropinakoide e o brachypinakoide são verticaes.

115. **Divisão geometrica das fórmas.**—Segundo o que se enunciou (n.º 56) as fórmas comprehendidas no systema rhombico são contidas:

α) em *faces pyramidaes*, que são inclinadas aos tres planos de symmetria e por consequencia aos tres eixos (Pyramides),

β) em *faces prismaticas*, orthogonaes a um plano de symmetria e inclinados aos outros dois (Prismas e Domas),

γ) em *faces terminaes*, perpendiculares a dois planos e parallelos ao terceiro (Pinakoides).

116. **Derivação.—Fórma fundamental.**—Em cada mineral crystallisado no systema rhombico elege-se uma pyramide para ser a sua fórma fundamental, que segundo a notação de Naumann, se designa por *P*. N'esta fórma é depois necessario escolher qual dos eixos se ha de considerar como vertical, e logo determinar a *razão dos eixos*, $a:b:c$, ou, como se pratica geralmente, a dos eixos $a:1:c$, tomando por unidade o maior eixo horizontal *b*. Deve ad-

vertir-se que a, 1 e c representam geralmente as metades dos eixos correspondentes. A *razão dos eixos* determina-se pelo processo indicado (n.º 54) o que exige a effectiva medição de dois angulos diedros independentes um do outro. Os *elementos crystallographicos* no systema rhombico são $\alpha=\beta=\gamma=\frac{\pi}{2}$, e a relação $a:1:c$, que segundo o seu valor caracterisa e distingue a serie crystallographica de cada mineral rhombico. Assim no *Enxofre*, por exemplo, é, $a:1:c=$ $=0,8130:1:1,9039$, na *Calamina* $=0,7835:1:0,4778$, no *Topasio* $=0,5285:1:0,4768$.

117. **Relações possiveis entre os coefficientes.**— É claro que da fórma fundamental se podem derivar muitas outras, fazendo variar os parametros a e c, ou multiplicando-os respectivamente pelos coefficientes racionaes m, n. O symbolo geral mFn converte-se pois n'este systema em mPn, a relação geral dos seus parametros será $ma:1:nc$, e a relação dos coefficientes $m:n:1$. Os differentes valores finitos, infinitos ou nullos attribuidos a m e n, darão todas as fórmas do systema.

Na relação geral $m:n:1$, ou no symbolo geral mPn podemos ter:

1.º $m=n=1$. A fórma é então a pyramide fundamental P.

2.º $m \gtrless 1$, $n=1$. Esta condição equivale a multiplicar o eixo vertical da pyramide fundamental pelo numero m, ou a deslocar o polo alongando-o ($m>1$) ou approximando-o ($m<1$) da sua posição inicial. A fórma obtida é uma *Protopyramide rhombica* com a mesma base da fundamental. O seu symbolo é mP. E como m pode variar desde zero até ∞, teremos:

α) quando $m=0$, o *Pinakoide basico*, cujo symbolo é $0\,P$.

β) quando $m=\infty$, o *Protoprisma* $\infty\,P$.

As protopyramides finitas e os seus limites $0\,P$, $\infty\,P$, formam uma serie theoricamente indefinida:

$$0P,\ \frac{1}{m}P,\ P,\ mP,\ \infty P,$$

onde a partir do termo fundamental as fórmas vão para a direita augmentando de eixo vertical até se converterem no protoprisma ∞P, e para a esquerda diminuindo d'este eixo, até darem no pinakoide basico $0P$. Esta serie tem o nome de *Serie fundamental*, porque é dos seus membros que se derivam todas as demais series de fórmas no systema.

3.º Agora suppondo m constante, podemos attribuir a n valores variaveis. Esta multiplicação, em que n é sempre maior que a unidade, pode effeituar-se de cada vez no eixo maior, ou no eixo menor horizontal, isto é, na macrodiagonal, ou na brachydiagonal, ficando o outro sem alteração. Quando o coefficiente n multiplica a macrodiagonal, a fórma resultante é uma nova pyramide, que tem de commum com a protopyramide mP, o mesmo eixo vertical, e a mesma brachydiagonal. Esta fórma é a *Macropyramide*, cujo symbolo é $m\bar{P}n$, traçando sobre a lettra P o signal prosodico das syllabas longas. Applicando á brachydiagonal o coefficiente n, e conservando constante m, e a macrodiagonal, a fórma resultante é uma *Brachypyramide*, cujo symbolo é $m\breve{P}n$, tendo por cima da lettra P o signal prosodico das syllabas breves.

Por esta construcção é claro que tanto as macropyramides, como as brachypyramides, tem por base um losango differente do que pertence ás protopyramides e incongruente com elle.

4.º Podendo a derivação antecedente executar-se sobre qualquer protopyramide mP, é evidente que poderá egualmente applicar-se ao protoprisma ∞P, que não é senão uma protopyramide de eixo vertical infinito. D'aqui resulta, quando é a macrodiagonal, que se multiplica por n, um *Macroprisma*, cujo symbolo é $\infty\bar{P}n$, e quando é a brachydiagonal, que variou, obtem-se o *Brachyprisma* $\infty\breve{P}n$.

5.° m constante, $n = \infty$, Quando qualquer diagonal se multiplica por valores crescentes de n, os angulos da base nos extremos da diagonal variavel vão-se tornando cada vez menores. Quando se chega ao limite, ou $n = \infty$, o angulo é zero. A fórma finita converte-se na direcção da diagonal ou eixo horizontal, que variou, em uma fórma aberta, as faces da pyramide coincidem duas a duas n'um só plano parallelo á diagonal multiplicada por n, as suas arestas polares, que terminam em os extremos da diagonal variavel, ficam substituidas por duas arestas horizontaes parallelas a esta mesma diagonal, e as que passam pelos extremos da diagonal constante, desapparecem, porque as faces, de cuja intersecção resultavam, coincidem agora no mesmo plano. A fórma é um *Prisma horizontal* ou *Doma* e este será *Macrodoma*, quando n tornado infinito multiplica a macrodiagonal, *Brachydoma* no caso contrario. Os symbolos d'estas fórmas são respectivamente $m\bar{P}\infty$, e $m\breve{P}\infty$.

6.° $m = \infty$, $n = \infty$. N'este caso o macrodoma $m\bar{P}\infty$ já aberto ou infinito segundo a macrodiagonal, torna-se tambem infinito na direcção do eixo vertical, e converte-se em dois planos parallelos entre si e normaes á brachydiagonal, e o brachydoma $m\breve{P}\infty$ em dois planos parallelos entre si e normaes á macrodiagonal. Estas duas fórmas são o *Macropinakoide* e o *Brachypinakoide*, cujos symbolos são respectivamente $\infty\bar{P}\infty$, $\infty\breve{P}\infty$.

118. **Fórmas do systema rhombico.**— As fórmas comprehendidas n'este systema são pois unicamente:

1.° Pyramide fundamental P;
2.° Protopyramides mP;
3.° Macropyramides $m\bar{P}n$;
4.° Brachypyramides $m\breve{P}n$;
5.° Protoprisma ∞P;
6.° Macroprismas $\infty\bar{P}n$;
7.° Brachyprismas $\infty\breve{P}n$;

8.º Macrodomas $m\bar{P}\infty$;
9.º Brachydomas $m\breve{P}\infty$;
10.º Macropinakoide $\infty\bar{P}\infty$;
11.º Brachypinakoide $\infty\breve{P}\infty$.
12.º Pinakoide basico $0P$.

Os symbolos d'estas fórmas, segundo a notação de Miller, são:

Pyramide fundamental....	P	$=(111)$
Protopyramides..........	mP	$=(hhl)$
Macropyramides.........	$m\bar{P}n$	$=(hkl),\ h>k$
Brachypyramides.........	$m\breve{P}n$	$=(hkl),\ h<k$
Protoprisma.............	∞P	$=(110)$
Macroprismas...........	$\infty\bar{P}n$	$=(hk0),\ h>k$
Brachyprismas...........	$\infty\breve{P}n$	$=(hk0),\ h<k$
Macrodomas.............	$m\bar{P}\infty$	$=(h0l)$
Brachydomas............	$m\breve{P}\infty$	$=(0kl)$
Macropinakoide..........	$\infty\bar{P}\infty$	$=(100)$
Brachypinakoide.........	$\infty\breve{P}\infty$	$=(010)$
Pinakoide basico.........	$0P$	$=(001)$

É de si manifesto que cada um dos pinakoides pode ser pinakoide basico, macropinakoide, ou brachypinakoide, segundo o eixo, que na pyramide P se escolher para eixo vertical.

Alguns mineralogistas, entre elles ultimamente Max Bauer seguindo o exemplo de Breithaupt, modificam a notação de Naumann para as fórmas referidas á macrodiagonal, e á brachydiagonal, escrevendo o signal prosodico das syllabas longas ou breves, não sobre a lettra P, mas sobre o coefficiente, que multiplica estas diagonaes, assim as macropyramides são designadas por $mP\bar{n}$, um brachydoma por $\breve{m}P\infty$. A notação de Naumann é porém, mais racional, porque o signal da diagonal, que varia, deve acompanhar o

symbolo da fórma em que existe, e não o coefficiente, que a ambos se pode applicar como um numero abstracto.

119. **Representação graphica da derivação.**—Na fig. 122, estão representadas pelos traços das suas fa-

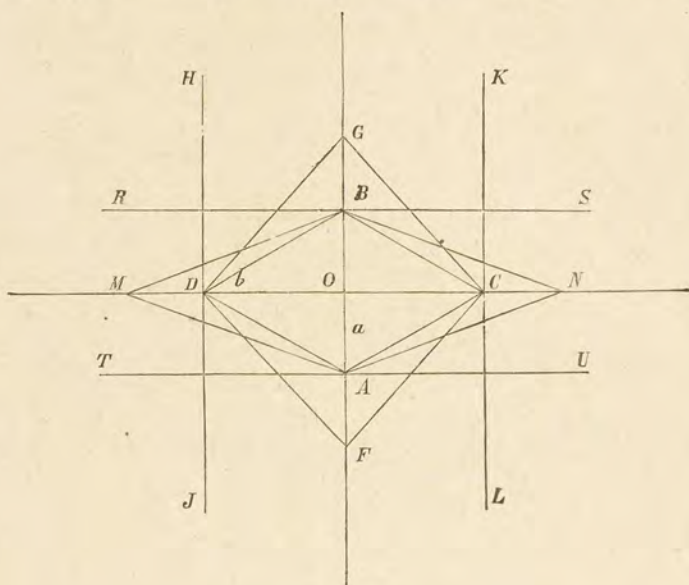



Fig. 122

ces no plano da base todas as fórmas, que se podem derivar da protopyramide fundamental. Se pois o losango *ACBD* representa a base d'esta fórma e se as duas diagonaes ficam invariaveis, e sómente varia o eixo vertical, sendo multiplicado pelo coefficiente *m*, resultarão theoricamente tantas protopyramides *mP*, quantos são os valores racionaes, que se podem attribuir a *m*. Se, conservando sem alteração a brachydiagonal e o eixo vertical, que passa pelo ponto *O*, multiplicamos pelo coefficiente $n>1$ a macrodiagonal $OC=$ $=b$, o que é equivalente a alongal-a até ao ponto *N*, resultará um novo losango *AMBN*, que tem de commum com o primeiro a brachydiagonal *AB*. Este rhombo *AMBN* é a

projecção horizontal de uma *Macropyramide* $m\bar{P}n$. E se a macrodiagonal OC e o eixo vertical permanecem constantes, e se multiplica por um coefficiente n qualquer, porém >1, a brachydiagonal $OB=a$, deslocamos o seu extremo B para G e obtemos um novo losango $FCGD$, que tem de commum com o da pyramide fundamental a macrodíagonal OC. Este losango $FCGD$ representa em projecção horizontal uma *Brachypyramide* $m\breve{P}n$.

Em confirmação do que se disse (n:º 73, 5.º) é facil perceber que á pyramide fundamental se não podem applicar os coefficientes n e 1, com permutação, simultaneamente nos dois eixos horizontaes. Porque se conjunctamente se applicassem com permutação aos dois eixos, como no caso da pyramide tetragonal, fig. 107 (pag. 175), as rectas AC e BC, que são n'aquelle caso eguaes e representam as arestas lateraes da pyramide ditetragonal, seriam agora deseguaes pelo serem tambem n'esta hypothese as rectas OA' e OB' e a fórma resultante em vez de ser uma pyramide simples, seria a combinação das duas pyramides derivadas com o mesmo n.

Se, conservando sempre a base $AMBN$ da *Macropyramide*, ou a base $FCGD$ da *Brachypyramide*, fazemos agora variar indefinidamente a grandeza do eixo vertical, tornando cada vez maior o numero m, qualquer das pyramides irá sendo cada vez mais aguda, e ao passo que m for tendendo para ∞, irão tambem os angulos diedros nas arestas AN ou FC, tendendo para π, e as faces, uma superior e a outra inferior, adjacentes á mesma aresta horizontal, tenderão a confundir-se n'um unico plano perpendicular ao plano da base. Quando m chegar ao seu limite, a *Macropyramide* e a *Brachypyramide* estarão convertidas em prismas, tendo por secção normal ao eixo vertical um rhombo $AMBN$ ou $FCGD$, egual respectivamente á base da pyramide correspondente. Estas fórmas serão o *Macroprisma* $\infty\bar{P}n$ e o *Brachyprisma* $\infty\breve{P}n$.

Façamos agora crescer successivamente o coefficiente n, applicado á macrodiagonal OC, em quanto permanecem invariaveis a brachydiagonal OB e o eixo vertical. É evidente que o rhombo $AMBN$ irá tendo cada vez mais agudo o angulo N, que tenderá para zero, ao passo que n tende para infinito, e as rectas AN e BN se approximam cada vez mais do parallelismo.

Quando $n = \infty$, o angulo A torna-se egual a π, as rectas AM e AN coincidem na recta unica TU, as arestas polares, que nas pyramides finitas interceptavam a base nos pontos M, N, desapparecem, deixando aberta na direcção MN a fórma obtida, as faces TU, e RS, que resultam da coincidencia de AM e AN, e de BM e BN duas a duas, cortam-se no polo em uma recta parallela á macrodiagonal, e que tem por projecção a recta MN. A fórma resultante é um *Prisma horizontal*, um *Doma*, cujo eixo é a macrodiagonal prolongada. Esta fórma é o *Macrodoma* $m\bar{P}\infty$.

Applicando o mesmo raciocinio á brachydiagonal OB e ao seu prolongamento successivo pelos valores crescentes de n, resultará, quando $n = \infty$, o *Brachydoma* $m\breve{P}\infty$, representado pelos traços HJ e KL, que passam pelos extremos da macrodiagonal, e pela projecção FG da aresta horizontal, que passa pelo pólo O.

É claro que os *Macrodomas* e os *Brachydomas* podem resultar de que o n de uma pyramide correspondente qualquer toque o seu limite. Se pois, obtido um *Macrodoma* $RSTU$ ou um *Brachydoma* $HJKL$, com um eixo mc qualquer, fizermos variar positivamente o numero m, os angulos do *Macrodoma* nas arestas RS, TU, ou os do *Brachydoma* nas arestas HJ, KL, irão tendendo para π, e o angulo na aresta polar MN ou FG tendendo para zero á medida que m tender para infinito.

Quando se chegar a este limite, o *Doma* ficará aberto na direcção do eixo vertical, cuja projecção é o ponto O. O *Macrodoma* e o *Brachydoma* reduzir-se-hão a dois planos

parallelos RS, TU, ou HJ, KL, respectivamente parallelos á macrodiagonal CD, ou á brachydiagonal AB, normaes respectivamente á brachydiagonal AB, ou á macrodiagonal CD. O primeiro par de planos será o *Macropinakoide* $\infty\bar{P}\infty$, o segundo o *Brachypinakoide* $\infty\breve{P}\infty$.

Todas as fórmas enumeradas nascem da protopyramide fundamental P, fazendo variar uns eixos, e conservando outros invariaveis. N'esta variação realisam-se tres casos:

α) Conservando-se constantes as diagonaes, e variando o eixo vertical, isto é, crescendo, ou descrescendo o coefficiente m. D'aqui resultam todas as *Protopyramides* mP, e os seus limites ∞P e $0P$.

β) Conservando invariavel o eixo vertical, ou o coefficiente m, e uma das diagonaes e fazendo crescer successivamente a outra diagonal, ou o coefficiente n. D'aqui resultam as *Macropyramides* e as *Brachypyramides*, tendo por limites os *Macrodomas*, e os *Brachydomas* para o caso de $n=\infty$.

γ) Conservando constante uma das diagonaes e fazendo variar simultaneamente a outra,—ou o coefficiente n,—e o eixo vertical,—ou o coefficiente m,—. N'este caso comprehendem-se duas hypotheses:

a) Se n'este crescimento só m se torna infinito e n se conserva finito, resulta um *Macroprisma* ou um *Brachyprisma*.

b) Se m e n se tornam simultaneamente infinitos, resulta o *Macropinakoide* ou o *Brachypinakoide*.

Se attentarmos na representação graphica de todas as fórmas possiveis do systema rhombico, segundo mostra a fig. 122, é facil reconhecer que ha uma grande analogia puramente geometrica, não crystallographica, entre essas fórmas e as do systema tetragonal, que sob o aspecto geometrico, não é senão um caso particular do systema rhombico. E de feito a coexistencia da macropyramide e da brachypyramide, resultantes da applicação do coefficiente n a

cada uma das diagonaes separadamente, corresponde á pyramide ditetragonal. Egualmente a combinação do macroprisma e do brachyprisma realisa uma fórma analoga ao prisma ditetragonal. O macrodoma e o brachydoma pela sua coexistencia tem a sua fórma analoga na deuteropyramide tetragonal, com a differença que n'esta a base é o quadrado circumscripto ao da pymide fundamental, e no systema rhombico é necessarimente o rectangulo circumscripto ao rhombo das protopyramides. A combinação do macropinakoide e do brachypinakoide determina um prisma indefinido na direcção do eixo vertical, tendo analogia com o deuteroprisma tetragonal. As fórmas do systema rhombico mudamse geometrica, porém não crystallographicamente, em fórmas do systema tetragonal, quando as diagonaes da base na sua variação corelativa chegam a ser eguaes.

120. **Schema do systema rhombico.** — Analogamente ao que se fez em relação ao systema tesseral e ao tetragonal, podem figurar-se n'um schema triangular as relações e a successão de todas as fórmas rhombicas. No apothema do triangulo, fig. 123, está a serie fundamental

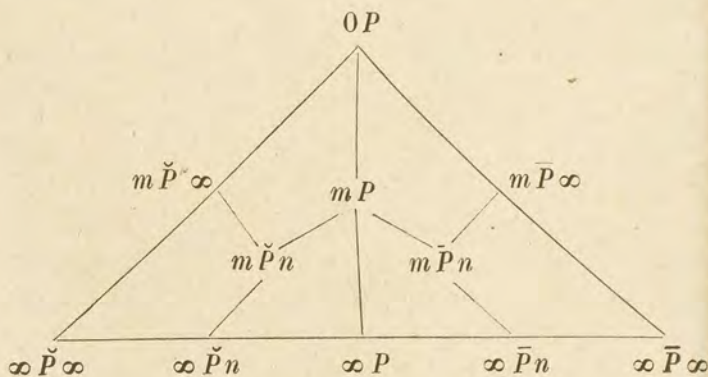



Fig. 123

na ordem descendente, isto é o pinakoide basico $0P$, a

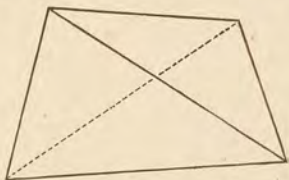
protopyramide mP e o protoprisma cerrespondente ∞P. Nos lados do triangulo estão, no esquerdo os *Brachydomas* $m\breve{P}\infty$ entre os seus limites $0P$ e o *Brachypinakoide* $\infty\breve{P}\infty$ e no direito os *Macrodomas* $m\bar{P}\infty$ tambem entre os seus limites $0P$ e o *Macropinakoide* $\infty\bar{P}\infty$. No meio de cada triangulo parcial, em que pelo apothema está dividido o total, apparecem á esquerda as *Brachypyramides* $m\breve{P}n$ e á direita as *Macropyramides* $m\bar{P}n$, e finalmente na base de cada triangulo parcial estão á direita os *Macroprismas* $\infty\bar{P}n$ e á esquerda os *Brachyprismas* $\infty\breve{P}n$.

Nos vertices do triangulo total estão os tres pinakoides $0P$, $\infty\breve{P}\infty$ e $\infty\bar{P}\infty$. Na base apparecem todos os prismas.

II. Fórmas hemiedricas

121. **Hemiedria no systema rhombico.**—De qualquer pyramide se podem obter n'este systema fórmas hemiedricas, que são *Sphenoides rhombicos*, ou tetraedros irregulares limitados por quatro triangulos escalenos. É necessario para isto prolongar as faces da pyramide nos oitantes alternos. O *Sphenoide rhombico*, fig. 124, tem duas arestas polares, cujas direcções se não cruzam em angulo recto, como no *Sphenoide tetragonal*, e quatro arestas lateraes, duas mais obtusas e duas menos obtusas, e quatro angulos solidos triedricos trigrammicos. Os dois

Fig. 124

sphenoides obtidos da mesma pyramide distinguem-se em *direito* e *esquerdo*, não podem levar-se á congruencia e são portanto *enantiomorphos*. A sua notação, segundo Naumann, é em geral $\frac{mP}{2}$, e $-\frac{mP}{2}$, os symbolos de Miller são $\varkappa(hkl)$ e

$\varkappa(h\bar{k}l)$. Esta hemiedria é rara nos mineraes. Observa-se nos crystaes de *Epsomite* (sulfato de magnesio) e no sulfato de zinco *(Goslarite)* ambos isomorphos entre si. N'elles o sphenoide é o hemiedro da pyramide fundamental *P* e apparece em combinação com o protoprisma ∞P.

III. Combinações

122. **Combinações no systema rhombico.**—N'este systema só em poucos casos e entre estes no *Enxofre,* onde são frequentes, apparecem as pyramides isoladas.

Quando a pyramide é nas combinações a fórma dominante, é n'estas o habito pyramidal, como em muitos crystaes de *Enxofre,* dos quaes dois são representados nas fig. 125 e 126. O primeiro é a combinação de $0P . P$; o segundo a combinação $P . \infty P$.

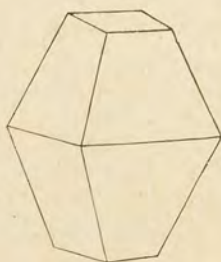



Fig. 125

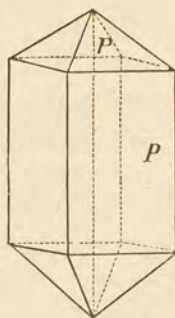



Fig. 126

As combinações mais frequentes são aquellas, em que apparecem diversamente associados entre si ou com pyramides os prismas, domas e pinakoides. D'ahi resulta que os crystaes d'este systema tem geralmente o habito prismatico

e d'aqui procedeu a denominação de *prismatico*, dada por Mohs ao systema rhombico.

Quando os prismas são as fórmas dominantes, as combinações tem a apparencia columnar ou prismatica vertical, como se vê na fig. 127, que representa um crystal de *Topasio*, e é a fórma mais frequente no do Brasil, em que as fórmas combinadas são a pyramide fundamental P, o brachyprisma $\infty \breve{P} 2$ e o protoprisma ∞P. Quando as fórmas dominantes são os domas, então os crystaes tem a apparencia columnar horizontal, como na fig. 128, que representa um crystal de *Baryta*, composto do pinakoide basico $0 P$, do brachydoma $\breve{P} \infty$ e do macrodoma $\frac{1}{2} \bar{P} \infty$.

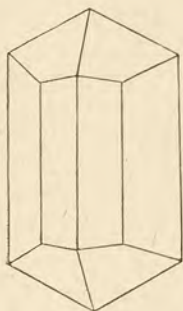



Fig. 127 Fig. 128

Quando o eixo nas fórmas de aspecto horizontal é demasiadamente curto, a fórma toma a apparencia tabular. Assim se no crystal de *Baryta* representado na fig. 128, as faces do pinakoide augmentam de extensão relativamente ás do macrodoma e do brachydoma, o crystal offerece o aspecto tabular. Como exemplos de combinações citemos ainda no *Enxofre* $P . \infty \bar{P} \infty$; e a fórma $\infty \breve{P} \infty . \infty \breve{P} 2 . \breve{P} \infty$, fig. 129, que se observa com muita frequencia na *Baryta* ou *Spatho pesado*.

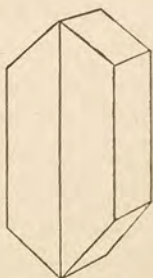



Fig. 129

CAPITULO V

Systema hexagonal

I. Fórmas holoedricas

123. **Propriedades fundamentaes.**—Este systema tem recebido varias denominações dos differentes mineralogistas. É o *Systema triuniaxe* (drei-und einaxige) de Weiss, o *rhomboedrico* de Mohs, o *monotrimetrico* de Hausmann.

O caracter fundamental das fórmas n'este systema cifra-se na existencia de *um plano principal de symmetria, tres planos secundarios e tres intermediarios, que lhe são perpendiculares, e formam entre si angulos de 30°*. As fórmas na sua posição normal devem collocar-se ficando vertical o eixo principal e por consequencia horizontal o plano dos eixos secundarios e intermediarios. As propriedades essenciaes ás formas d'este systema claramente se manifestam na pyramide hexagonal. Na sua base, que é o hexagono regular, as tres diagonaes são os *eixos secundarios*, e as bissectrizes dos angulos por ellas formados, são os *eixos intermediarios*. O *eixo principal* é a recta, que passando pela intersecção dos eixos horizontaes, lhes é perpendicular. A pyramide hexagonal é de tal modo symmetrica em relação a qualquer dos planos secundarios ou intermediarios, que executando uma rotação de 60°, ou de um multiplo d'este angulo, a fórma na sua nova posição fica ainda congruente com a figura, que tinha na posição antecedente. D'ahi resulta que se determinamos os elementos geometricos da fórma no espaço ou região angular definida pelo semi-eixo principal e por dois semi-eixos secundarios homologos e contiguos, a fórma total será apenas a repetição dos mesmos elementos nos outros espaços angulares determinados pelos outros

pares de semi-eixos horizontaes com o semi-eixo principal. Será pois a somma de doze pyramides de base triangular isosceles, tendo todas como lado commum o semi-eixo principal superior ou o seu prolongamento inferior. O espaço do crystal fica assim dividido em doze regiões ou *dodecantes* (n.º 71) e conhecida a natureza geometrica da fórma em um dodecante, fica logo determinada a dos outros, que são com o primeiro congruentes e se podem indifferentemente substituir uns a outros, ficando a fórma inalterada na sua posição. Se pois se escolhem como eixos coordenados dois secundarios inclinados entre si de 60°, e o eixo principal, teremos um systema de eixos, a que referir com facilidade a posição das faces em qualquer fôrma. Este é pois o systema de eixos coordenados, que se adopta para as fórmas hexagonaes.

124. **Fórmas holoedricas.**—As fórmas holoedricas no systema hexagonal são:

I. Fórmas fechadas ou finitas;

a) Pyramides hexagonaes:

b) Pyramides dihexagonaes ou de doze faces (dodecagonaes).

II. Fórmas abertas ou infinitas:

a) Prismas hexagonaes;

b) Prismas dihexagonaes (dodecagonaes);

c) Pinakoides.

125. **Pyramide hexagonal.**—É formada por doze triangulos isosceles, seis adjacentes a cada pólo e tem por base um hexagono regular, fig. 130. Tem duas qualidades de arestas homologas, doze polares homologas, seis superiores e seis inferiores e seis lateraes tambem homologas, que coincidem com os lados do hexagono. Tem duas qualidades de angulos solidos; dois hexaedricos polares monogrammicos e seis tetraedricos lateraes ou basicos digrammicos. Estas pyramides são de dois generos, segundo a posição relativa das suas bases, como no systema tetragonal.

Quando o hexagono está situado de maneira que os eixos secundarios aa', bb', cc' da fórma passem pelos vertices dos

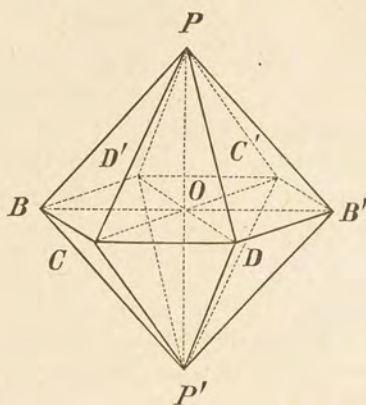



Fig. 130

angulos solidos lateraes, e os intermediarios dd', ee', ff', pelos meios dos lados oppostos, temos uma *Protopyramide*, fig. 131. Se porém a fórma está de tal modo collocada, que a sua base tenha em relação á da primeira a posição do hexagono inscripto ou circumscripto, fig. 132

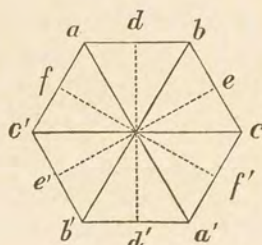
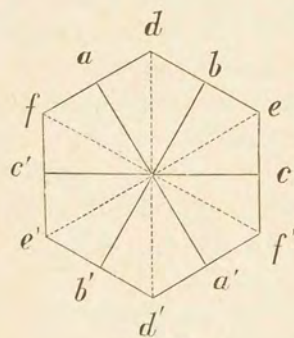



Fig. 131 Fig. 132

a fórma é uma *Deuteropyramide*. Então os eixos secunda-

rios aa', bb', cc' passam pelos meios dos lados oppostos, e os intermediarios dd', ee', ff' pelos vertices dos angulos solidos lateraes. A *Protopyramide* e a *Deuteropyramide* com bases da mesma area e eguaes eixos principaes levam-se á congruencia, fazendo que uma d'ellas execute uma rotação de 30° em redor do eixo principal. Das pyramides hexagonaes podem citar-se como exemplo as do *Beryllo* e as do *Quartzo*, e da *Apatite*, n'estes dois ultimos casos com a interpretação crystallographica, de que adeante se tratará a proposito das fórmas hemiedricas.

126. **Pyramide dihexagonal.**—É formada por vinte e quatro triangulos escalenos, doze adjacentes a um pólo, e doze ao outro, fig. 133. Tem tres qualidades de arestas:

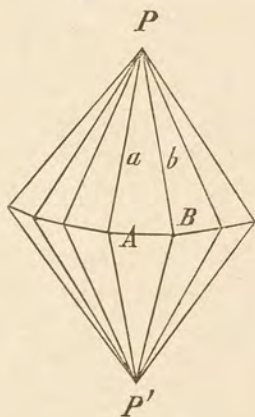



Fig. 133

doze lateraes, que se designam por Z, que limitam um dodecagono ou dihexagono de lados eguaes, e de angulos alternos eguaes, seis arestas polares longas e menos obtusas terminando em cada polo e seis breves e mais obtusas, que passam egualmente por um e outro d'estes pontos. Das arestas polares umas X, ficam situadas nos planos secundarios de symmetria, e outras Y, nos intermediarios, e são de-

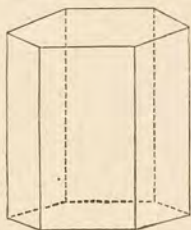
signadas respectivamente por alguns auctores como *arestas primarias* e *secundarias*. Os angulos solidos são de tres qualidades; dois polares dodecaedricos digrammicos, ou formados por doze arestas, seis tetraedricos menos obtusos, e seis tetraedricos mais obtusos tambem digrammicos, tendo os vertices coincidindo com os vertices alternos da base, que é um dodecagono circumscripto ao hexagono. As pyramides dihexagonaes não se tem observado isoladas, mas sómente como fórmas muito subordinadas em combinações, como no *Beryllo*, na *Apatite*.

As arestas polares *primarias* X da pyramide dihexagonal correspondem sempre ás da protopyramide ou aos extremos dos eixos secundarios, e as *secundarias* Y aos meios das arestas lateraes d'esta fórma, ou aos extremos dos eixos intermediarios. N'umas pyramides dihexagonaes as arestas *primarias* são as mais agudas, em outras são pelo contrario as mais obtusas. O primeiro caso realisa-se, quando o angulo do dodecagono, que na pyramide dihexagonal tem o vertice commum com o do hexagono, é menor que o angulo do dodecagono regular, ou menor que 135°. O segundo caso realisa-se, quando é maior. O que depende de ser o coefficiente n, com que se deriva a pyramide dihexagonal, menor ou maior que o valor singular de n, para o qual a pyramide dihexagonal tem por base o polygono regular de doze lados.

127. **Prismas e pinakoides.**—Ás pyramides hexagonaes corresponde um *Prisma hexagonal*, cuja secção transversal é um hexagono regular e cujas faces são parallelas ao eixo principal da pyramide. Assim como nas pyramides hexagonaes se distinguem as *Protopyramides* e as *Deuteropyramides*, assim tambem ás primeiras corresponde o *Protoprisma hexagonal*, ás segundas o *Deuteroprisma hexagonal*, os quaes se differençam segundo a posição, que toma a sua secção horizontal, isto é, conforme os eixos secundarios são normaes ás arestas polares oppostas, ou unem entre si

os meios dos lados no hexagono determinado por esta secção, fig. 131 e 132. A base da *Deuteropyramide* é o hexagono inscripto ou circumscripto á base da *Protopyramide*, O *Protoprisma* na sua posição normal, fig. 134, volta para o observador uma face, o *Deuteroprisma* uma aresta. Ás pyramides dihexagonaes correspondem *Prismas dihexagonaes*, formados por doze faces parallelas ao eixo principal da pyramide e cuja secção transversal é um dodecagono egual á base da pyramide ditetragonal correspondente.

Fig. 134

O *Pinakoide* é determinado por dois planos perpendiculares ao eixo principal, ou parallelos á base da pyramide. E representado na fig. 134 pelas bases do prisma geometrico.

128. **Derivação.—Fórma fundamental.**—Para deduzir e explicar as relações crystallographicas entre as differentes fórmas holoedricas do systema hexagonal é necessario adoptar uma das finitas para servir de *fórma fundamental*. E como de todas as comprehendidas no systema é a pyramide hexagonal a mais simples, é essa que se elege para este fim, e se considera como *Protopyramide*. É claro que para cada especie mineral ha de escolher-se uma differente pyramide hexagonal, e d'ella é preciso determinar a *razão dos eixos*, $a:c$, ou $1:c$, sendo a qualquer dos semi-eixos secundarios, e c o semi-eixo principal, e fazendo $a=1$, o que nada altera o valor da relação. Para calcular a *razão dos eixos* emprega-se o processo trigonometrico já citado (n.° 56) medindo primeiro directamente o angulo diedro n'uma das arestas, que é ordinariamente a aresta lateral Z, quando na especie mineral existe realisada uma pyramide hexagonal. Quando no mineral sómente se observam pyramides dihexagonaes, é então necessario calcular a *razão dos eixos* indirectamente e para isso ha que medir dois diversos angulos diedros na pyramide derivada. A relação $1:c$

é (n.º 51) diversa para cada mineral e é sempre irracional. Assim na *Calcite* é $1:0,8543...$ no *Corindon* $1:1,3630...$ na *Esmeralda (Beryllo)* $1:4988...$

É da protopyramide fundamental, que, segundo a notação de Naumann, se designa pelo symbolo P, que é possivel derivar todas as fórmas do systema, applicando-lhe os processos geraes de derivação e empregando os coefficientes m, n, separada ou conjunctamente. Mas a relação geral dos coefficientes é $m:n:1$ e segundo os valores particulares em abstracto, que lhes forem attribuidos, resultarão diversos casos, e a cada um d'elles corresponderá uma das fórmas finitas ou infinitas do systema. Estes casos distinctos resumem-se nos seguintes:

1.º $m=1$, $n=1$;
2.º $m \gtrless 1$ finito, $n=1$;
3.º $m=\infty$, $n=1$;
4.º $m=0$, $n=1$;
5.º m finito, $n>1$;
6.º m finito, $n=2$;
7.º m infinito, $n>1$, e <2;
8.º m infinito e $n=2$.

1.º $n=1$, m finito e sempre racional. A fórma resultante é uma *Protopyramide* de base egual á de P, e cujo eixo é mc. A protopyramide terá diversas dimensões angulares, segundo o valor attribuido a m.

E como estes valores podem variar desde zero até infinito, segue-se que n'estes limites a protopyramide se converte em duas outras fórmas:

α) quando $m=\infty$. A protopyramide degenera no *Protoprisma*, e o seu symbolo é ∞P.

β) quando $m=0$. A fórma obtida é o *Pinakoide*, ou o par de faces normaes ao eixo da pyramide, e o seu symbolo é $0P$.

2.º m finito, $n > 1$. Quando se multiplica por n o parametro 1 da protopyramide mP, é claro que o plano da face será pela permutação $X_1 Y_n Z_m$, uma face triangular escalena, e pela permutação $X_n Y_1 Z_m$ uma face egual e symmetrica á primeira. Estas duas faces intersectam-se n'uma aresta polar, que encontra o plano da base no ponto C, fig. 135. Fi

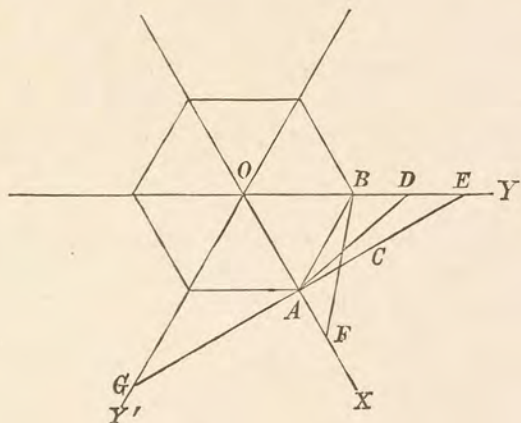



Fig. 135

cará formado um angulo plano C correspondente ao meio da aresta lateral AB da protopyramide, e este angulo será maior que $\frac{2\pi}{3}$, e por consequencia maior que os angulos da base fundamental, que tem este valor. E porque o processo effeituado no dodecante AOB deve repetir-se nos outros dodecantes, ficará traçado um dodecagono em geral de lados eguaes e angulos alternos eguaes, circumscripto ao hexagono regular, e resultará a *Pyramide dihexagonal*, cujo symbolo é mPn.

O valor de n tem necessariamente um limite. É quando n é tal que a face AE de um dodecante e a face AG do dodecante adjacente coincidem n'um só plano, cujo traço

é normal á diagonal OA do hexagono. N'este caso o dodecagono converte-se n'um hexagono regular circumscripto á base da protopyramide e n tem o valor 2. Porque sendo $OG=OE$, e por consequencia OA perpendicular a GE, os angulos G e E são eguaes e de 30°, por ser de 120° o angulo GOE. Mas no triangulo rectangulo EOA é

$OA=OE.\text{sen}\,30°$, ou $1=n.\text{sen}\,30°$, ou $1=\frac{n}{2}$, e $n=2$.

Se n continua a crescer e se torna >2, o angulo em B é $>\pi$, ou um angulo reintrante. A fórma é n'este caso crystallographicamente impossivel. Nas pyramides dihexagonaes o coefficiente n póde pois crescer desde 1 e passar por todos os valores racionaes até 2, que é o seu limite.

A pyramide dihexagonal tendo por base o dodecagono regular é crystallographicamente impossivel, porque para a derivar será necessario que n seja um numero irracional egual a $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.

Com effeito no triangulo OAD temos

$$OA : OD = \text{sen}\,ODA : \text{sen}\,OAD,$$

mas OA é egual ao lado do hexagono e $OD=n$. Logo será $n=\text{sen}\,OAD : \text{sen}\,ODA$.

O angulo OAD é egual á metade do angulo do dodecagono, e por isso, se o polygono é regular, $=75°$. O angulo $ODA=180°-(60°+75°)=45°$.

Logo

$$1 : n = \text{sen}\,45° : \text{sen}\,(30°+45°),$$

e

$$n=\frac{\text{sen}\,(30°+45°)}{\text{sen}\,45°}=\frac{\text{sen}\,30°\,\text{sen}\,45°+\cos 30°\,\text{sen}\,45°}{\text{sen}\,45°}=$$

$$=\text{sen}\,30°+\cos 30°=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1+\sqrt{3}}{2}.$$

Quando n é >1 e $<\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ o angulo do dodecagono em C é maior que o angulo em A, e as arestas polares Y da pyramide dodecagonal são mais obtusas que as X. Quando $n=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$, as arestas são todas eguaes, se n se torna $>\frac{1+\sqrt{3}}{2}$, então o angulo do dodecagono em C é mais agudo que o angulo em A e as arestas polares Y são mais agudas que as arestas X (n.º 126).

3.º m finito, $n=2$. Quando no seu crescimento n se torna $=2$, e toca o limite, a fórma resultante é a *Deuteropyramide,* e o seu symbolo é $mP2$.

4.º $m=\infty$, $n>1$ e <2. A fórma resultante é o *Prisma dihexagonal,* correspondente á pyramide da mesma secção transversal. O seu symbolo é ∞Pn. O prisma dihexagonal tendo por secção o dodecagono regular é crystallographicamente impossivel, porque assim como succede na pyramide finita, é necessario que n seja irracional e egual a $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$.

5.º $m=\infty$, $n=2$. A fórma é o *Deuteroprisma,* cujo symbolo é $\infty P2$.

129. **Notação de Weiss.**—Segundo este methodo de notação as faces das fórmas no systema hexagonal são referidas aos tres eixos secundarios e ao principal. Ha pois para cada face quatro parametros. Assim a face AD da protopyramide mP, fig. 136, corta á distancia a cada um dos dois eixos secundarios contiguos OX, OU, e sendo parallela ao terceiro, OY, tem n'elle um parametro infinito. O symbolo da face é pois $a:a:\infty a:mc$. A face do protoprisma, porque é a de uma protopyramide de eixo infinito, será expressa por $a:a:\infty a:\infty c$.

A face da deuteropyramide corta um eixo secundario no

parametro a, e os dois, entre os quaes está o primeiro, á distancia $2a$. O seu symbolo é pois

$$2a:a:2a:mc \quad \text{ou} \quad a:\tfrac{1}{2}a:a:mc.$$

O deuteroprisma, que é uma pyramide de eixo infinito, é expresso por $2a:a:2a:\infty c$ ou $a:\frac{1}{2}a:a:\infty c$.

A face da pyramide dihexagonal corta o eixo secundario medio no parametro a, um dos outros no parametro sa, e o terceiro n'um parametro ra, diverso dos primeiros. A face deveria ser em geral expressa pelo symbolo $sa:a:ra:mc$. Mas o parametro ra não é independente dos outros dois, antes fica logo determinado, apenas são conhecidos os primeiros. Com effeito, se na fig. 136, $OC=a$, $OA=sa$,

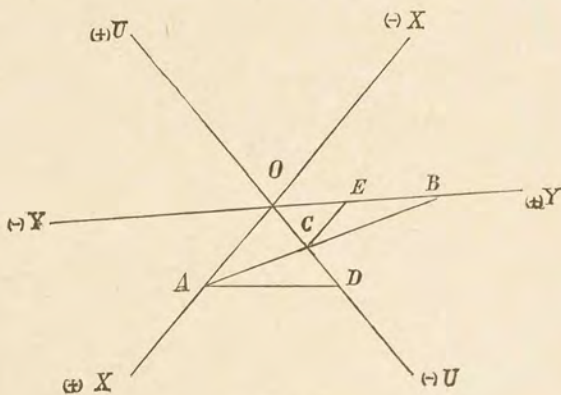



Fig. 136

$OB=ra$, nos triangulos semelhantes AOB e EBC, temos

$$OA:CE=OB:EB,$$

ou

$$sa:a=ra:ra-a, \quad \text{ou} \quad s:1=r:r-1,$$

d'onde $r=\frac{s}{s-1}$, e logo a expressão da face da pyramide

dodecagonal será

$$sa:a:\frac{s}{s-1}a:mc, \quad \text{ou} \quad a:\frac{1}{s}a:\frac{1}{s-1}a:mc.$$

D'esta relação se deduz a do prisma dihexagonal, fazendo $m=\infty$, e teremos

$$sa:a:\frac{s}{s-1}a:\infty c, \quad \text{ou} \quad a:\frac{1}{s}a:\frac{1}{s-1}a:\infty c.$$

O coefficiente $\frac{s}{s-1}$ n'estas duas fórmas é o coefficiente n de derivação segundo Naumann. A razão

$$a:\frac{1}{s}a:\frac{1}{s-1}a:mc,$$

sendo a da fórma mais geral do systema, a qual comprehende implicitamente a todas as mais, converte-se nas razões, que definem as outras, pelos valores particulares de s. Se fazemos $s=1$, a razão será $a:a:\infty a:mc$, correspondente á protopyramide. Para $s=2$ a razão fica sendo

$$a:\tfrac{1}{2}a:a:mc \quad \text{ou} \quad 2a:a:2a:mc,$$

que representa a deuteropyramide.

130. **Notação de Miller modificada por Bravais.** —Para determinar a posição de uma face no systema hexagonal basta, como vimos, um systema de eixos formado pelo principal e por dois secundarios, ou a posição seja definida pelos parametros ou pelos indices. Mas para isso é necessario que cada face em um dodecante seja referida aos eixos, que n'elle caem. Se pelo contrario se adoptam

os eixos de um dodecante unico para determinar em relação a elles a posição das faces em todos os restantes, é claro que os parametros e por consequencia os indices de todas as faces na mesma fórma simples, não serão todos eguaes, ou não terão respectivamente os mesmos valores absolutos. Assim por exemplo na protopyramide certas faces terão necessariamente um parametro infinito, emquanto n'outros hão de ser todos finitos. Se os eixos secundarios escolhidos são por exemplo, OX e OU, fig. 136, os parametros da face AD da protopyramide hexagonal n'esses eixos e no principal serão 1, 1 e c e os seus indices em geral h, h, l, mas a face situada no dodecante superior á direita, no que é delimitado pelos eixos OU e OY, se a referimos aos eixos primitivos, terá por parametros ∞, 1, e c, visto que a face é parallela ao eixo OX, e por indices 0, h, l. Esta desegualdade nos parametros e nos indices está em contradicção com o principio enunciado (n.º 74) de que *uma fórma simples é sempre a collecção ou a coexistencia de faces definidas por parametros ou indices respectivamente eguaes em grandeza absoluta*. Para obviar a este inconveniente e poder referir todas as faces aos mesmos eixos communs para todas de maneira que seja facil distinguil-as entre si pelos seus indices e conservar entre elles a egualdade respectiva, o notavel naturalista francez Bravais, modificando a notação primitiva de Miller, adoptou para as fórmas hexagonaes um systema de eixos particular, em que todos os tres secundarios, e não sómente dois, se empregam para referir-lhes a posição de uma face qualquer. Os tres eixos são as tres diagonaes do hexagono, fig. 136. As meias diagonaes, que formam entre si angulos de 120°, são os eixos positivos, e os seus prolongamentos ou as tres outras meias diagonaes são os negativos. Cada face é n'este methodo representada por quatro indices, em logar de tres como nos systemas de eixos orthogonaes. Assim, por exemplo, o

symbolo da face AD na protopyramide fundamental será $(10\bar{1}1)$ porque a face corta o eixo positivo OX á distancia $AO=1$, o eixo positivo OY no ∞, e o eixo negativo OU á distancia $OD=1$ negativo, e no eixo principal marca o parametro c, a que segundo a notação por indices corresponde 1.

É claro que este processo de representar as fórmas do systema hexagonal só póde ter vantagem, quando se trata de distinguir individualmente umas das outras as faces homologas existentes em dodecantes diversos. Para determinar, porém, a posição de uma face qualquer, referida aos eixos existentes no seu dodecante, *é necessario e basta* que sejam dados os tres parametros ou indices correspondentes a esses eixos.

A quarta coordenada, no terceiro eixo secundario, não é independente das primeiras, antes é dada implicitamente quando são conhecidas as relativas a dois eixos horizontaes, que formam entre si angulos de 60°. Assim se os indices nos tres eixos horizontaes, segundo o processo de Bravais, são expressos por h, k, i, que correspondem respectivamente aos eixos, OX positivo, OU negativo, e OY positivo, verifica-se entre elles a relação $h+k+i=0$, que nos dá o valor de qualquer indice, quando são conhecidos os outros dois. Com effeito, se a recta AB é o traço de uma face no plano principal de symmetria XOY, determina respectivamente nos eixos OX, OY, os parametros positivos OA e OB e no eixo OU o parametro negativo OC.

Os triangulos BOA e BEC, são semelhantes por ser a recta CE, lado do hexagono regular, parallela a OX. Temos pois

$$AO:OB=CE:EB=CO:(OB-CO),$$

por ser $CE=OE=CO$.

Mas

$$AO=\frac{1}{h}, OB=\frac{1}{i}, CO=-\frac{1}{k}$$

logo

$$\frac{i}{h}=-\frac{1}{k}:\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{k}\right)=-\frac{i}{(k+i)}$$

donde $h=-(k+i)$, ou $h+k+i=0$ (*).

Segundo a notação de Miller, modificada por Bravais, uma face em geral no systema hexagonal é representada pelo symbolo $(hikl)$. Os symbolos particulares das fórmas n'este systema são pois os seguintes:

(*) A demonstração muito menos simples que a nossa, dada pelo professor Groth (*Physikalische Krystallographie*, 2.ª edição, pag. 316) é a seguinte:

No triangulo AOB, temos

$$OB:OA=\text{sen}OAB:\text{sen}ABO$$

e como

$$OA=\frac{1}{h},\quad OB=\frac{1}{i},$$

se chamamos α ao angulo ABO, teremos

$$OB:OA=\frac{1}{i}:\frac{1}{h}=\frac{h}{i},$$

e

$$\frac{h}{i}=\frac{\text{sen}(60^\circ-\alpha)}{\text{sen}\,\alpha}=\frac{\cos 30^\circ\cos\alpha-\text{sen}\alpha\,\text{sen}30^\circ}{\text{sen}\alpha}$$

$$\frac{h}{i}=\tfrac{1}{2}\sqrt{3}\cot\alpha-\frac{1}{2}\text{. . . . .} \quad (a)$$

No triangulo OBC temos semelhantemente

$$OB:-OC=\text{sen}BCO:\text{sen}OBC$$

e por ser $OB=\frac{1}{i}, -OC=\frac{1}{-k}$, e $BCO=180^\circ-(60^\circ+\alpha)$ e por-

	NAUMANN	MILLER-BRAVAIS
Pyramide dihexagonal.......	$m P n$	$= (h i k l)$
Protopyramide hexagonal....	$m P$	$= (h 0 \bar{h} l)$
Protopyramide fundamental...	P	$= (10\bar{1}1)$
Deuteropyramide...........	$m P 2$	$= (k k \bar{h} l),\ h = 2k$
Prisma dihexagonal.........	$\infty P n$	$= (h i k 0)$
Protoprisma hexagonal......	∞P	$= (10\bar{1}0)$
Deuteroprisma hexagonal....	$\infty P 2$	$= (11\bar{2}0)$
Pinakoide.................	$0 P$	$= (0001)$

Em a notação de Miller-Bravais, comparada com a de Naumann é sempre $n = \frac{h}{k}$, e $m = \frac{h}{l}$, porque sendo em geral a, na, ma os parametros, e h, k, l, os indices respectivos, é $h = \frac{1}{a}$, $k = \frac{1}{na}$, $l = \frac{1}{ma}$, e $\frac{h}{k} = n$, $\frac{h}{l} = m$.

131. **Schema das fórmas holoedricas do systema hexagonal.**—No triangulo equilatero fig. 137 está escripto no centro o symbolo da fórma geral ou da pyramide dihexagonal $m P n$, no vertice superior apparece a fórma $0P$ ou o limite inferior das series das pyramides hexagonaes e dihexagonaes; no meio da base o symbolo $\infty P n$, limite inferior da ultima serie. No meio do lado esquerdo do triangulo está o symbolo $m P$, ou o da protopyramide, em que

tanto sen $B C O$ = sen $(60° + \alpha)$, teremos

$$\frac{1}{i} : \frac{1}{-k} = \frac{-k}{i} = \frac{\text{sen}(60° + \alpha)}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{\cos 30° \cos\alpha + \text{sen}\,\alpha\,\text{sen}\,30°}{\text{sen}\,\alpha}$$

$$\frac{-k}{i} = \tfrac{1}{2}\sqrt{3}\cot\alpha + \frac{1}{2} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (b)$$

Subtrahindo da primeira a segunda das expressões (a) e (b) será

$$\frac{h}{i} + \frac{k}{i} = -1, \quad \text{e} \quad h + k = -i, \quad \text{ou} \quad h + k + i = 0.$$

a fórma geral $m P n$ se converte, quando $n = 1$, e no extremo esquerdo da base o symbolo ∞P, ou o do proto-

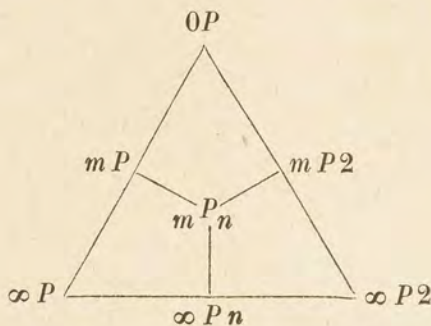



Fig. 137

prisma correspondente á protopyramide $m P$. No lado direito do triangulo apparece escripto o symbolo $m P 2$ da deuteropyramide, e no extremo direito da base o symbolo $\infty P 2$ do deuteroprisma, que lhe corresponde.

132. **Combinações holoedricas do systema hexagonal.**—São poucos n'este systema os mineraes, que crystallisam em fórmas holoedricas, a sua grande maioria apparece em fórmas hemiedricas, principalmente nas que pertencem á hemiedria rhomboedrica. Muitos crystaes, que teem a apparencia de holoedricos, tem-se hoje reconhecido como verdadeiramente hemiedricos. Taes são, por exemplo, as fórmas apparentemente holoedricas do *Quartzo* e da *Apatite*. O typo dos mineraes genuinamente holoedricos no systema hexagonal é o *Beryllo*, cujas variedades verdes constituem a *Esmeralda* (silicato de beryllio e de aluminio).

a) As principaes combinações binarias são:

1.° $\infty P . 0 P$, fig. 138, em que o protoprisma é a fórma dominante, ou $0 P . \infty P$, em que a fórma dominante é o pinakoide, o que dá á combinação a apparencia tabular. Este aspecto realisa-se quando na combinação, fig. 138 as

faces de ∞P estão reduzidas a mui pequena altura, e as de $0 P$ tem grande extensão.

2.° $0 P \cdot P$, fig. 139 tambem de aspecto tabular, em que

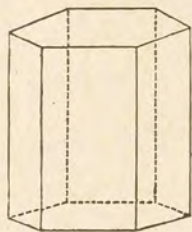



Fig. 138

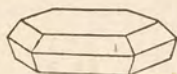



Fig. 139

o pinakoide é a fórma dominante;

3.° $\infty P . P$, fig. 140, em que é dominante o protoprisma. As faces da protopyramide apparecem nas duas extremidades do protoprisma, e as arestas de combinação das duas fórmas são horizontaes e parallelas ás arestas lateraes da protopyramide.

b) Como exemplos de combinações ternarias citemos:

1.° $\infty P \cdot 0 P \cdot P$, fig. 141, em que é dominante o protoprisma. As faces de P apparecem como truncaturas nas arestas de combinação de $0 P$ e ∞P.

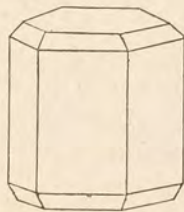



Fig. 140

Fig. 141

2.º $\infty P . P . 2 P 2$, em que o protoprisma dá o aspecto á combinação. As faces da deuteropyramide $2 P 2$ modificam na fórma composta, fig. 140, os angulos solidos de combinação de P e ∞P.

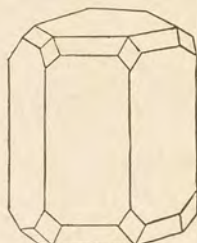



Fig. 142

3.º Como exemplo de combinações quaternarias holoedricas póde citar-se $\infty P . 0 P . P . 2 P 2$, fig. 142, de habito prismatico.

II. Fórmas hemiedricas

133. **Hemiedria no systema hexagonal.**—As fórmas hemiedricas n'este systema podem obter-se por tres processos, como nos systemas antecedentes:

I. Prolongando as faces correspondentes aos dodecantes alternos, em que fica dividido o espaço do crystal. É a *Hemiedria rhomboedrica.*

II. Prolongando os pares alternos de faces adjacentes á mesma aresta lateral de uma pyramide. É a *Hemiedria pyramidal.*

III. Prolongando as faces alternas seguidamente de um para os outros dodecantes. É a *Hemiedria trapezoedrica.*

§ I. FÓRMAS HEMIEDRICAS RHOMBOEDRICAS

134. **Hemiedria rhomboedrica.**—Se na protopyramide se prolongam as faces alternas até que desappareçam as dos outros dodecantes, cada uma das primeiras será intersectada por duas faces adjacentes a um polo e

por duas adjacentes ao opposto. As arestas novamente formadas passam pelos vertices dos angulos solidos lateraes e pelos polos. A fórma hemiedrica obtida é um parallelipipedo obliquo limitado por seis rhombos ou losangos congruentes, fig. 143, e pela figura das faces é chamada um

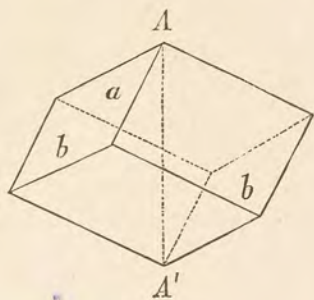



Fig. 143

Rhomboedro. Tem duas qualidades de arestas, seis polares que se designam por X, (na figura as arestas a) encontrando-se em grupos de tres nos polos A, A' da fórma, e seis arestas lateraes, que se representam por Z, (na figura as arestas b) não existentes no mesmo plano, mas dispostas em ziguezague. São todas eguaes em grandezas lineares, mas as polares são em valor differentes das lateraes, porém de maneira que o angulo na aresta polar tem por supplemento o da aresta lateral. Tem o *Rhomboedro* duas qualidades de angulos solidos, dois polares, triedricos, monogrammicos, e seis lateraes tambem triedricos, mas digrammicos, porque são formados por uma aresta polar e duas lateraes. Os *Rhomboedros* podem theoricamente ter todos os valores na aresta polar desde zero até π, passando por $\frac{\pi}{2}$, caso em que a fórma se converte no hexaedro. O hexaedro é pois geometrica, não crystallographicamente, um caso particular do rhomboedro. N'aquelle a relação da sua

diagonal para a da face é $\sqrt{2}:\sqrt{3}$, por que a primeira tem por valor $D=\sqrt{3}l$, e a segunda $d=\sqrt{2}l$, sendo l em geral o lado do quadrado. É pois evidente que os rhomboedros podem ser *obtusos*, quando o valor da aresta polar é maior que $\frac{\pi}{2}$ ou *agudos*, quando é menor que um angulo recto. Quando os seis losangos, de que consta o rhomboedro, concorrem em cada pólo da fórma pelos angulos agudos, resulta um *rhomboedro agudo*, quando pelos angulos obtusos, um *rhomboedro obtuso*. O rhomboedro é tanto mais agudo, ou obtuso quanto mais aguda ou obtusa é a pyramide hexagonal, de que se deriva.

O eixo principal no rhomboedro é o mesmo da pyramide, que serviu á sua derivação, e une os vertices dos angulos solidos polares. Os eixos secundarios juntam os meios das arestas lateraes oppostas e parallelas. Se o rhomboedro se colloca na posição normal referida ao eixo principal, a diagonal que em cada face une os vertices dos angulos solidos lateraes fica *horizontal* e designa-se por esta qualificação. A outra, que une um vertice de angulo solido lateral ao de um angulo polar, fica então *inclinada* e recebe este mesmo nome.

Em qualquer rhomboedro podem determinar-se tres secções, que são crystallographicamente importantes. A primeira é a *secção principal*, de figura de rhomboide, determinada por um plano, que passa por duas arestas polares parallelas e oppostas e pelas diagonaes inclinadas de duas faces. É representada por $PAP'B$, fig. 144, onde PA é a aresta e PB a diagonal opposta. A *secção principal* é egualmente de grande importancia no estudo das propriedades opticas.

A segunda secção é limitada pelas intersecções de um plano, que passa pelos meios das arestas lateraes, com as seis faces do rhomboedro. É um hexagono regular, cujo centro é o da fórma.

Além d'estas ha no rhomboedro mais duas secções eguaes, as quaes são determinadas por dois planos, que passam

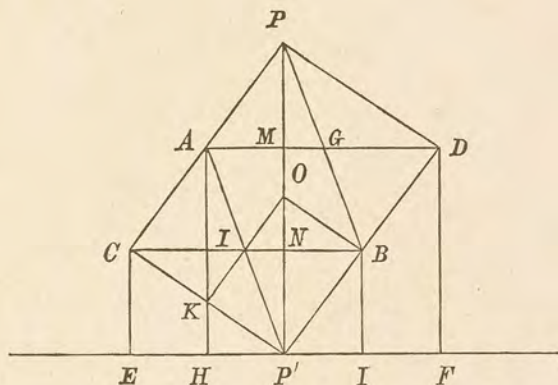



Fig. 144

respectivamente pelos vertices dos angulos solidos lateraes superiores e inferiores, ou, o que é o mesmo, pelas diagonaes horizontaes das faces. Estas secções tem a figura de triangulos equilateros. Tem a propriedade de dividir em tres segmentos eguaes o eixo principal. Se, na fig. 144 os pontos A e B representam os vertices de um angulo solido lateral e superior, e de um inferior, e G e I as intersecções das duas diagonaes, ou os meios das diagonaes inclinadas, em duas faces oppostas, as rectas AG e BI são os traços das secções no plano da secção principal, e o eixo PP' fica por ellas dividido em tres segmentos eguaes PM, MN, NP'. Nos triangulos semelhantes PNB, PMG, temos $PM=MN$ por ser $PG=GB$, e nos triangulos $P'AM$ e $P'IN$, é tambem $MN=P'N$, por ser $AI=P'I$, logo $PM=$ $=MN=NP'$, e o eixo fica dividido em tres segmentos eguaes.

Ainda n'um rhomboedro podemos considerar a *projecção horizontal*. Obtem-se, estando a fórma na posição normal,

baixando dos vertices dos seis angulos solidos lateraes rectas sobre o plano horizontal, as quaes determinam um hexagono regular, cujas diagonaes, supposto constante o eixo principal, são proporcionaes aos eixos secundarios.

Assim como da pyramide fundamental P se obtem como fórma hemiedrica um rhomboedro, assim tambem em geral de qualque protopyramide mP é possivel derivar por hemiedria um rhomboedro correspondente. O symbolo d'estas fórmas hemiedricas, segundo a regra geral da notação de Naumann, para os rhomboedros derivados da pyramide fundamental P, é $\frac{P}{2}$ e $-\frac{P}{2}$ e para os rhomboedros derivados de qualquer protopyramide mP, $\frac{mP}{2}$, $-\frac{mP}{2}$. A estes symbolos correspondem respectivamente segundo a notação de Miller-Bravais, $\varkappa(h0\bar{h}l)$ e $\varkappa(0h\bar{h}l)$.

Note-se porém que nos mineraes pertencentes ao systema hexagonal, a maxima parte das fórmas crystallinas são hemiedricas rhomboedricas. Está pois geralmente adoptado na crystallographia o designar por um symbolo especial o rhomboedro obtido da pyramide fundamental P. Representa-se pela inicial R, e as duas fórmas hemiedricas conjugadas são pois R, e $-R$. Considerando agora R como a fórma fundamental, a notação dos rhomboedros obtidos de mP, é mR, e $-mR$. Os dois rhomboedros conjugados tem uma posição relativa tal, que as faces de um correspondem ás arestas polares do outro, estão pois reciprocamente em posição transversa. A coexistencia dos dois rhomboedros antagonistas dá geometricamente a pyramide hexagonal e crystallographicamente uma combinação de dois hemiedros.

Se para uma substancia dada se adopta como fórma fundamental um certo rhomboedro R, aquelle, cujas faces apparecem representadas por truncaturas symmetricas nas arestas do primeiro, terá com elle uma relação mui sim-

ples de eixos. Se em ambos se suppõem eguaes os eixos principaes, o rhomboedro modificante terá os eixos secundarios eguaes ao dobro dos eixos correspondentes no fundamental; e se estes eixos se tornam eguaes em ambos os rhomboedros, isto é, se ambas as fórmas se reduzem a ter egual secção transversal, ou, o que é equivalente, egual projecção horizontal, o eixo principal do rhomboedro exterior ou mais obtuso será metade do eixo principal do immediatamente mais agudo.

Se em dois rhomboedros as faces de um são tangentes ás do outro, o exterior é mais obtuso que o inscripto, e os seus eixos principaes tem a mesma grandeza. As secções principaes de ambos são $PAP'B$ do mais agudo, $PCP'D$ do mais obtuso, fig. 144, e os eixos secundarios do segundo estão para os do outro como $2:1$. Com effeito, se tiramos as perpendiculares AH, BI sobre o plano horizontal, as rectas $P'H$, $P'I$ serão os raios do hexagono, projecção horizontal do rhomboedro mais agudo, e se baixamos egualmente de C, D, as perpendiculares CE, DF, as rectas $P'E$, $P'F$, serão os raios do hexagono, projecção horizontal do rhomboedro mais obtuso. Nos triangulos PCN e PAM temos $PA:PC=AM:CN$, mas $AM=HP'$, $CN=EP'$, logo $PA:PC=HP':EP'$, e sendo $PC=2PA$, é $EP'==2HP'$.

Para reduzir os dois rhomboedros a terem a mesma projecção horizontal, ou os mesmos eixos secundarios, tiremos pelos pontos B, K, as rectas OB e OK parallelas a PD e PC, o rhomboide $P'KOB$ é a secção principal do rhomboedro mais obtuso, reduzido a ter eixos secundarios eguaes aos do inscripto. N'este caso o seu eixo principal OP' é metade do eixo correspondente PP' no mais agudo. Effectivamente nos triangulos semelhantes PCP', $P'KO$, temos $PP':OP'=PC:OK$, mas $OK=AP$ por serem parallelas entre parallelas, logo $PP':OP'=PC:AP$, e por ser $PC=2AP$ será $PP'=2OP'$.

O rhomboedro circumscripto terá pois por symbolo $-\frac{1}{2}R$, com o signal —, para expressar que está em posição transversa em relação ao primeiro, ou que as diagonaes inclinadas das suas faces correspondem ás arestas polares do fundamental. Se agora se considera um terceiro rhomboedro, cujas faces trunquem symmetricamente as arestas polares do segundo, $-\frac{1}{2}R$, o seu eixo principal, suppostos eguaes em ambos os secundarios, será egual á metade do eixo no antecedente, ou á quarta parte do eixo no fundamental R. A nova fórma terá por symbolo $+\frac{1}{4}R$, será mais obtusa do que as duas primeiras, e estará em posição transversa com $-\frac{1}{2}R$, e em posição directa com R. Ás arestas polares do terceiro rhomboedro se applicarão como planos tangentes ou truncaturas symmetricas as faces de um quarto rhomboedro, e o seu symbolo será $-\frac{1}{8}R$, e assim seguidamente, de maneira que o symbolo geral das fórmas d'esta serie virá a ser $\pm\frac{1}{2^p}R$, realisando-se o signal + para os valores pares ou zero de p, e o signal — para os impares.

Se o rhomboedro fundamental R modifica symmetricamente as arestas polares de outro immediatamente mais agudo, o eixo principal d'este será egual ao duplo do eixo no primeiro, e o seu symbolo será $-2R$, que representa um rhomboedro mais agudo que o fundamental e com elle em posição transversa. De $-2R$ se derivará por egual processo de inscripção um terceiro rhomboedro $+4R$, mais agudo que os antecedentes e assim se obterão successivamente novos rhomboedros, cujo symbolo será em geral $\pm 2^p R$, realisando-se o signal + para os valores pares ou zero de p e o signal — para os impares.

135. **Hemiedria rhomboedrica na pyramide dihexagonal.**—N'esta fórma a cada uma das doze regiões ou *dodecantes*, em que está dividido o espaço do crystal, correspondem duas faces. O primeiro processo de hemiedria executa-se pois prolongando os pares de faces nos dodecantes alternos. Assim na fórma representada na fig. 145 cada face adjacente ao polo superior será intersectada pela alterna mais proxima junto do polo inferior e formará uma aresta lateral inclinada passando pelo vertice de um angulo solido lateral e será tambem intersectada pela face alterna mais proxima junto ao polo superior, formando uma aresta polar. A aresta polar *Y* (*a* na fig. 145) da pyramide dihexagonal permanecerá sem mudança quanto á direcção e ao valor, e acabará de delimitar a figura na face do hemiedro, a qual ficará sendo um triangulo escaleno.

A fórma resultante, fig. 146, é um *Scalenoedro hexagonal.*

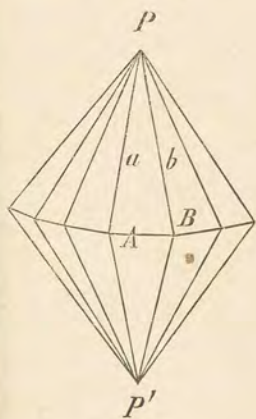



Fig. 145

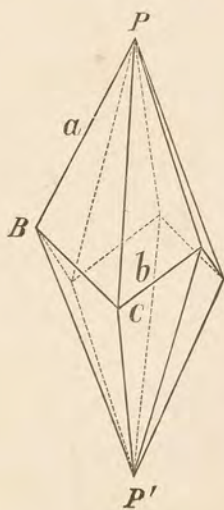



Fig. 146

O *Scalenoedro* consta de tres pares de faces superiores, e

de tres pares inferiores. Cada um d'estes pares corresponde exactamente ás duas faces, que na pyramide dihexegonal existem no mesmo dodecante, e se intersectam pela aresta polar Y ou pela que não termina no vertice do angulo do hexagono, base da pyramide fundamental. Do modo de formação do *Scalenoedro hexagonal* se deprehende que deve ter tres qualidades de arestas: tres polares longas coincidindo com as arestas Y da pyramide dihexagonal, tres polares breves, situadas entre cada duas polares longas e seis lateraes dispostas em zinguezague e coincidindo com as lateraes do rhomboedro inscripto. Os angulos solidos são tambem de tres qualidades: dois polares hexaedricos digrammicos, seis lateraes tetraedricos trigrammicos, formados por duas arestas polares deseguaes e por duas lateraes, tendo vertices communs com os dos angulos solidos no rhomboedro inscripto. A notação symbolica do *Scalenoedro hexagonal* é, segundo a regra geral de Naumann, $\frac{mPn}{2}$, $-\frac{mPn}{2}$, e segundo o methodo de Miller-Bravais, $\varkappa(h\bar{i}\bar{k}l)$ e $\varkappa(ik\bar{h}l)$. Apesar de que estes hemiedros não são de faces inclinadas, a lettra $\varkappa$ é aqui empregada para os distinguir de outros, e porque entre a hemiedria rhomboedrica e a tetraedrica no systema tesseral, ou a sphenoedrica no tetragonal, existe uma notavel analogia.

136. **Derivação e notação particular dos scalenoedros.**—Como, porém, as fórmas obtidas pela hemiedria rhomboedrica são muito mais numerosas e importantes nos mineraes do que as fórmas holoedricas, e os *Scalenoedros* estão intimamente ligados com os rhomboedros pelas suas relações crystallographicas, para conservar a analogia da notação com a adoptada para os rhomboedros, é conveniente considerar o *Scalenoedro hexagonal* $\frac{mPn}{2}$ como derivado do rhomboedro inscripto mR ou do que tem de commum com o *Scalenoedro* as arestas lateraes. E de feito, dado

qualquer *Scalenoedro*, pode sempre sobre as suas arestas lateraes ou medias construir-se um rhomboedro. D'este inversamente é possivel e facil derivar um *Scalenoedro*. Com effeito multiplicando por um numero n racional > 1 os semi-eixos principaes do rhomboedro, determinam-se nos seus prolongamentos dois pontos, que são os polos do *Scalenoedro*, fig. 147 e unindo estes pontos com os vertices dos seis angulos solidos lateraes do rhomboedro ficará construida a nova fórma. O symbolo do *Scalenoedro* derivado do rhomboedro mR é pois, segundo esta derivação e notação particular, mRn, escrevendo em primeiro logar o coefficiente m da protopyramide mP, de que se deriva por hemiedria o rhomboedro correspondente mR, e em ultimo logar o coefficiente n, por meio do qual se prolongou o eixo principal d'aquella protopyramide ou do seu rhomboedro para obter o do scalenoedro mRn.

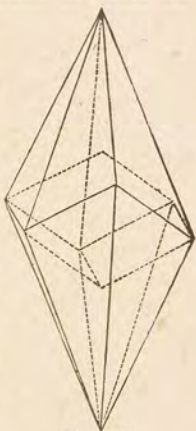



Fig. 147

É necessario advertir que o coefficiente n tem n'este symbolo uma significação diversa da que se lhe attribue no methodo geral de notação segundo Naumann. N'esta particular notação do *Scalenoedro* ambos os coefficientes m, n, recaem sobre o eixo principal, e não sobre eixos differentes. Para obviar á confusão, que n'este ponto pode occorrer, tem-se proposto escrever a lettra n adeante do symbolo R, mas em fórma de expoente, mR^n. Hornstein propoz que o coefficiente, que multiplica o eixo de mR, se escreva antes de m, e que este e a lettra R se incluam em parentheses. O symbolo ficará d'esta maneira $\mu(mR)$, usando da lettra μ em vez de n.

137. **Equivalencia e conversão reciproca dos symbolos** mPn, **e** $m'Rn'$.—Do que se acaba de expôr resulta que um *Scalenoedro* qualquer se pode em geral con-

siderar como o hemiedro $\pm\frac{mPn}{2}$ de uma determinada pyramide dihexagonal mPn, ou como directamente derivado de um certo rhomboedro obtido por hemiedria de uma pyramide hexagonal $m'P$, cujo, eixo se multiplica por um coefficiente n', sendo m', n', differentes de m,n. A egualdade symbolica $\frac{mPn}{2} = m'Rn'$, representa pois que as fórmas expressas pelos dois membros são identicas, e equivalentes os seus symbolos. Deverá logo ser possivel o passar de um para outro, ou effeituar a sua *conversão*. O problema reduz-se n'este caso ao seguinte:

Dado um *Scalenoedro* $\frac{mPn}{2}$ definido pelos valores de m e n de uma dada pyramide dihexegonal, determinar em funcção d'estas grandezas:

1.° O valor de m', por meio do qual da pyramide P se deriva a protopyramide $m'P$ e o rhomboedro correspondente $m'R$ inscripto no scalenoedro $\frac{mPn}{2}$;

2.° O valor de n', pelo qual se ha de multiplicar o eixo de $m'R$ para obter o do *Scalenoedro* $m'Rn'$.

Vejamos como se podem achar os valores de m', n' em funcção de m, e n. No rhomboedro inscripto a um scalenoedro qualquer as arestas lateraes coincidem com as lateraes do scalenoedro. Quando o rhomboedro existe pois em combinação com o scalenoedro, que d'elle se deriva, as suas faces apparecem modificando os polos d'esta fórma, e as arestas de combinação ficam parallelas ás lateraes de ambas as fórmas, segundo mostra a fig. 148. Logo qualquer face do rhomboedro (n.° 60) está simultaneamente nas duas zonas formadas pelas faces do scalenoedro adjacentes á mesma aresta lateral. Dados os indices d'estas zonas, podemos determinar os da face do rhomboedro, por meio das equações conhecidas (n.° 62). Trata-se pois de achar os

indices das faces do scalenoedro existentes em cada uma das duas zonas. A face superior da primeira zona (a da esquerda na fig. 148) resulta de se prolongar a face A (fig. 149) em um dodecante superior da pyramide dihexagonal, que intersectando-se com uma face B no dodecante alterno inferior mais proximo, produz a aresta lateral do scalenoedro. Os parametros da face A nos eixos OX, OY, são OH, OK, os da face B são OH, e OK', e os seus indices respectivamente h, k, e h, k'. Os parametros da face A' na zona da direita são inversamente

Fig. 148

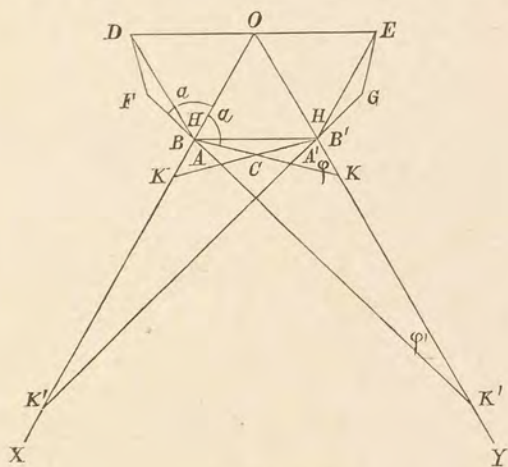



Fig. 149

OK e OH, e os da face B' são OK' e OH, aos quaes correspondem os indices k, h, e k', h; mas k' depende de h, e k por meio de uma relação mui simples. Com effeito se no triangulo OHK, por α se designa o meio angulo do dodecagono, cujo vertice cae no eixo OX, e por φ o angulo HKO temos

$$\frac{OH}{OK} = \frac{k}{h} = \frac{\text{sen}\,\varphi}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{\text{sen}\,(60^\circ + \alpha)}{\text{sen}\,\alpha} = \frac{1}{2}\sqrt{3}\cot\alpha + \frac{1}{2} \,.. \quad (a)$$

No triangulo OHK', onde é o angulo $OHK' = \pi - \alpha$, e por isso o angulo $OK'H = \varphi' = \alpha - 60^\circ$, temos

$$\frac{OH}{OK'} = \frac{k'}{h} = \frac{\text{sen}\,(\alpha - 60^\circ)}{\text{sen}\,\alpha} = -\frac{1}{2}\sqrt{3}\cot\alpha + \frac{1}{2} \,.. \quad (b)$$

Sommando ordenadamente as expressões (a) e (b) obtem-se $\frac{k+k'}{h} = 1$, $k + k' = h$, $k' = h - k$ e $k - k' = 2k - h$.

Conhecidos os indices das faces nas duas zonas as equações (n.º 59)

$$u = kl' - lk'$$
$$v = lh' - hl'$$
$$w = hk' - kh'$$

dão-nos os indices das zonas, quando substituirmos os valores particulares dos indices das faces. Agora é facil ver que os indices das faces nas duas zonas são:

$$\text{Zona da esquerda...} \begin{cases} \text{1.ª face.. } A \begin{cases} h = h \\ k = k \\ l = l \end{cases} \\ \text{2.ª face.. } B \begin{cases} h' = h \\ k' = k' \\ l' = -l \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{Zona da direita.....} \begin{cases} \text{1.ª face.. } A' \begin{cases} h = k \\ k = h \\ l = l \end{cases} \\ \text{2.ª face.. } B' \begin{cases} h' = k' \\ k' = h \\ l' = -l \end{cases} \end{cases}$$

Calculando os valores de u, v, w, para a primeira zona e de u', v', w' para a segunda, pelas equações do n.º 59, e attendendo a que $k'=h-k$, acha-se

$$\begin{array}{ll} u=-hl & u'=-2hl \\ v=\ \ 2hl & v'=\ \ hl \\ w=-h(2k-h) & w'=\ \ h(2k-h) \end{array}$$

Substituindo agora estes valores nas tres equações, que dão em funcção dos indices das duas zonas os indices da face, que existe em ambos, teremos depois de feitas as reducções,

$$p=2k-h,\ q=2k-h,\ r=l,$$

como indices da face do rhomboedro inscripto ao scalenoedro.

Passando dos indices para os coefficientes de derivação, e attendendo a que é $k=\frac{h}{n}$, $l=\frac{h}{m}$, teremos

$$p=\frac{2-n}{n}h,\ \ q=\frac{2-n}{n}h,\ \ r=\frac{1}{m}h,$$

e dividindo todas estas expressões por $\frac{2-n}{n}h$, obtem-se finalmente $p:q:r=1:1:\frac{n}{(2-n)m}$. A relação dos parametros é pois:

$$1:1:\frac{m(2-n)}{n}$$

É esta a relação dos parametros ou dos coefficientes no rhomboedro, de que se deriva o scalenoedro $\frac{mPn}{2}$ ou no

rhomboedro inscripto. Será pois necessario multiplicar por $\frac{m(2-n)}{n}$ o eixo principal da pyramide fundamental P para ter a protopyramide, cuja metade é o rhomboedro inscripto. Logo o symbolo d'esta fórma será

$$\frac{\frac{m(2-n)}{n}P}{2} \quad \text{ou} \quad \frac{m(2-n)}{n}R.$$

O symbolo do scalenoedro, que se deriva d'este rhomboedro, obtem-se affectando-o do segundo coefficiente n', pelo qual se ha multiplicar o eixo principal do rhomboedro $\frac{m(2-n)}{n}R$.

Ora o coefficiente total, pelo qual se multiplica o eixo do rhomboedro fundamental R para ter o do scalenoedro, é $m'n'$, que é egual a m no symbolo $\frac{mPn}{2}$.

Da equação $m = \frac{m(2-n)}{n}n'$ tira-se

$$1 = \frac{2-n}{n}n' \quad \text{ou} \quad n' = \frac{n}{2-n}.$$

O symbolo do scalenoedro, como derivado do rhomboedro inscripto, é, pois $\frac{m(2-n)}{n}R\frac{n}{2-n} = \frac{mPn}{2}$.

138. **Romboedros inscriptos e circumscriptos ao mesmo scalenoedro.**— Além do rhomboedro, que tem com o scalenoedro as mesmas arestas lateraes ou medias, a qualquer scalenoedro correspondem mais quatro rhomboedros, dois circumscriptos e dois inscriptos.

Os circumscriptos obtem-se applicando planos tangentes

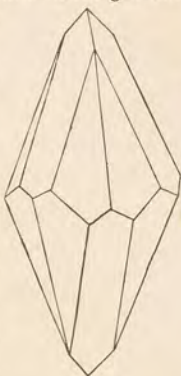
(ou truncaturas symmetricas) ás arestas polares do scalenoedro. Se os planos se applicam ás arestas breves, obtem-se o rhomboedro chamado das *arestas breves*, representado na fig. 150 pelas facetas hexagonaes allongadas. Se os planos tangentes recaem nas arestas longas, deriva-se um rhomboedro, que é differente do primeiro, e tem o nome de *rhomboedro das arestas longas*.

Dos dois rhomboedros inscriptos um obtem-se fazendo passar planos por cada par de arestas longas, e o outro por cada par de arestas breves no scalenoedro. Esta construcção produz necessariamente um rhomboedro, porque no scalenoedro ha tres arestas longas, ou breves, superiores, e tres inferiores eguaes ás primeiras formando entre si em cada pólo angulos eguaes. E esta é exactamente a condição para que tres rectas concorrentes em um ponto com as tres respectivamente parallelas determinem um rhomboedro.

Fig. 150

Se o scalenoedro tem os coefficientes m, n, os quatro rhomboedros com elle connexos, além do formado sobre as arestas lateraes, terão coefficientes expressos em funcção dos primeiros e os seus symbolos são os seguintes:

Rhomboedro circumscripto das arestas longas .... $= \frac{1}{4} m(3n+1) R$

Rhomboedro circumscripto das arestas breves .... $= -\frac{1}{4} m(3n-1) R$

Rhomboedro inscripto das arestas breves .... $= + \frac{m(2n-1)}{n} R$

Rhomboedro inscripto das arestas longas......................$= -\frac{m(n+1)}{n} R$

Os valores dos coefficientes em funcção de m, n, no scalenoedro, acham-se por um processo analogo ao que se empregou para os do rhomboedro inscripto ou das arestas lateraes.

O rhomboedro das arestas breves está, assim como o das arestas lateraes, em posição directa em relação ao scalenoedro. O das arestas longas acha-se em posição transversa relativamente aos dois primeiros e ao seu scalenoedro.

139. **Hemiedria rhomboedrica nas outras fórmas.**—A hemiedria rhomboedrica applicada á deuteropyramide não produz fórma geometricamente diversa da holoedrica, e o mesmo succede quando se applica ao protoprisma, ao deuteroprisma, ao prisma dihexagonal e ao pinakoide. Comtudo nas substancias, que crystallisam na hemiedria rhomboedrica, para conservar a uniformidade, suppõe-se o protoprisma como limite da serie dos rhomboedros e designa-se por ∞R. As suas tres faces alternas consideram-se como as tres superiores de um rhomboedro de eixo infinito, e as outras como as faces inferiores da mesma fórma limite. O pinakoide é havido como se fôra um rhomboedro de eixo egual a zero, e o seu symbolo é $0 R$.

Posto que esta notação particular das fórmas obtidas pela hemiedria rhomboedrica seja uma excepção flagrante ao principio fundamental da notação, segundo Naumann, é todavia conveniente adoptal-a e considerar a collecção de todos os rhomboedros e scalenoedros e das fôrmas apparentemente holoedricas, que com elles se combinam, como constituindo um *sub-systema*, com a denominação particular de *Sub-systema rhomboedrico*. D'esta maneira se conciliam

os methodos seguidos por diversos mineralogistas, dos quaes uns, como Mohs e von Kobell, adoptam o rhomboedro como fórma fundamental de todo o systema hexagonal, a que dão por isso o nome de *Systema rhomboedrico*, outros, como Naumann, Zirkel, Tschermak, Bauer, elegem a pyramide hexagonal para derivar d'ella pelos processos holoedricos ou hemiedricos todas as fórmas simples hexagonaes.

140. **Combinações hemiedricas rhomboedricas no systema hexagonal.**—São estas as mais frequentes e copiosas nos mineraes, que apparecem crystallisados no systema hexagonal. Na *Calcite*, por exemplo, o numero d'estas combinações é extremamente consideravel, e superior á multiplicidade de fórmas em qualquer outro mineral.

Conhecem-se presentemente na *Calcite* mais de 50 rhomboedros e de 150 scalenoedros. O numero das combinações é de mais de 700 distinctas entre si.

As combinações hemiedricas rhomboedricas mais frequentes são as seguintes:

1.° $\infty R . 0 R$, fig. 151, em que ∞R é a fórma dominante, ou $0 R . \infty R$, em que as faces do prisma estão reduzidas a mui pequena altura, e ás vezes toda a fórma apparece como uma lamina da grossura de papel. Estas combinações são mui frequentes na *Calcite*.

2.° A combinação $\infty R . -\frac{1}{2} R$, fig. 152. A fórma é composta do prisma ∞R, ou ∞P e do rhomboedro $-\frac{1}{2} R$. Cada face do prisma fórma com duas faces do rhomboedro contiguas ao polo superior duas arestas de combinação inclinadas e com uma face do polo inferior uma aresta horizontal. As faces do prisma apparecem com a figura de pentagonos e alternadamente invertidas quanto á posição.

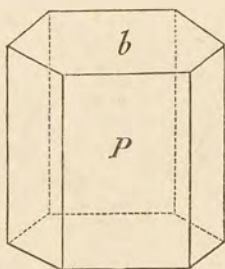



Fig. 151

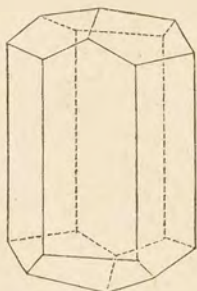



Fig. 152

3.° A combinação $\infty P 2 \cdot R$, fig. 153. A fórma é composta do deuteroprisma $\infty P 2$ e do rhomboedro R. As faces de R formam com as do deuteroprisma arestas de combinação parallelas ás arestas do rhomboedro, e as faces d'esta fórma conservam a sua figura de losango.

4.° Combinação de dois rhomboedros $m R$, e $-\frac{1}{2} m R$, fig. 154. As arestas polares do rhomboedro $m R$ apparecem

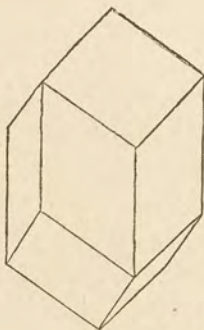



Fig. 153

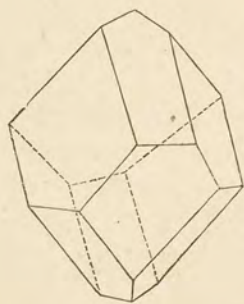



Fig. 154

truncadas e substituidas pelas facetas pentagonaes allongadas do rhomboedro $-\frac{1}{2} m R$, que está em posição trans-

versa em relação ao primeiro, isto é, com as faces correspondendo ás arestas do outro. Reduzidos os dois á mesma secção transversal, o eixo principal do circumscripto é metade do eixo do mais agudo (n.º 134).'

5.º Combinação do rhomboedro mR com o deuteroprisma $\infty P 2$, fig. 155. As arestas lateraes do rhomboedro apparecem truncadas e substituidas por facetas parallelas ao eixo, que representam as faces do deuteroprisma.

Esta combinação não é substancialmente diversa da representada na fig. 153, e só differe na extensão relativa das faces no rhomboedro e no deuteroprisma.

6.º Combinação de um rhomboedro com um scalenoedro que d'elle se deriva, fig. 156. As facetas do scalenoedro

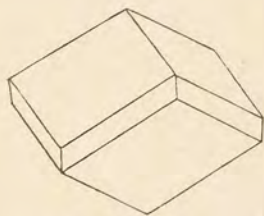



Fig. 155

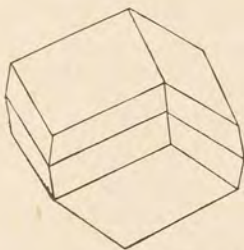



Fig. 156

modificam por truncatura dupla as arestas lateraes do rhomboedro.

7.º Combinação do scalenoedro mRn com um rhomboedro. As arestas polares longas do scalenoedro apparecem truncadas e substituidas por facetas hexagonaes oblongas, quando o rhomboedro é $\frac{1}{4}m(3n+1)R$. São pelo contrario as arestas breves que são truncadas, quando a combinação se realisa com o rhomboedro $-\frac{1}{4}m(3n-1)R$.

8.º Combinação de dois scalenoedros, mRn, $m'Rn'$ derivados do mesmo rhomboedro mR, dos quaes um neces-

sariamente mais agudo que o outro, fig. 157. N'este caso as arestas de combinação ficam parallelas ás arestas lateraes dos dois scalenoedros.

9.º Combinação de dois scalenoedros, mRn, $m'Rn$, isto é, de dois scalenoedros, que se derivam respectivamente de dois rhomboedros differentes mR, e $m'R$, mas com o mesmo coefficiente n. As arestas de combinação apparecem horizontaes e parallelas aos lados da secção transversal do scalenoedro, fig. 158.

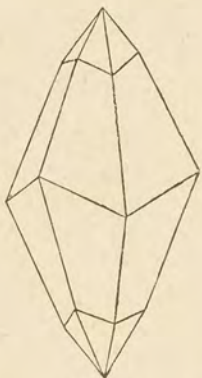



Fig. 157

Fig. 158

Em qualquer das duas ultimas combinações as faces do scalenoedro mais obtuso apparecem sempre necessariamente junto dos polos da fórma composta.

§ II. HEMIEDRIA PYRAMIDAL

141. **Hemidria pyramidal.**—Quando se prolongam os pares alternos de faces, que pela sua intersecção formam as arestas lateraes alternas da *Pyramide dihexagonal*, o do-

decagono base d'esta fórma converte-se n'um hexagono, que tem relativamente á base da *Protopyramide* a posição de um hexagono regular inscripto asymmetricamente em outro. N'este caso cada lado do inscripto divide em segmentos deseguaes o lado correspondente do circumscripto. A fórma resultante é uma nova pyramide de seis faces. È a *Tritopyramide* ou *Pyramide hexagonal de terceira ordem*. Esta fórma tem uma posição intermediaria á da *Protopyramide* e á da *Deuteropyramide*. O seu symbolo, segundo Naumann, é $\pm\left[\frac{m P n}{2}\right]$, e segundo Miller $\pi(k i \bar{h} l)$ e $\pi(h \bar{i} \bar{k} l)$.

Se a hemiedria pyramidal se applica ao *Prisma dihexagonal*, prolongando as suas faces alternas, que correspondem aos pares alternos na pyramide dihexagonal, obtem-se um prisma, cuja secção transversal é um hexagcno regular inscripto asymmetricamente no que fórma a secção do *Protoprisma*. O novo prisma, correspondente á *Tritopyramide*, é um *Tritoprisma* ou *Prisma hexagonal de terceira ordem*. A sua posição é intermediaria á do *Protoprisma* e á do *Deuteroprisma*. A sua notação, segundo Naumann, é $\pm\left[\frac{\infty P n}{2}\right]$, e segundo Miller, $\pi(k i \bar{h} 0)$ e $\pi(h \bar{i} \bar{k} 0)$.

A hemiedria pyramidal applicada ás *Protopyramides* e *Deuteropyramides*, ao *Protoprisma* e *Deuteroprisma*, não produz fórmas hemiedricas differentes das holoedricas. A hemiedria pyramidal realisa-se na *Apatite* (phosphato de calcio da formula $Ca^5 Cl (P O^4)^3$, na *Pyromorphite* (phosphato de chumbo da formula $Pb^5 Cl (P O^4)^3$, isomorpho com a *Apatite*) e na *Mimetesite* (arseniato de chumbo, da formula $Pb^5 Cl (As O^4)^3$ isomorpho com os antecedentes mineraes).

§ III. HEMIEDRIA TRAPEZOEDRICA

142. **Hemiedria trapezoedrica.**—Ainda que esta especie de hemiedria se não haja até agora encontrado realisada em nenhum mineral, nem em crystaes obtidos artificialmente de substancias de origem organica, tratamos d'ella n'este logar para que não sejam omittidas fórmas possiveis, embora ainda não observadas no systema hexagonal.

Se a *hemiedria trapezoedrica* se applica á mais complexa fórma do systema, á *Pyramide dihexagonal,* fig. 159, prolongando seguidamente as faces alternas, sem attenção aos dodecantes em que existem, é claro que cada face pertencente

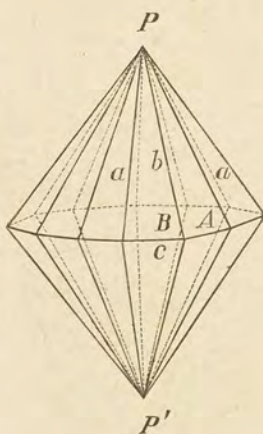



Fig. 159

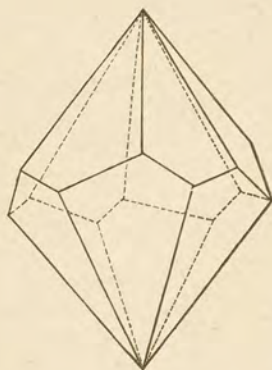



Fig. 160

a uma das metades, em que a fórma se divide pelo seu plano principal de symmetria, se intersecta com as duas alternas

mais proximas da mesma metade, formando duas arestas polares homologas e com as duas faces alternas mais proximas existentes na metade opposta, determinando duas arestas lateraes inclinadas. O hemiedro, que se obtem, é o *Trapezoedro hexagonal*, fig. 160.

Os *Trapezoedros hexagonaes* são dois para cada pyramide dihexagonal, não teem nenhum plano de symmetria e são incongruentes, *enantiomorphos*. Um d'elles é *direito*, o outro *esquerdo*. Se a pyramide dihexagonal se imagina voltando para o observador duas faces do mesmo dodecante, e se a face prolongada é a direita, o *Trapezoedro hexagonal* resultante é o *direito*, e o que resulta do prolongamento das faces primeiro eliminadas, é o *esquerdo*.

Estas fórmas tem 12 faces trapezoides, 12 arestas polares homologas e 12 lateraes dispostas em zigue-zague, das quaes alternadamente 6 mais obtusas e 6 menos obtusas. Tem 2 angulos solidos polares hexaedricos monogrammicos, e 12 lateraes triedricos trigrammicos. Os symbolos do *Trapezoedro hexagonal*, segundo Naumann, são $\frac{mPn}{2}d$, e $\frac{mPn}{2}e$, e segundo Miller $\tau(ki\bar{h}l)$ e $\tau(h\bar{i}\bar{k}l)$.

A hemiedria trapezoedrica applicada ás outras fórmas não produz hemiedros, que geometricamente d'ellas sejam distinctos.

§ IV. TETARDOEDRIA NO SYSTEMA HEXAGONAL

143. Tetardoedria na pyramide dihexagonal.— A *Tetardoedria* pode em geral ser concebida segundo dois diversos methodos, que ambos conduzem ao mesmo fim. Tomando a *Pyramide dihexagonal* como a fórma geral e

mais complexa do systema, podemos imaginar a producção do mesmo *Tetardoedro*:

1.° Suppondo applicados ao holoedro dois processos simultaneos e diversos de hemiedria, o que induz forçosamente a eliminação de tres faces em cada grupo de quatro e dá um tetardoedro contido em seis faces unicamente. E como as differentes hemiedrias são tres, a *rhomboedrica*, a *pyramidal*, e a *trapezoedrica*, se as combinarmos duas a duas teremos tres maneiras differentes de *tetardoedria*;

2.° Considerando como se fosse um holoedro cada um dos hemiedros obtidos e applicando-lhe um novo processo de hemiedria diverso do primeiro.

A primeira concepção da tetardoedria conduz immediatamente ao tetardoedro. A segunda, porém, appresenta maior clareza, ainda que para chegar á fórma tetardoedrica se tenha de partir do hemiedro correspondente.

Appliquemos pois o segundo methodo á *Pyramide dihexagonal*. Supponhamos que pela eliminação das faces nos dodecantes alternos, isto é, pela hemiedria rhomboedrica, se obteve já o *Scalenoedro hexagonal*, fig. 161. Notemos agora que n'esta fórma cada duas faces adjacentes á mesma aresta lateral (fig. 148 e 149, pag. 231) correspondem a duas situadas em dodecantes alternos contiguos, um superior, e outro inferior na *Pyramide dihexagonal*. Prolongar pois duas faces adjacentes á mesma aresta lateral no *Scalenoedro*, equivale a applicar-lhe a hemiedria trapezoedrica. É claro que por este processo cada face do tetardoedro continua a intersectar-se com a adjacente junto do polo inferior n'uma aresta, que é a lateral do scalenoedro prolongada, e intersecta-se com as duas faces alternas junto ao polo superior, produzindo duas arestas polares homologas, e com a face alterna junto ao polo inferior dando origem a uma aresta lateral. A face no hemiedro é pois um quadrilatero de figura trapezoide.

Esta fórma, fig. 162, é o *Trapezoedro trigonal*, ou o *Tri-*

gonoedro, assim denominado pela circumstancia de serem trigonaes ou triedricos os angulos polares. Este solido tem tres qualidades de arestas: 3 polares superiores e 3 polares inferiores todas homologas, 3 arestas lateraes mais obtusas, e 3 lateraes mais agudas, dispostas umas e outras em zigue-zague, coincidindo as primeiras com as lateraes do *Scalenoedro*.

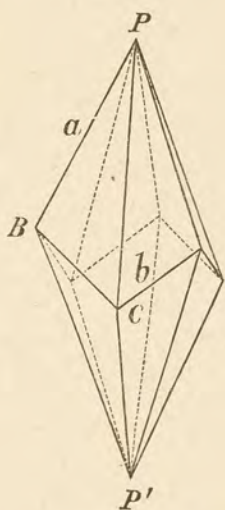
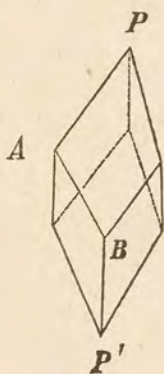



Fig. 161 Fig. 162

Os dois *Trapezoedros trigonaes*, em que pela hemiedria trapezoedrica se resolve cada *Scalenoedro hexagonal*, são eguaes, mas incongruentes entre si, são *enantiomorphos*. Um d'elles é *direito*, o outro é *esquerdo*. E como de cada *Pyramide dihexagonal* se obtem pela hemiedria rhomboedrica dois *Scalenoedros hexagonaes*, um positivo e outro negativo, ha sempre quatro *Trapezoedros trigonaes* para cada *Pyramide dihexagonal*. A notação symbolica das quatro fórmas tetardoedricas é a seguinte:

Do scalenoedro positivo $\frac{mPn}{2}$ derivam-se:

Trapezoedro positivo direito, $\frac{mPn}{4}d = \frac{mRn}{2}d = \varkappa\tau(k\,i\,\bar{h}\,l)$

Trapezoedro positivo esquerdo, $\frac{mPn}{4}e = \frac{mRn}{2}e = \varkappa\tau(h\,\bar{i}\,\bar{k}\,l)$

Do scalenoedro negativo $-\frac{mPn}{2}$ derivam-se:

Trapezoedro negativo direito, $-\frac{mPn}{4}d = -\frac{mRn}{2}d = \varkappa\tau(h\,\bar{k}\,\bar{i}\,l)$

Trapezoedro negativo esquerdo, $-\frac{mPn}{4}e = -\frac{mRn}{2}e = \varkappa\tau(k\,\bar{h}\,i\,l)$

D'estas quatro fórmas tetardoedricas são incongruentes ou enantiomorphas as que se derivam do mesmo *Scalenoedro* e são congruentes os dois *Trapezoedros direitos*

$$\frac{mPn}{4}d, \text{ e } -\frac{mPn}{4}d,$$

e egualmente congruentes os dois *Trapezoedros esquerdos*

$$\frac{mPn}{4}e, \text{ e } -\frac{mPn}{4}e.$$

144. **Tetardoedria trapezoedrica applicada ás outras fórmas do systema hexagonal.**—Applicada á *Protopyramide,* suppondo que as suas faces estão divididas pelos seus apothemas em dois triangulos, e que a fórma é

virtualmente de 24 faces, a tetardoedria trapezoedrica reduz-se a prolongar nos dodecantes alternos sómente meia face, o que reproduz a face completa em cada um. A fórma obtida é pois um rhomboedro, que na figura e na posição geometricamente se não distingue do que se obtém da *Protopyramide* pela hemiedria rhomboedrica.

Na *Deuteropyramide* corresponde a cada dodecante meia face, representada na fig. 163, no seu traço horizontal pela recta $a' d'$, por exemplo. Eliminando agora pela hemiedria rhomboedrica as meias faces, que existem em dodecantes alternos para obter a fórma hemiedrica, e depois nos dodecantes, que subsistem, prolongando as faces alternas seguidamente, ou o que é o mesmo, applicando a hemiedria trapezoedrica, obtem-se uma fórma, cuja base é o triangulo equilatero, que resulta de prolongar os lados alternos do hexagono. Isto equivale directamente a prolongar os pares de faces alternas adjacentes á mesma aresta lateral na *Deuteropyramide*. O tetardoedro obtido é a *Pyramide trigonal*. Esta fórma, fig. 164, tem pois duas qualidades de arestas;

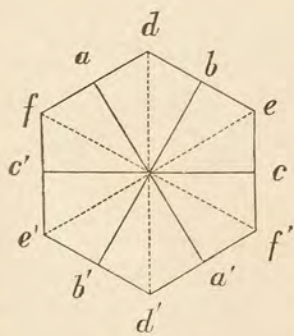
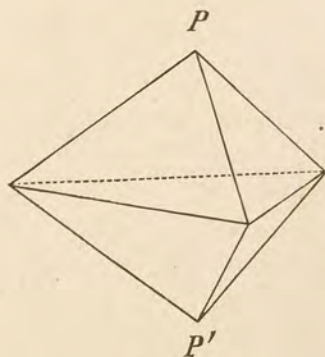



Fig. 163 Fig. 164

3 lateraes homologas, que limitam a base, e 6 polares, 3

superiores e 3 inferiores, todas homologas, e duas qualidades de angulos solidos, dois polares triedricos monogrammicos, e tres lateraes tetraedricos digrammicos.

Das duas *Pyramides trigonaes* uma é *direita*, a outra *esquerda*. Os seus symbolos, segundo Naumann, são respectivamente $\frac{mP2}{4}d$, e $\frac{mP2}{4}e$, e segundo Miller, $\varkappa\tau(k\,k\,\bar{h}\,l)$, e $\varkappa\tau(h\,\bar{k}\,\bar{k}\,l)$. Estas fórmas não se tem até agora observado senão em combinações. A fórma limite superior das *Pyramides trigonaes* é o *Prisma trigonal*, que se obtem prolongando as faces alternas do *Deuteroprisma*. D'estes prismas um é *direito*, o outro *esquerdo*. Os seus symbolos são, segundo Naumann, $\frac{\infty P2}{4}d$, e $\frac{\infty P2}{4}e$, e segundo Miller $\varkappa\tau(1\,1\,\bar{2}\,0)$ e $\varkappa\tau(2\,\bar{1}\,\bar{1}\,0)$

O *Prisma dihexagonal* pode considerar-se como uma *Pyramide dihexagonal*, em que cada face superior coincide no mesmo plano com a inferior adjacente á mesma aresta lateral. Podemos pois suppor que n'esta fórma cada face está dividida virtualmente pelo plano da base da pyramide em duas regiões superficiaes, que coincidem no mesmo plano. O *Prisma dihexagonal* tem pois virtualmente 24 faces, como a pyramide, de que é limite. O prolongamento das faces pertencentes aos dodecantes alternos pela hemiedria rhomboedrica dá, como fórma hemiedrica, um prisma geometricamente egual ao holoedrico. Applicando a este prisma hemiedrico virtual uma nova hemiedria, a trapezoedrica, pelo prolongamento das faces alternas, obtem-se um prisma tetardoedrico de seis faces, tendo por secção transversal um hexagono equilatero, porém não equiangulo. A fórma resultante é o *Prisma ditrigonal*, que tem tres arestas polares mais obtusas homologas, e tres polares menos obtusas tambem homologas entre si, e diversas das primeiras. O hexagono irregular, secção transversal d'este prisma, obtem-se directamente prolongando no dodecagono os pares de la-

dos correspondentes aos sextantes alternos, em que pelos eixos secundarios se divide a area do polygono.

Dos dois *Prísmas ditrigonaes* um é *direito*, o outro *esquerdo*. As suas notações são, segundo Naumann, respectivamente $\frac{\infty Pn}{4} d$, e $\frac{\infty Pn}{4} e$, e segundo Miller, $\varkappa\tau(ki\bar{h}0)$, e $\varkappa\tau(h\bar{i}\bar{k}0)$.

A *tetardoedria trapezoedrica* apenas se tem observado até agora em dois mineraes, o *Quartzo*, e o *Cinnabrio*. O *Quartzo* foi durante muitos annos considerado como exemplo classico e unico d'esta propriedade crystallographica. Na fig. 165 está representado um dos crystaes mais frequentes, em que n'esta especie mineral é visivel a tetardoedria. As faces R, r, são respectivamente as de um rhomboedro positivo $+R$, e de um rhomboedro negativo $-R$, que pela sua coexistencia determinam apparentemente uma pyramide hexagonal. Estes rhomboedros medem na aresta polar 85° 46′ e são por isso muito proximos da fórma hexaedrica.

A face de $-R$ é ordinariamente mais pequena e em grande numero de casos menos brilhante ou mais baça que a de R, o que denuncia que as faces de um e outro rhomboedro, ainda que geometricamentre homologas, não pertencem crystallographicamente a uma unica fórma. Os rhomboedros apparecem combinados com o prisma hexagonal ∞R, representado na face P. Correspondendo ás arestas alternas do prisma superior e inferiormente apparecem as faces s de figura rhomboide, pertencentes a uma pyramide trigonal. Se estas faces existissem egualmente nas outras arestas de ∞R, dariam a deuteropyramide, de que é metade a trigonal. As arestas de combinação de s e P apparecem modificadas por pequenas faces com a figura de trapezios, x, collocadas com as faces s sobre as mesmas arestas de ∞R, mas a superior e a inferior situadas respectivamente á direita e esquerda da mesma aresta do prisma. Estas faces x são os pares alternos de faces do scalenoe-

dro, que se intersectam na aresta lateral d'esta fórma, são pois as faces de um *Trapezoedro trigonal.* Se a face R do rhomboedro positivo está voltada para o observador, as faces s e x ficam á direita da face P de ∞R, são pois respectivamente as faces de uma *Pyramide trigonal direita* $\frac{mP2}{4}d$, e de um *Trapezoedro trigonal direito*, $\frac{mRn}{2}d$.

O crystal, em que as faces s, x, apparecem na posição da fig. 165, dizem-se *Crystaes direitos.* Se pelo contrario o crystal de *Quartzo* mostra as faces s, x situadas á esquerda de P, estas faces pertencem respectivamente á *Pyramide trigonal esquerda* $\frac{mP2}{4}e$, e ao *Trapezoedro trigonal esquerdo* $\frac{mRn}{2}e$, e o *Quartzo* apparece então como um *Crystal esquerdo.* A *Pyramide trigonal* é $\frac{2P2}{4}$, e o *Trapezoedro trigonal* mais frequente é $\frac{4R\frac{5}{3}}{2}$. Com a diversa posição das faces d'estas fórmas estão em intima relação os phenomenos da polarisação circular no *Quartzo.* Os *crystaes direitos* desviam o plano de polarisação para a direita, os *crystaes esquerdos* para a esquerda.

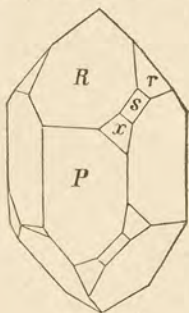



Fig. 165

Quanto ao *Cinnabrio* (sulfureto de mercurio, HgS), já desde 1847 pelas observações de Des Cloiseaux se havia reconhecido que nos crystaes d'esta substancia mineral se manifestava a polarisação circular, com muito maior intensidade que no *Quartzo.* Os trabalhos do mineralogista italiano D'Acchiardi ácerca de crystaes de Ripa na Toscana, em 1871 demonstraram a existencia da tetardoedria trapezoedrica no *Cinnabrio,* e as observações de Mügge n'um crystal da celebre mina de Almaden em Hespanha, vieram plenamente confirmar o caracter tetardoedrico do *Cinna-*

brio. Ultimamente Alexandre Schmidt, de Buda-Pest, estudando muitos crystaes dos jazigos do Monte Avala, na Serbia, encontrou e descreveu um grande numero de fórmas tetardoedricas n'este mineral[1].

145. **Tetardoedria rhomboedrica.**—Applicando simultaneamente a hemiedria rhomboedrica e a pyramidal á *Pyramide dihexagonal* obtem-se um novo tetardoedro. Isto equivale a derivar pela hemiedria rhomboedrica o *Scalenoedro*, e a obter a metade d'esta fórma pela hemiedria pyramidal. É sabido que cada par de faces, que no *Scalenoedro* se intersectam na aresta polar longa, corresponde ás faces da *Pyramide dihexagonal* nos dodecantes alternos e que as duas faces adjacentes á mesma aresta lateral no *Scalenoedro* pertencem a dois dodecantes alternos, um superior, outro inferior. Logo duas faces contiguas, uma superior, outra inferior, mas não adjacentes á mesma aresta lateral no *Scalenoedro*, correspondem na *Pyramide dihexagonal* a faces situadas em dodecantes contiguos um superior, outro inferior. Applicar a hemiedria pyramidal reduz-se, pois, a prolongar as faces alternas do *Scalenoedro*. O tetardoedro obtido é um *Rhomboedro*, que resulta n'uma posição intermediaria ao que da *Pyramide hexagonal* se obtem por hemiedria, e a outro rhomboedro, que por tetardoedria se deriva da *Deuteropyramide hexagonal*. É pois um *Rhomboedro de 3.ª ordem*, ou *Tritorhomboedro*, ou *Rhomboedro intermediario* (Rhomboeder der Zwischenrichtung, de Groth). É claro que havendo para cada *Pyramide dihexagonal* dois *Scalenoedros*, um positivo, outro negativo, correspondem á fórma holoedrica quatro *Rhomboedros de 3.ª ordem*.

Suppondo voltada para o observador a aresta polar longa superior em cada *Scalenoedro*, um *Tritorhomhoedro* se de-

[1] *Zeitschrift für Krystallographie und Mineralogie* (Jornal de Crystallographia e Mineralogia, publicado sob a direcção do professor Groth). Tom. XIII, 1888, pag. 433 e seguintes.

riva prolongando a face *direita superior*, e a *esquerda inferior*, e um segundo tetardoedro se obtem prolongando a *esquerda superior* e a *direita inferior*. O primeiro é pois o *Tritorhomboedro direito-esquerdo*, e o segundo o *Tritorhomboedro esquerdo-direito*. Estas fórmas tetardoedricas são as seguintes, com as suas notações:

Ao *Scalenoedro positivo* $\frac{mPn}{2}$, correspondem:

Rhomboedro positivo direito-esquerdo.................... $\frac{mPn}{4}\frac{d}{e} = \varkappa\pi(k\,i\,\bar{h}\,l)$

Rhomboedro positivo esquerdo-direito...................... $\frac{mPn}{4}\frac{e}{d} = \varkappa\pi(h\,\bar{i}\,\bar{k}\,l)$

Ao *Scalenoedro negativo* pertencem:

Rhomboedro negativo direito-esquerdo.................... $-\frac{mPn}{4}\frac{d}{e} = \varkappa\pi(\bar{i}\,h\,\bar{k}\,l)$

Rhomboedro negativo esquerdo-direito.................... $-\frac{mPn}{4}\frac{e}{d} = \varkappa\pi(i\,k\,\bar{h}\,l)$

Estes rhomboedros são todos perfeitamente eguaes e congruentes, não enantiomorphos, e só differem na posição.

A tetardoedria rhomboedrica applicada á *Deuteropyramide* produz o *Rhomboedro de 2.ª ordem*, ou *Deuterorhomboedro*.

D'estes tetardoedros ha dois para cada *Deuteropyramide* um *Deuterorhomboedro direito-esquerdo*, e outro *esquerdo-direito*. Os symbolos d'estas fórmas são:

Deuterorhomboedro direito-esquerdo. $\frac{mP2}{4}\frac{d}{e} = \varkappa\pi(k\,k\,h\,l)$

Deuterorhomboedro esquerdo-direito. $= \frac{mP2}{4}\frac{e}{d} = \varkappa\pi(h\,\bar{k}\,\bar{k}\,l)$

A tetardoedria rhomboedrica applicada ao *Prisma dihexagonal* produz um *Prisma hexagonal de 3.ª ordem*, que geometricamente se não distingue do que se obtem pela hemiedria pyramidal. A sua notação é $\frac{\infty Pn}{4} \frac{d}{e} = \varkappa \pi (ki\bar{h}0)$ Quando se applica aos demais prismas, produz fórmas, que geometricamente se não differençam das holoedricas.

A tetardoedria rhomboedrica tem-se até agora observado em muito poucos mineraes. O seu exemplo classico é a *Dioptase* (silicato de cobre, da formula $H^2 Cu Si O^4$). Este mineral apparece em crystaes, cuja fórma é a combinação do rhomboedro $-2R$, do prisma $\infty P2$, e de um *Tritorhomboedro*, cujas faces modificam as arestas alternas de combinação do rhomboedro $-2R$ e do *Deuteroprisma* $\infty P2$. Se na fig. 153 (pag. 238) em vez d'estas arestas alternas se substituem facetas com a figura de rhomboides, serão estas as faces do *Tritorhomboedro*.

CAPITULO VI

Systema monoclinico

146. **Caracter do systema.**—Este systema tem recebido varias denominações por diversos mineralogistas. Segundo Weiss é o systema *bi-uniaxe* (zwey-und eingliederige System), Mohs denominou-o *Hemiprismatico* ou *Hemiorthotypo*, Kenngott *Clinorhombico*, Bravais *Systema binario*, Breithaupt *S. hemirhombico*, Haidinger *S. augitico*, Hausmann *S. orthorhomboidico*, Naumann *S. monoclinoedrico* ou mais simplesmente *monoclinico*, e Groth *S. monosymmetrico*, por ter um unico plano de symmetria.

Os caracteres crystallographicos fundamentaes d'este systema são:

1.° Tres eixos todos deseguaes, dois dos quaes são orthogonaes, e o terceiro normal a um d'elles e inclinado ao outro, fig. 166;

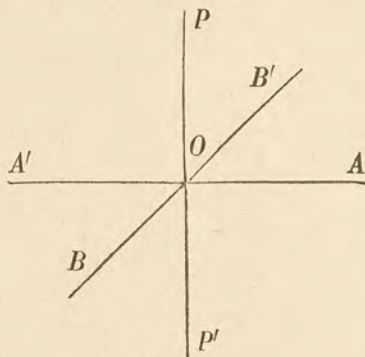



Fig. 166

2.° Como consequencia necessaria d'esta relação de eixos, um unico plano de symmetria e este secundario.

Qualquer que seja a fórma crystallina pertencente ao systema monoclinico, havendo sempre n'ella um unico plano de symmetria, para tornar mais simples a derivação, a designação e o calculo da fórma por meio dos seus *coefficientes* ou *indices*, o plano de symmetria, á semelhança do que se fez em relação aos systemas antecedentes, é naturalmente indicado para ser um dos planos coordenados. Quaesquer outras duas faces não parallelas, existentes ou possiveis no crystal, podem ser em theoria arbitrariamente escolhidas para completar o systema de planos coordenados. Como é porém conveniente para maior simplificação que seja um minimo o numero de angulos não rectos formados pelos eixos, a escolha dos dois planos, além do plano de symmetria, fica necessariamente limitada pela condição de simplicidade. Os outros dois planos devem ser pois uma face,

que no crystal seja normal ao plano de symmetria, e outra que lhe seja tambem normal, mas inclinada á outra face. É manifesto que tres planos coordenados todos orthogonaes seriam em geral contradictorios com a propriedade fundamental do systema monoclinico.

Os dois planos, que ficam normaes ao de symmetria, intersectam-se n'uma recta perpendicular a este plano, e que é por consequencia o *eixo de symmetria*. É este pois um dos eixos coordenados. As intersecções do plano de symmetria com cada um dos dois, que lhe são perpendiculares são os outros dois eixos coordenados, os quaes formam angulos rectos com o eixo de symmetria, e angulos não rectos um com o outro.

Agora imaginemos o plano de symmetria collocado verticalmente e dirigido para o observador e um dos outros dois planos coordenados tambem verticalmente situado. O terceiro plano ficará necessariamente inclinado ao horizonte. Segundo a convenção admittida geralmente, este plano colloca-se de maneira, que a sua inclinação seja descendente para a parte do observador.

N'esta posição da fórma crystallina, o *eixo de symmetria*, isto é a intersecção dos dois planos perpendiculares ao de symmetria, fica horizontal e dirigido parallelamente á frente do observador. A intersecção dos dois planos verticaes, isto é do plano de symmetria e de um dos que lhe são normaes, resulta immediatamente em posição vertical. E finalmente o outro eixo, isto é, a intersecção do plano de symmetria com o outro plano, que lhe é normal, fica inclinado para cima a contar do observador

Sobre o eixo horizontal, e o que lhe é orthogonal, mas inclinado ao horizonte, pode construir-se um rhombo ou losango, de que os dois eixos são as diagonaes. O eixo horizontal é a *Orthodiagonal*, tambem chamada *Orthoaxe* ou *eixo transversal* e é designado por *b*. O eixo, que lhe fica perpendicular, mas inclinado ao horizonte, é a *Clinodiagonal* ou

Clinoaxe ou *eixo longitudinal*, representado por *a*, o eixo que fica normal ao horizonte, é o *eixo vertical* e designa-se por *c*. Nas fórmas monoclinicas distinguem-se tres *secções*. A primeira passa pela clinodiagonal e pelo eixo vertical, é a *secção clinodiagonal*, que é o proprio plano de symmetria. A segunda passa pelo eixo vertical e pela orthodiagonal, e tem o nome de *secção orthodiagonal*. A terceira passa pelas duas diagonaes e é a *secção basica*.

Vê-se por esta disposição de eixos que o systema monoclinico se pode geometricamente deduzir do rhombico, se imaginarmos que o plano das diagonaes n'este systema em vez de conservar-se horizontal ou formando angulo recto com o eixo vertical, executou uma rotação maior ou menor em volta da orthodiagonal.

Para maior simplicidade na *razão dos eixos*, como já se realisou nos systemas monoaxes, suppõe-se $b = 1$, e a *razão dos eixos* é $a : 1 : c$.

É facil reconhecer que segundo a disposição particular dos planos coordenados no systema monoclinico, a symmetria se realisa de maneira que sómente a cada elemento geometrico (face, aresta, angulo solido) á *direita* do plano de symmetria corresponde um elemento homologo, que á *esquerda* lhe fica symmetricamente conjugado. A fórma crystallina está pois repartida em metades symmetricas pelo plano de symmetria e asymmetricamente dividida por qualquer outro plano.

Da particular disposição dos planos coordenados infere-se que o espaço do crystal fica por elles dividido em oitantes, de que sómente são eguaes ou homologos os situados á direita e esquerda do plano de symmetria para o mesmo lado da secção orthodiagonal superior ou inferiormente. São pois homologos os oitantes APB e $A'PB$ com os diametralmente oppostos e egualmente homologos entre si e differentes dos primeiros os oitantes APB', e $A'PB'$ com os que diametralmente lhes correspondem.

Os angulos dos eixos são $\alpha=90°$, correspondente aos eixos *b*, *c*; $\gamma=90°$, formado pelos eixos *a*, *b*; e β differente de 90° formado pelos eixos *a*, *c*.

147. **Fórmas possiveis no systema monoclinico.** —As faces das fórmas possiveis n'este systema são:

I. Parallelas ao plano de symmetria;

II. Perpendiculares a este plano;

III. Variamente inclinadas ou obliquas em relação ao mesmo plano.

No 1.° e no 2.° caso, a fórma resultante é necessariamente contida em um unico par de faces, porque em cada um d'estes casos não ha senão uma unica direcção, que, segundo já sabemos representa crystallographicamente uma face e a que parallelamente lhe corresponde.

No 3.° caso, a cada face á direita do plano de symmetria corresponde, segundo a propriedade geometrica d'este plano, uma face symmetrica á esquerda com a primeira, e como cada face tem sempre uma correlativa e parallela, haverá ao todo para constituir a fórma um grupo de quatro faces.

Vê-se pois que no systema monoclinico não podem existir senão *fórmas abertas*, as quaes se distinguem em duas categorias, porque ou são pares de faces ou fórmas de quatro faces parallelas duas a duas.

148. **Pyramides hypotheticas do systema monoclinico.**—Ainda que rigorosamente não sejam possiveis n'este systema outras fórmas senão as abertas ou infinitas de duas ou quatro faces, comtudo para conservar a analogia com as do systema rhombico, é didacticamente vantajoso admittir fórmas finitas hypotheticas da seguinte maneira. Se nos eixos *a* e *b* como diagonaes construimos um losango e unimos os extremos das duas diagonaes com os do eixo vertical *c*, ficará formada uma pyramide obliqua de base rhomba. É manifesto que este solido não é crystallographicamente uma fórma simples, porque uma face no oitante superior anterior direito, e a que lhe corresponde no

superior posterior direito, não podem ser homologas, ainda que representadas por parametros respectivamente eguaes. Cada face é homologa sómente com a que lhe corresponde ao outro lado do plano de symmetria. Por analogia com as fórmas finitas do systema rhombico, chamou Naumann a esta fórma *Pyramide monoclinica*, apesar de ser realmente a combinação de dois prismas indefinidos ou abertos.

Suppondo na fig. 167 unidos por linhas rectas os extre-

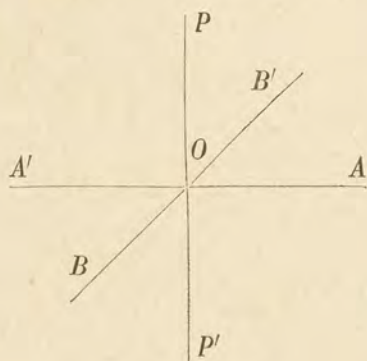



Fig. 167

mos dos eixos, a pyramide resultante, é, como se vê, dividida em metades asymmetricas $PABA'P'$ e $PAB'A'P'$ pela secção orthodiagonal. Os dois triangulos escalenos PAB e $PA'B$ são congruentes, mas diversos dos dois triangulos PAB' e $PA'B'$, que ficam situados além da orthodiagonal, todos quatro junto ao polo superior. As faces adjacentes ao polo inferior repartem-se egualmente em dois grupos de faces homologas entre si e respectivamente homologas ás dos dois grupos junto do polo superior, de maneira que as faces de um polo são parallelas ás suas homologas no outro. A pyramide não é pois uma fórma simples, na accepção crystallographica do termo, é composta de metades, ou *Fórmas parciaes*, uma constituida pelas faces homologas PAB, e $PA'B$, e as suas correspondentes e pa-

rallelas no polo inferior, e a outra formada das faces homologas PAB', $PA'B'$, com as que lhes são respectivamente parallelas junto ao polo inferior. Estas duas fórmas parciaes distinguem-se em *positiva* e *negativa*. A *positiva*, segundo a convenção de Naumann geralmente admittida, é aquella em que as faces superiores passam pelo extremo superior da clinodiagonal, suppondo vertical o eixo OP, ou que ficam situadas para o lado do angulo agudo formado pelo eixo vertical com a clinodiagonal. A *negativa* é a que tem as faces superiores passando pelo extremo inferior da clinodiagonal ou correspondendo ao angulo obtuso das mesmas duas rectas.

Muitos mineralogistas, taes como Naumann, Tschermak, Zirkel e outros chamam a estas fórmas parciaes *Hemipyramides*. Esta denominação tem porém o inconveniente de fazer suppor que estas fórmas são hemiedricas no significado rigoroso d'esta palavra. Ora as *Hemipyramides* não são realmente fórmas hemiedricas, porque estas só podem obter-se de fórmas simples e a pyramide clinorhombica não é propriamente uma pyramide crystallographica, visto que não é limitada por faces todas homologas entre si, é antes uma *Pseudo-pyramide*. Por brevidade, porém, de expressão está geralmente adoptada a palavra *Hemipyramide*, comtanto que se lhe attribua a sua convencional significação.

A *Pyramide monoclinica* ou a reunião das duas *fórmas parciaes* tem quatro qualidades de arestas; quatro lateraes ou basicas homologas; duas polares PB, $P'B'$ eguaes e parallelas, terminando a superior n'um extremo da clinodiagonal e a inferior no extremo opposto; duas polares PB', $P'B$, eguaes entre si e deseguaes ás primeiras; quatro polares eguaes PA, PA', $P'A$, $P'A'$, terminando nos extremos da orthodiagonal. Os angulos solidos são de quatro qualidades, dois polares tetraedricos homologos; dois tambem homologos lateraes, cujos vertices são os extremos da orthodiagonal; um lateral tendo por vertice o ponto infe-

rior B da clinodiagonal, e um diverso, cujo vertice B' é o extremo superior da mesma recta.

Cada uma das fórmas parciaes ou *Hemipyramides* não é crystallographicamente senão um prisma indefinido. Porqué se prolongamos as faces homologas PAB e $PA'B$ e as suas parallelas $P'A'B'$, e $P'AB'$, formar-se-hão arestas parallelas á recta PB e a fórma será contida em quatro planos parallelos dois a dois, será pois um prisma indefinido, cujo eixo é parallelo áquella aresta. O prolongamento do outro grupo de faces homologas produz analogamente um prisma indefinido, cujo eixo é parallelo á aresta polar $P'B$.

As duas *Hemipyramides* são fórmas independentes, raras vezes nos mineraes apparecem reunidas, formando a pseudo-pyramide monoclinica total. O caso mais frequente é o de se encontrarem separadas, e n'um e outro caso nunca podem existir senão em combinação com outras fórmas para que o espaço fique limitado. A ordem minima das combinações é necessariamente a *binaria*.

149. **Fórmas no systema monoclinico.**—Estas fórmas são:

1.º *Pyramides clinorhombicas* (pseudo-pyramides).

2.º *Prismas verticaes*, formados de quatro planos indefinidos parallelos ao eixo vertical, sendo uma das secções inclinadas ao eixo um rhombo, e tendo por consequencia duas qualidades de arestas, duas agudas e duas obtusas.

3.º *Clinodomas*, ou prismas inclinados indefinidos formados de quatro faces homologas parallelas á clinodiagonal tendo por eixo esta recta prolongada e por secção transversal um rhombo.

4.º *Orthodomas*, ou prismas horizontaes indefinidos, formados de quatro faces homologas duas a duas, parallelas á orthodiagonal, tendo por eixo esta recta prolongada e por secção transversal um rhomboide. Cada *Orthodoma* não é pois uma fórma simples, mas a reunião de dois *Hemiorthodomas*, um *positivo* ou *posterior* e outro *negativo* ou *an-*

terior, cada um dos quaes é apenas constituido por duas faces parallelas.

5.º *Pinakoides*, dos quaes se distinguem tres especies:

a) *Pinakoide basico*, formado de dois planos parallelos ao plano das diagonaes ou á base da pyramide.

b) *Clinopinakoide*, formado de dois planos parallelos á clinodiagonal e normaes á orthodiagonal, ou, o que é o mesmo, parallelos ao plano de symmetria.

c) *Orthopinakoide*, formado de dois planos parallelos á orthodiagonal e ao eixo vertical.

150. **Fórma fundamental e derivação das fórmas monoclinicas.**—A derivação n'este systema tem a maior analogia com a que se applicou ao systema rhombico. Pelos coefficientes m, n, aos quaes se podem attribuir diversos valores finitos ou infinitos, se multiplicam os eixos da fórma fundamental para obter todas as mais. Em cada substancia mineral crystallisada no systema monoclinico se elege uma pyramide hypothetica para fórma fundamental, e n'esta a relação dos tres elementos lineares é em geral expressa por $a:b:c$, em que a, b, c, designam respectivamente metade da clinodiagonal, da orthodiagonal e do eixo vertical da pyramide. Fazendo porém egual á unidade a semi-orthodiagonal, a relação é $a:1:c$. É preciso determinar em cada mineral o angulo β. A pyramide fundamental é, como no systema rhombico, representada pelo symbolo P, segundo a notação de Naumann. E porque não é, como já vimos, uma fórma simples, mas o conjuncto de duas fórmas parciaes, uma positiva, outra negativa, é necessario indicar no symbolo esta propriedade, affectando-o com o duplo signal $\pm$. Assim a pyramide fundamental tem por symbolo $\pm P$, a hemipyramide positiva $+P$ ou simplesmente P, e a negativa $-P$. D'esta dupla fórma se derivam todas as do systema, fazendo variar os seus parametros c, a, e 1 isto é, multiplicando-os respectivamente pelos coefficientes racionaes m, n.

151. **Relações possiveis entre os coefficientes.**—

Na relação geral $m:n:1$, os casos possiveis são, como no systema rhombico, os seguintes:

1.º $m = n = 1$. A fórma correspondente a este caso é a pyramide fundamental $\pm P$;

2.º $m \gtrless 1$, $n = 1$. Esta condição equivale a multiplicar o eixo vertical da fórma fundamental pelo numero m, augmentando ou diminuindo a distancia entre os polos e o centro da base, a qual se mantem invariavel. A fórma obtida é uma *Protopyramide*, cujo symbolo é $\pm mP$. E como o coefficiente m pode variar desde zero até ∞, temos a considerar duas relações particulares:

α) $m = 0$. N'esta supposição as faces superiores e inferiores da fórma fundamental abatem-se sobre a base, e confundem-se no seu plano. A fórma resultante é o *Pinakoide basico* tendo por symbolo $0P$.

β) $m = \infty$. N'este caso a *Protopyramide* converte-se n'um *Protoprisma*, tendo por notação ∞P.

As protopyramides finitas e os seus limites formam a *serie fundamental* theoricamente infinita: $0P \ldots \pm \frac{1}{m} P \ldots \pm P \ldots \pm mP \ldots \infty P$. N'esta serie, a partir da fórma fundamental, as fórmas vão para a direita augmentando de eixo até se converterem no *Protoprisma* ∞P, e para a esquerda decrescendo até degenerarem no *Pinakoide basico* $0P$.

3.º $m \gtrless 1$, $n > 1$. Esta relação equivale a tomar qualquer *Protopyramide* $\pm mP$, considerar m constante, e fazer variar por sua vez cada uma das diagonaes, conservando invariavel a outra. Se consideramos constante a orthodiagonal CD e multiplicamos por n a clinodiagonal AB, a fórma resultante é uma nova pyramide, que tem de commum com a protopyramide $\pm mP$ o eixo vertical e a orthodiagonal, fig. 168. Esta fórma é uma *Clinopyramide*, e o seu symbolo é $\pm m\text{P̀}n$, passando atravez da lettra P um traço in-

clinado para designar que a multiplicação por n recae sobre a clinodiagonal.

Se, considerando constantes m e a clinodiagonal AB, fazemos variar a orthodiagonal CD, ou, o que é o mesmo,

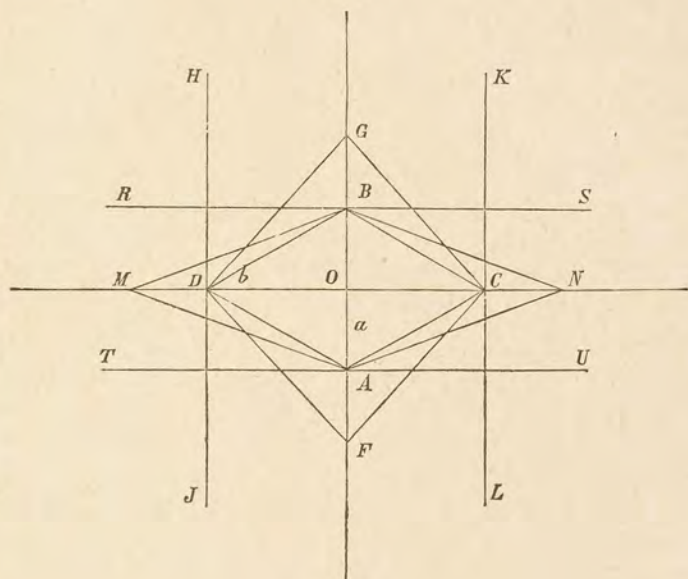



Fig. 168

se a multiplicamos por n, resulta uma nova pyramide, que tem de commum com a *Protopyramide* $\pm mP$ o eixo vertical e a clinodiagonal. Esta fórma é uma *Orthopyramide* e o seu symbolo é $\pm m\bar{P}n$, passando atravez da lettra P um traço horizontal para a distinguir da antecedente.

4.º $m = \infty$, n finito e > 1. Se nos symbolos $\pm m\bar{P}n$, $\pm m\grave{P}n$, suppomos $m = \infty$, isto equivale a applicar a multiplicação das diagonaes á fórma infinita ∞P ou ao *Protoprisma* em vez de a effeituar na *Protopyramide*. Se é a orthodiagonal que se multiplica, a fórma resultante é um *Orthoprisma*, cujo symbolo é $\infty\bar{P}n$. Se é a clinodiagonal a

que varia, temos um *Clinoprisma,* que tem por notação $\infty \grave{P} n$.

5.º m constante, $n = \infty$. Quando qualquer das diagonaes em uma dada *Protopyramide* se multiplica por valores crescentes de n para obter *Orthopyramides* ou *Clinopyramides,* os angulos da nova base nos extremos da diagonal variavel vão tornando-se menores e tendendo para zero, e os angulos nos extremos da diagonal constante tendendo para π. Toca-se este limite, quando $n = \infty$. Então as duas faces superiores, figuradas pelos seus traços TU, RS ou HJ, KL, coincidem n'um plano unico, e o polo P da pyramide é substituido por uma aresta indefinida parallela á diagonal variavel. A fórma resultante é um *Clinodoma,* se é a clinodiagonal, que se torna infinita, e um *Orthodoma,* se é infinita a orthodiagonal. O *Clinodoma* é uma fórma simples, porque as suas faces superiores estão dispostas a uma e outra parte do plano de symmetria, e as inferiores são parallelas ás primeiras. O *Orthodoma* porém decompõe-se em duas fórmas simples, que são *Hemiorthodomas,* um *posterior* ou *positivo,* e o outro *anterior* ou *negativo.* Os symbolos d'estas fórmas obtem-se fazendo egual a ∞ o coefficiente n nos symbolos correspondentes da *Clinopyramide* e *Orthopyramide,* e são respectivamente $m \grave{P} \infty$ sem o duplo signal, e $\pm m \bar{P} \infty$.

6.º $m = \infty$, $n = \infty$. Se no *Clinodoma* $m \grave{P} \infty$, e no *Orthodoma* $\pm m \bar{P} \infty$, se vão attribuindo valores sempre crescentes a m, é claro que o angulo diedro na aresta parallela á diagonal variavel ir-se-ha successivamente tornando menor e tendendo para zero. Ao valor infinito de m corresponderá o limite zero do angulo. A fórma resultante reduzir-se-ha a dois planos parallelos que representam o *Doma* no seu limite superior. Um par de planos parallelos ao plano de symmetria fórma o *Clinopinakoide,* $\infty \grave{P} \infty$, e um par de planos parallelos á orthodiagonal e ao eixo vertical o *Orthopinakoide,* cujo symbolo é $\infty \bar{P} \infty$.

N'estas derivações por maior simplicidade e analogia com

o systema rhombico, suppõe-se que a fórma fundamental é a pyramide completa $\pm P$, mas em realidade a derivação effeitua-se em relação a cada hemipyramide ou *fórma parcial*. Assim a serie $0P \ldots \pm \frac{1}{m} P \ldots \pm P \ldots \pm mP \ldots \infty P$, decompõe-se em duas series parciaes de *Protopyramides positivas* e *negativas*, cada uma relativa a uma das hemipyramides P e $-P$, tendo porém communs os dois limites. De cada um dos termos de uma e outra d'estas series parciaes se derivam as novas series parciaes de *Orthopyramides* e *Clinopyramides positivas* e *negativas*. Os *Prismas verticaes* e os *Pinakoides* são limites communs das fórmas positivas e negativas e por isso não admittem nos seus symbolos o duplo signal. O mesmo se realisa nos *Clinodomas*. Os *Orthodomas* pelo contrario, sendo compostos de dois *Hemiorthodomas*, exigem na sua notação signal differente para cada um.

152. **Fórmas do systema monoclinico.**

1.º Pyramide fundamental $\pm P$.
2.º Protopyramides $\pm mP$.
3.º Clinopyramides $\pm m\grave{P}n$.
4.º Orthopyramides $\pm m\bar{P}n$.
5.º Protoprisma ∞P.
6.º Clinoprismas $\infty\grave{P}n$.
7.º Orthoprismas $\infty\bar{P}n$.
8.º Clinodomas $m\grave{P}\infty$.
9.º Hemiorthodomas { positivo (posterior) $+m\bar{P}\infty$. negativo (anterior) $-m\bar{P}\infty$.
10.º Clinopinakoide $\infty\grave{P}\infty$.
11.º Orthopinakoide $\infty\bar{P}\infty$.
12.º Pinakoide basico $0P$.

153. **Notação das fórmas segundo Miller.**—Os symbolos d'estas fórmas, segundo a notação de Miller, são:

Hemipyramide fundamental { positiva $+P=(\bar{1}\,1\,1)$. negativa $-P=(1\,1\,1)$.

Hemiprotopyramides { positivas $+mP=(\bar{h}\,h\,l)$. negativas $-mP=(h\,h\,l)$.

Hemiclinopyramides { positivas $+m\grave{P}n=(\bar{h}\,k\,l)$ $(h<k)$. negativas $-m\grave{P}n=(h\,k\,l)$ $(h<k)$.

Hemiorthopyramides { positivas $+m\bar{P}n=(\bar{h}\,k\,l)$ $(h>k)$. negativas $-m\bar{P}n=(h\,k\,l)$ $(h>k)$.

Protoprisma $\infty P=(1\,1\,0)$.

Clinoprismas $\infty\grave{P}n=(h\,k\,0)$, $(h<k)$.

Orthoprismas $\infty\bar{P}n=(h\,k\,0)$, $(h>k)$.

Clinodomas $m\grave{P}\infty=(0\,k\,l)$.

Hemiorthodomas { positivo (posterior) $+m\bar{P}\infty=(\bar{h}\,0\,l)$. negativo (anterior) $-m\bar{P}\infty=(h\,0\,l)$.

Clinopinakoide $\infty\grave{P}\infty=(0\,1\,0)$.

Orthopinakoide $\infty\bar{P}\infty=(1\,0\,0)$.

Pinakoide basico $0P=(0\,0\,1)$.

154. **Schema das fórmas monoclinicas.** — Este schema é exactamente egual ao do systema rhombico, com a differença de que ás *Macro-* e *Brachypyramides*, aos *Macro-* e *Brachyprismas*, correspondem no systema monoclinico as *Ortho-* e *Clinopyramides*, e os *Ortho-* e *Clinoprismas*, e em vez de *Macrodomas* e *Brachydomas* apparecem agora os *Orthodomas* e os *Clinodomas*, e ao *Macropinakoide* e *Brachypinakoide* do systema rhombico são analogos o *Orthopinakoide* e *Clinopinakoide* no systema monoclinico.

155. — **Combinações no systema monoclinico.** — Como exemplo das mais frequentes combinações citemos:

1.° A combinação $\pm P \cdot \infty P \cdot \infty\grave{P}\infty$, fig. 169, das duas fórmas parciaes ou hemipyramides, *l*, *l*, *n*, *n*, com o protoprisma *f* e o clinopinakoide *P*. Esta combinação é uma das fórmas crystallinas do *Gesso*.

2.° A combinação $-P \cdot \infty P \cdot \infty\grave{P}\infty$, que sómente se distingue da antecedente em que em vez da pyramide com-

pleta $\pm P$ só apparece a hemipyramide negativa, $-P$, fig. 170. Esta combinação é uma das mais frequentes fórmas do *Gesso*.

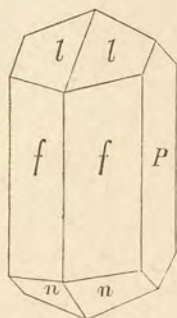



Fig. 169

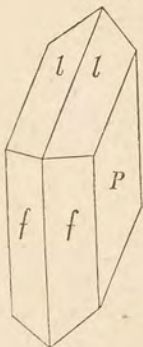



Fig. 170

3.º A combinação $\infty P \cdot \infty \bar{P} \infty , \infty \grave{P} \infty . P$, em que apparece a hemipyramide positiva P, com as faces *o*, fig. 171, o prisma com as faces *p*, o *Orthopinakoide*, com as faces *a*, o *Clinopinakoide* com as faces *l*. Esta combinação é a fórma crystallina mais frequente da *Augite*.

4.º A combinação $\infty \grave{P} \infty \cdot \infty P \cdot 0 P . 2 \bar{P} \infty$, fig. 172, em

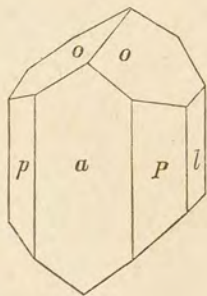



Fig. 171

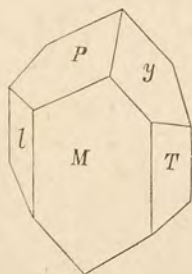



Fig. 172

qne existe o *Clinopinakoide*, *M*, o *Prisma l*, *T*, o *Pinakoide*

basico, *P*, e um *Hemiorthodoma*, *y*, em que $m=2$. Esta combinação é uma das mais vulgares fórmas crystallinas da *Orthoclase*.

CAPITULO VII

Systema triclinico

156. **Caracter do systema triclinico.**—Este systema tem sido variamente denominado por diversos mineralogistas. É o *Systema uni-uniaxe* (ein-undeingliederige) de Weiss, o *Anorthotypo* de Mohs, o *Anorthico* de Haidinger, o *Triclinoedrico*, e *Clinorhomboidico*, segundo as primeiras denominações usadas por Naumann, que elle depois substituio pela mais simples de *Triclinico*. Tem egualmente o nome de *systema asymmetrico*, que lhe deu Groth, pela falta de symmetria em todos os seus crystaes.

O caracter fundamental do systema triclinico ou asymmetrico é a completa ausencia de planos de symmetria. Não ha pois faces coordenadas symmetricamente em relação a algum plano, como nos systemas antecedentes. Em vez de symmetria ha nas fórmas triclinicas apenas o *parallelismo* e a *contraposição* das faces consideradas duas a duas. Assim qualquer que seja a face, que se observe, ha sempre outra face, que lhe é parallela e contraposta. Não pode haver n'este systema fórmas simples finitas ou fechadas. Cada uma d'ellas consta unicamente de *um par de planos parallelos*, e por isso theoricamente infinitos. D'esta condição essencial se infere immediatamente que os crystaes triclinicos devem ser pelo menos combinações ternarias, porque é necessaria a coexistencia de seis faces parallelas duas a duas para encerrar espaço limitado.

Na falta de planos de symmetria, não ha n'um crystal d'este systema nenhuma face, que por fundamentos crystallographicos e conveniencias de simplificação, se recommende para ser adoptada como um dos planos coordenados. Quaesquer tres faces, que se intersectem mutuamente, podem servir de planos coordenados para que se verifique a lei da racionalidade. Uma quarta face, que não exista na zona de quaesquer duas das primeiras, se pode eleger para *face fundamental*. As arestas, em que as tres primeiras faces se intersectam, são os eixos coordenados, que formam entre si angulos não rectos. Um d'elles imagina-se normal ao horizonte, é o *eixo vertical*, designado por *c*. Dos outros dois, que formam entre si e com o vertical angulos obliquos, um dispõe-se de maneira que fique voltado para o observador, e inclinado para baixo, e designa-se por *a*, o outro resulta collocado transversalmente e é notado por *b*. É manifesto que as duas rectas *a* e *b*, que se intersectam no mesmo ponto com o eixo vertical, e que são por elle divididas em dois segmentos eguaes, se podem considerar como as diagonaes de um rhomboide, ou parallelogrammo obliquo de lados parallelos eguaes dois a dois. Se pois sobre aquellas rectas se construe esta figura, á semelhança do modo porque se designam as diagonaes da base na pyramide rhombica, á recta *a*, suppondo que n'ella cae o parametro menor da face fundamental, chamaremos a *Brachydiagonal*, e á linha *b* a *Macrodiagonal*. Resta agora unicamente determinar pelos processos conhecidos a *razão dos eixos* $a:b:c$, e os angulos α, β, γ, referindo-os como é convenção seguida pelos crystallographos, ao oitante *anterior superior direito*.

Traçado o rhomboide podemos unir por meio de rectas os extremos das diagonaes com os polos do eixo vertical, e teremos construido uma pyramide obliqua de base rhomboidal. É claro que esta pyramide, dada a posição dos eixos no systema asymmetrico, não pode ser uma fórma sim-

ples, porque os oito triangulos escalenos de que se compõe, são homologos sómente dois a dois. Assim ha apenas homologia entre cada face junto ao polo superior e a que parallelamente lhe corresponde junto do inferior. Ha pois na pyramide triclinica, que é crystallographicamente uma *Pseudopyramide* ou uma fórma hypothetica, quatro fórmas simples distinctas, cada uma constituida por um par de faces parallelas. Cada um d'estes pares é denominado pelo commum dos crystallographos um *Quarto de pyramide*, ou uma *Tetartopyramide*, por isso que são analogos a duas faces parallelas da pyramide rhombica, as quaes são a quarta parte da fórma total. Estas denominações, aliás empregadas geralmente, devem, como já se ponderou em relação ás *Hemipyramides* do systema monoclinico, entender-se em restricta accepção convencional, e não como tetartoedros verdadeiros, cujo caracter essencial é serem relativos ao mesmo holoedro, limitado por faces todas homologas. É por isso preferivel a denominação de *Fórmas parciaes*.

157. **Fórma fundamental e derivação.**—Não havendo no systema triclinico fórmas finitas, não ha propriamente fórma fundamental. Mas para facilitar o estudo das relações entre os diversos pares de faces no systema, é conveniente considerar como fundamental a *Pseudopyramide* triclinica, para que á semelhança do que se executa no systema monoclinico, possamos d'ella derivar todas as outras fórmas e denominal-as e exprimil-as por symbolos analogos aos dos outros systemas de eixos deseguaes.

Adoptada a *Pseudopyramide* como fórma fundamental, e collocados os seus eixos na posição indicada (n.° 156) as faces de cada um dos seus quartos ou *Tetartopyramides* occupam dois oitantes diametralmente oppostos. Todas estas fórmas parciaes se designam em geral por *P*. Mas para as differençar acompanha-se esta lettra de uma plica ou accento, collocado á direita ou á esquerda, superior ou inferiormente, segundo a fórma parcial está n'um oitante di-

reito ou esquerdo, superior ou inferior. Assim, a fórma que existe no oitante anterior superior direito é representada por P', e a do oitante anterior superior esquerdo por $'P$, e as duas anteriores inferiores direita e esquerda respectivamente por $P_{,}$ e $_{,}P$. A fórma hypothetica total tem por symbolo $_{,}'P_{,}'$, e em relação a ella se procede á derivação das outras fórmas por um processo analogo ao que se emprega para as fórmas rhombicas e monoclinicas.

Todas as quatro fórmas parciaes são inteiramente independentes, e a pyramide total não existe em a natureza.

158. **Fórmas do systema triclinico.** — As fórmas d'este systema são:

1.º *Pyramides triclinicas* (pseudopyramides) cada uma d'ellas dividida em quatro *fórmas parciaes* ou *tetartopyramides*. As faces d'estas fórmas tem parametros finitos nos tres eixos *a*, *b*, *c*.

2.º *Prismas verticaes*, formados de quatro planos indefinidos, parallelos ao eixo vertical, e dois a dois parallelos entre si, tendo por secção transversal um rhomboide, e por consequencia duas qualidades de arestas, umas agudas e outras obtusas. Estes prismas sendo constituidos por dois pares de faces parallelas, e resolvendo-se em duas fórmas parciaes independentes, são chamados geralmente *Hemiprismas*, denominação, que se deve entender com as mesmas restricções, com que se emprega a de *Tetartopyramides*. Os *Hemiprismas* tem parametros finitos nos eixos *a*, *b*, e parametro infinito no eixo *c*.

3.º *Prismas inclinados* ou *Clinodomas*. Constam, como os verticaes, de dois pares de faces parallelas, e resolvem-se, como elles, em duas fórmas parciaes independentes, que recebem o nome de *Hemidomas*, com a mesma restricção de significado, que no caso antecedente se notou. Dos *Hemidomas* uns tem as faces parallelas á macrodiagonal, e outros á brachydiagonal, e por eixo uma ou outra d'estas linhas indefinidamente prolongadas. Cortam em parametros

finitos os eixos a, e c, ou b, e c, e tem parametro infinito respectivamente no eixo b, ou a.

4.º *Pinakoides*. São pares de faces respectivamente parallelas a dois dos eixos e por isso parallelas entre si.

159. **Derivação das fórmas triclinicas.**— O processo para derivar da pyramide fundamental todas as fórmas triclinicas é analogo ao que se emprega em relação ao systema rhombico. Pelos coefficientes m, n, aos quaes se podem attribuir valores finitos ou infinitos, se multiplicam os eixos da fórma fundamental para derivar todas as outras. As diversas relações de grandeza entre os coefficientes são as seguintes, como no systema rhombico e monoclinico:

1.º $m = n = 1$. A fórma correspondente é a *Pyramide fundamental* ${}_{\prime}^{\prime}P_{\prime}^{\prime}$, ou cada uma das quatro fórmas parciaes, em que ella se resolve.

2.º $m \gtrless 1$, $n = 1$. Estas condições equivalem a multiplicar o eixo vertical da fórma fundamental pelo numero m, augmentando ou diminuindo a distancia entre os polos e o centro da base, a qual se mantém invariavel. As fórmas obtidas são *Protopyramides triclinicas*, que tem por symbolo geral $m{}_{\prime}^{\prime}P_{\prime}^{\prime}$. Cada uma d'estas fórmas é manifesto que se resolve, como a fundamental, em quatro fórmas parciaes independentes. O resultado obtido é o mesmo que se alcançaria considerando por sua vez cada *Tetartopyramide* P, como verdadeira fórma fundamental, e derivando de cada uma novas tetartopyramides com eixo vertical egual a mc.

Podendo m variar desde zero até ∞, temos a considerar dois casos particulares:

α) $m = 0$. N'esta supposição as faces superiores e inferiores da fórma fundamental abatem-se sobre a base e coincidem com o seu plano. A fórma resultante é o *Pinakoide basico*, tendo por symbolo $0P$.

β) $m = \infty$. N'este caso cada face superior da fórma fun-

damental coincide no mesmo plano com a inferior adjacente á mesma aresta lateral. A fórma resultante é um prisma vertical composto de duas fórmas parciaes ou *Hemiprismas*. Os seus symbolos são $\infty P_{,}'$ para o *Hemiprisma direito*, e $\infty {}_{,}'P$ para o *esquerdo*, ou simplesmente $\infty P'$ e $\infty 'P$, visto que cada hemiprisma é limite commum das series relativas ás tetartopyramides P' e $P_{,}$ ou $'P$ e $_{,}P$.

A serie completa das *Protopyramides* é pois:

$$0P \ldots \frac{1}{m}{}_{,}'P_{,}' \ldots {}_{,}'P_{,}' \ldots m_{,}'P_{,}' \ldots \begin{cases} \infty P' \\ \infty 'P \end{cases}$$

a qual se resolve em quatro series parciaes, cada uma d'ellas relativa a uma das quatro tetartopyramides, sendo o mesmo para todas o *Pinakoide basico*, e sendo cada *Hemiprisma* $\infty P'$ e $\infty 'P$ commum respectivamente ás series de tetartopyramides direitas e esquerdas.

III. m constante, $n > 1$. Cada uma das diagonaes pode multiplicar-se, como no systema rhombico e no monoclinico, por um coefficiente n variavel. D'ahi resultam, analogamente ao que se realisa n'aquelles systemas, as *Macropyramides*, cujo symbolo geral e collectivo é $m_{,}'\bar{P}_{,}'n$, se é a macrodiagonal, que variou, e as *Brachypyramides*, cuja notação é $m_{,}'\breve{P}_{,}'n$, se é a brachydiagonal, que se multiplica por n.

É claro que umas e outras fórmas são apenas pseudopyramides como as da serie fundamental, e como ellas se resolvem em quatro tetartopyramides ou fórmas parciaes, *superior direita* $mP'n$, *superior esquerda* $m'Pn$, *inferior direita* $mP_{,}n$, *inferior esquerda* $m_{,}Pn$ com os respectivos signaes.

IV. $m = \infty$, $n > 1$. N'este caso as *Macropyramides* e as *Brachypyramides* convertem-se em *Macroprismas* e *Brachyprismas*, que á semelhança do que succede na serie fundamental, são compostos de dois *Hemiprismas*, um *direito*, o outro *esquerdo*, e os seus symbolos são respectivamente $\infty \bar{P}'n$ e $\infty '\bar{P}n$ ou $\infty \breve{P}'n$ e $\infty '\breve{P}n$.

V. m constante, $n=\infty$. Quando no seu crescimento successivo n se torna infinito, cada *Macropyramide* se converte n'um *Macrodoma*. N'este caso as faces anteriores superiores direita e esquerda coincidem em um só plano, e o mesmo se realisa nas faces respectivamente parallelas ás primeiras, e as duas faces resultantes parallelas entre si constituem um *Hemimacrodoma anterior*, cuja notação é $m\,'\bar{P}'\infty$. As duas faces inferiores, direita e esquerda, na *Macropyramide*, coincidem tambem no mesmo plano e dão origem ao *Hemimacrodoma posterior*, que tem por symbolo $m_{\prime}\bar{P}_{\prime}\infty$. Sendo $n=\infty$, cada *Brachypyramide* se torna em um *Brachydoma*. N'este caso as duas faces superiores direitas, uma anterior, outra posterior, coincidem n'um só plano, e o mesmo se realisa nas faces respectivamente parallelas ás primeiras, e as duas faces resultantes parallelas entre si constituem um *Hemibrachydoma direito*, cuja notação é $m_{\prime}\breve{P}'\infty$. As duas faces superiores esquerdas, uma anterior, outra posterior, coincidem n'um só plano, e o mesmo succede ás que lhes são respectivamente parallelas, e resulta um *Hemibrachydoma esquerdo*, cujo symbolo é $m\,'\breve{P}_{\prime}\infty$.

VI. $m=\infty$, $n=\infty$. Quando nos *Macrodomas* e *Brachydomas* o eixo vertical se torna infinito, estas fórmas, como no systema rhombico, tocam o seu limite superior, e convertem-se respectivamente no *Macropinakoide* e no *Brachypinakoide*, cujos symbolos são $\infty\bar{P}\infty$, e $\infty\breve{P}\infty$.

160. **Fórmas no systema triclinico.** — As fórmas triclinicas simples são:

1.º Protopyramides $m_{\prime}{}'P_{\prime}'$ ⎫
2.º Macropyramides $m_{\prime}{}'\bar{P}_{\prime}'n$ ⎬ Compostas de tetartopyramides.
3.º Brachypyramides $m_{\prime}{}'\breve{P}_{\prime}'n$ ⎭

4.º Hemiprotoprismas { direito $\infty P'$. / esquerdo $\infty\,'P$.

5.º Hemimacroprismas { direitos $\infty\bar{P}'n$. / esquerdos $\infty\,'\bar{P}n$.

6.º Hemibrachyprismas { direitos $\infty \breve{P}'n$. / esquerdos $\infty\, '\breve{P}n$.

7.º Hemimacrodomas { anteriores $m'\bar{P}'\infty$. / posteriores $m_{,}\bar{P}_{,}\infty$.

8.º Hemibrachydomas { direitos $m_{,}\breve{P}'\infty$. / esquerdos $m'\breve{P}_{,}\infty$.

9.º Macropinakoide $\infty \bar{P} \infty$.

10.º Brachypinakoide $\infty \breve{P} \infty$.

11.º Pinakoide basico $0P$.

161. **Notação de Miller.**

1.º Tetartopyramides fundamentaes { $P'=(1\,1\,1)$. / $'P=(1\,\bar{1}\,1)$. / $P_{,}=(1\,1\,\bar{1})$. / $_{,}P=(1\,\bar{1}\,\bar{1})$.

2.º Protopyramides $m_{,}'P_{,}'=(hhl)$.

3.º Macropyramides { sup. direita $m\bar{P}'n=(hkl)$ / sup. esquerda $m'\bar{P}n=(h\bar{k}l)$ / inf. direita $m\bar{P}_{,}n=(hk\bar{l})$ / inf. esquerda $m_{,}\bar{P}n=(h\bar{k}\bar{l})$ } $h>k$.

4.º Brachypyramides { sup. direita $m\breve{P}'n=(hkl)$ / sup. esquerda $m'\breve{P}n=(h\bar{k}l)$ / inf. direita $m\breve{P}_{,}n=(hk\bar{l})$ / inf. esquerda $m_{,}\breve{P}n=(h\bar{k}\bar{l})$ } $h<k$.

5.º Hemiprotoprisma { direito $\infty P'=(1\,1\,0)$. / esquerdo $\infty\, 'P=1\,\bar{1}\,0)$.

6.º Hemimacroprismas { direito $\infty \bar{P}'n=(hk0)$ / esquerdo $\infty\, '\bar{P}n=(h\bar{k}0)$ } $h>k$.

7.º Hemibrachyprismas { direito $\infty \breve{P}'n=(hk0)$ / esquerdo $\infty\, '\breve{P}n=(h\bar{k}0)$ } $h<k$.

8.º Hemimacrodomas { anterior $m'\bar{P}'\infty=(h0l)$. / posterior $m_{,}\bar{P}_{,}\infty=(\bar{h}0l)$.

9.º Hemibrachydomas { direito $m_{,}\breve{P}'\infty=(0kl)$. / esquerdo $m'\breve{P}_{,}\infty=(0\bar{k}l)$.

10.º Macropinakoide $\infty \bar{P} \infty=(1\,0\,0)$.

11.º Brachypinakoide $\infty \breve{P} \infty = (0\,1\,0)$.
12.º Pinakoide basico $0P = (0\,0\,1)$.

162. **Schema das fórmas triclinicas.** — O schema d'estas fórmas é disposto analogamente ao do systema rhombico, com a differença de que a lettra *P* é então accentuada para indicar os oitantes, a que pertencem as diversas fórmas parciaes.

163. **Combinações no systema triclinico.**—Estas combinações não podem ser de ordem inferior a ternaria, e geralmente são de ordem superior. Appresentam no seu conjuncto o maximo grau de assymmetria e de incompleto numero de faces. São ellas entre as de todos os systemas as mais difficeis de interpretar. Sem extrema attenção não é facil reconhecer e determinar as relações das fórmas simples, que participam na sua composição. A difficuldade do problema crystallographico augmenta com o numero de faces não homologas, que entram na combinação, ou segundo o grau de complicação da fórma composta. Dois exemplos bastarão para dar idéa do modo porque se ha de proceder para descobrir e denominar as fórmas simples. O primeiro seja o de uma combinação mui frequente na *Albite*, uma das especies no grupo dos *Feldspathos*, um feldspatho de soda, que entra na composição de muitas rochas.

No crystal de *Albite* representado na fig. 173, a face *P* é o

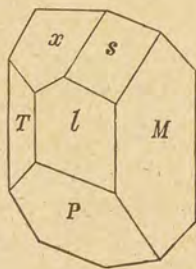



Fig. 173

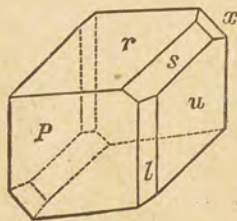



Fig. 174

pinakoide basico $0P$, M o brachypinakoide $\infty \breve{P} \infty$, s a tetartopyramide superior direita P', l é o hemiprisma direito $\infty P'$, T é o hemiprisma esquerdo $\infty 'P$, x o *hemimacrodoma anterior* $'\bar{P}' \infty$, l o macropinakoide $\infty \bar{P} \infty$.

Na fig. 174 está representado um crystal de *Axinite* (um silicato de composição muito complexa). A face P é o hemiprisma esquerdo $\infty 'P$, u é o hemiprisma direito $\infty P'$, r é a tetartopyramide superior esquerda $'P$, x é a tetartopyramide superior direita P', s é o hemimacrodoma anterior $2 '\bar{P}' \infty$.

CAPITULO VIII

Desvios da regularidade theorica nos crystaes

164. **Condições theoricas do crystal.** — Os crystaes, de cujas fórmas havemos tratado, foram até agora considerados como typos theoricos, ou solidos ideaes, geometricos, nos quaes se suppoz que sempre se realisavam as seguintes condições:

1.° Que o crystal se formou e cresceu sob o imperio de forças moleculares ou interiores e sob o influxo de circumstancias externas, que lhe permittiram desenvolver-se com egual regularidade em todas as direcções, sem que lhe faltasse a *materia* necessaria, o *espaço* sufficiente, e o *tempo* adequado ao seu completo e perfeito crescimento. O crystal imaginou-se pois formando-se livre, isolado e fóra do contacto de outros corpos, que podessem impor n'alguma direcção um limite a seu desenvolvimento.

2.° D'esta primeira supposição se derivava o serem as faces do crystal planas, não absolutamente como as que limitam os polyedros ideaes da geometria, mas lisas e unidas, sem que n'estes planos, que se podem chamar phy-

sicos em contradistincção dos geometricos, fosse dado á vista distinguir soluções de continuidade. Cada face era pois figurada como um plano, porque, suppostas as desegualdades invisiveis da superficie, por todos os seus cumes se podia imaginar passando um plano tangente, que representaria exactamente a direcção geral da face.

3.° Que todas as faces homologas, isto é as que pertencem a cada fórma simples, quer existindo isolada, quer em combinações, eram polygonos semelhantes na figura, e eguaes na extensão, ou, o que significa o mesmo, eram *polygonos congruentes*, ou que se podem exactamente sobrepôr.

Esta condição importava tacitamente a condição de que as faces homologas estivessem todas a eguaes distancias do centro, ou que imaginando tiradas pelo centro normaes a todas as faces homologas, os segmentos comprehendidos entre esses planos e aquelle ponto fossem todos eguaes.

4.° Que as arestas homologas eram sempre medidas por angulos invariaveis, segundo a lei fundamental de Romé de L'Isle.

5.° Que as dimensões do crystal eram taes que pela sua grandeza sufficiente permittiam a exacta determinação da sua fórma crystallina.

6.° Que o crystal tinha na massa e na estructura a continuidade compativel com a sua constituição molecular e era homogeneo ou formado de uma unica substancia disposta regularmente no seu interior.

165. **Condições reaes nos crystaes da natureza.** —Estas eram as condições da *perfeição stereometrica* e da *regularidade physica* no crystal. A estas porém não correspondem no maior numero de casos as producções historico-naturaes, aquellas, que se observam realisadas nos crystaes do reino mineral. Os crystaes só as poderiam satisfazer, se na sua formação actuassem regularmente as energias interiores, que se exercem de molecula a molecula e deter-

minam o arranjo molecular, de que depende a estructura e a fórma crystallina e se as energias exteriores não produzissem perturbações no processo gradual da crystallisação.

Os crystaes não podem produzir-se geralmente n'uma substancia, sem que esta previamente passe do estado solido ao estado de mobilidade, reduzindo-se a um liquido ou a um gaz. Esta passagem pode effeituar-se, ou dissolvendo a substancia crystallisavel, ou levando-a pela acção do calor á fusão ou sublimação. Para que do estado movel as moleculas se deponham regularmente e fiquem em posições de equilibrio estavel, são necessarias tantas e tão diversas condições de materia, de espaço, e de tempo, e tão completa ausencia de acções externas perturbadoras da crystallisação, que sómente a custo de minuciosas e delicadas prevenções se podem realisar nas producções artificiaes de laboratorio, e ainda com maior difficuldade e infrequencia na grande officina da naturesa, onde causas diversissimas exercem livre e simultaneamente a sua acção. A natureza, posto que tem normas e leis geraes porque se rege n'este ponto, como em todas as suas outras producções, não obedece pontualmente ás intimações da geometria, ás prescripções do *numero* e da *fórma*, que dominam todavia em todos os phenomenos do Kosmos. Se havemos de fallar com todo o rigor, não nos depara a naturesa um só crystal, ainda entre os reputados mais perfeitos, em que appareça exactamente realisado o typo geometrico. Parece que a materia, sem a qual não pode haver manifestações objectivas em a natureza, é rebelde ao principio que lhe impõe uma absoluta sujeição ás leis da *fórma* e do *numero*. E já esta observação havia sido feita na antigüidade pelos philosophos hellenicos, que viam na materia uma perpetua contradicção a amoldar-se rigorosamente ás leis do espirito. As realisações dos conceitos mathematicos e puramente subjectivos nas manifestações da natureza re-

presentam apenas *estados medios*, em volta dos quaes oscillam com maior ou menor amplitude os phenomenos reaes.

Estas mais ou menos flagrantes infracções se observam em todos os phenomenos, qualquer que seja a sciencia, em que se estudem, nos phenomenos cosmicos, e nos phenomenos biologicos. Assim as curvas exactamente geometricas, assignadas pelos astronomos ás orbitas dos planetas, dos satellites, dos asteroides, dos cometas, das estrellas multiplas, representam apenas valores medios, de que a natureza se compraz em se affastar dentro de limites apertados.

Assim como as perturbações, devidas ás mutuas attracções de muitos corpos celestes em presença, modificam mais ou menos profundamente os elementos deduzidos da primeira theoria, em que o problema dynamico se reduziu pelo pensamento á maxima simplicidade, assim tambem as *perturbações* indeclinaveis no acto da crystallisação alteram forçosamente a regularidade nos crystaes e determinam os seus *desvios* em relação aos typos theoricos e ideaes. Ao chimico e ao mineralogista experimentado é possivel circumdar os seus processos de crystallisação artificial com todas as cautelas e condições, que a favoreçam e eliminar quanto possivel as causas, que perturbam a perfeição dos crystaes.

A expressão *Desvios de regularidade* não se deve comtudo entender no mesmo sentido, em que empregamos na linguagem vulgar os termos *imperfeição, irregularidade*. As proprias apparencias, em que os crystaes parece contradizerem as leis crystallographicas da theoria, são o resultado necessario de leis, que operam sem quebra, nem excepção. As *perturbações*, que affastam o mineral das fórmas e condições geometricas do crystal theorico, são o effeito de causas, de energias, que exercem a sua acção sempre subordinada a leis inviolaveis. E se no complicado problema da crystallisação se podessem considerar todas estas energias e as diversas circumstancias, sob que ellas se exercitam, seria facil demonstrar que as fórmas crystallinas, ainda as

apparentemente mais disformes e irregulares, são o resultado necessario de todas as acções, que para as produzir estiveram cooperando.

Os crystaes da natureza não poderiam reputar-se como polyedros, cujas fórmas obedeçam ás leis theoricas da crystallographia, se os houvessemos de apreciar unicamente pela inspecção immediata sem buscarmos a maneira de corrigir as suas imperfeições e de reduzir idealmente por estas correcções a sua fórma empirica e apparente a uma fórma real não discordante das condições da theoria.

166. **Desvios e imperfeições correspondentes a cada uma das condições no crystal theorico.**— Para completo conhecimento de um crystal da natureza é indispensavel que o mineralogista conheça, de que maneiras se appresentam os desvios da regalaridade. A cada uma das seis condições enumeradas (n.º 164) corresponde uma infracção á regularidade *geometrica* e *physica* do crystal perfeito. Á 1.ª condição contrapõe-se o desegual e incompleto crescimento do crystal: á 2.ª a qualidade de não serem sempre *physicamente* planas, lisas, nem polidas as faces crystallinas: á 3.ª a circumstancia de que as faces crystallographicamente homologas nem sempre são polygonos congruentes: á 4.ª a variação do valor angular nas arestas, que são crystallographicamente homologas: á 5.ª o apparecerem as mais das vezes os crystaes em tão pequenas dimensões, que tornam difficillima ou inexequivel a sua exacta determinação crystallographica: á 6.ª finalmente contrapõem-se as soluções de continuidade, que frequentemente se observam nos crystaes e os accidentes, que perturbam e alteram a homogeneidade e a uniforme distribuição da sua massa. Cumpre examinar por sua ordem cada um d'estes desvios.

167. **Formação incompleta do crystal.**—Uma das mais frequentes imperfeições é a que resulta da sua incompleta fórma e crescimento. O crystal apparece então

truncado naturalmente, á semelhança do torso de uma estatua, de que subsista unicamente o tronco e a cabeça, faltando inteiramente os membros inferiores ou estando tambem partidos e mutilados os superiores. Para que um crystal se forme e complete em todas as direcções é necessario: 1.º Que tenha sufficiente espaço, em que expandir-se durante a sua producção e crescimento: 2.º Que lhe não falte a materia: e 3.º que as moleculas no acto da crystallisação tenham tempo de se depôr egualmente em todas as partes do crystal, ou que a velocidade do crescimento seja a mesma em todas as direcções crystallographicamente homologas do individuo mineral.

Estas condições podem ou não realisar-se por diversos modos:

a) O crystal pode formar-se e crescer em um meio, que o circumde em todas as direcções, e dentro do qual a crystallisação se effeitue livremente, como succede nos crystaes, que artificialmente se fórmam de soluções, quando todas as circumstancias são propicias á regular deposição das suas moleculas, ou como acontece com os crystaes, que no interior de rochas em fusão (eruptivas) se produziram, quando ellas resfriaram. N'estes casos o crystal apparece formado completamente, limitado para todos os lados, e quando naturalmente se destaca da solução ou da matriz, em que se produz ou é d'ella extraido pelo homem, appresenta-se como um *crystal solto*. É n'estes que a natureza realisa as fórmas mais completas e as que na perfeição mais se approximam ao seu typo ideal e geometrico. Não quer isto significar absolutamente que todos os crystaes soltos sejam bem conformados e perfeitos, porque ainda sendo completos, podem n'elles manifestar-se outros desvios de regularidade. Supponda não existentes ou removidas as causas de perturbação, que obstam com maior ou menor intensidade á total e bem definida formação do crystal, ainda outras causas perturbadoras podem n'elle actuar para o deturpar e

desviar da perfeição. Em muitos crystaes soltos não é raro observar que a sua figura está mais ou menos alterada, que as suas faces não são planas, nem as arestas e os angulos solidos apparecem exactamente como linhas rectas ou como pontos de intersecção de trez ou mais faces concorrentes. Os crystaes então em differentes individuos da mesma substancia mineral podem mostrar todas as phases e transições desde a fórma approximadamente geometrica até apresentarem-se como individuos inteiramente irregulares. É o que se observa muitas vezes nos crystaes de *Granada*, de *Pyroxene*, de *Diamante*.

Quando o crystal, porém, não é formado livremente n'um meio, que o circumde em todas as direcções, então forçosamente se deposita sobre uma base ou apoio, que pode ser da mesma ou differente substancia mineral. É manifesto que o crystal na parte por onde adhere á base ou sustentaculo, ficará necessariamente incompleto, porque encontrou n'um corpo extranho um limite insuperavel ao seu crescimento. A terminação do crystal para esse lado não pode ser constituida por faces crystallinas, antes se amolda forçosamente á figura da superficie no apoio. Os crystaes dizem-se então *implantados* (*Aufgewachsene Krystalle*) e ficam mais ou menos fortemente arraigados á base, que os sustenta. Apparecem pois só completa e definitivamente conformados na parte superior e livre, em quanto que a inferior se não poude terminar regularmente. Se o crystal se implanta na massa identica ou extranha por uma pequena parte da sua superficie, pode então realisar o seu quasi inteiro crescimento e apparece bem conformado e se por um esforço maior ou menor o crystal se quebra e se desprende da sua base, fica apenas sendo um *torso de crystal*, ou um *crystal quebrado* (*Abgebrochene Krystalle* dos mineralogistas allemães) O crystal pode completar-se theoricamente segundo as leis de symmetria.

b) Se conjuntamente se formam varios crystaes de uma

substancia mineral na mesma e unica matriz, nenhum d'elles terá sufficiente espaço para se expandir, se ao mesmo tempo se originaram muitos centros de crystallisação a pequenas distancias uns dos outros. Os differentes individuos apparecem n'este caso associados sem comtudo geralmente obedecerem na sua composição a leis geometricas. Estarão apoiados uns contra os outros mais ou menos irregularmente, umas vezes com uma certa orientação, outras mais frequentemente sem ordem determinada, como ao acaso e variamente entrelaçados.

168. **Desvios da regularidade na qualidade das faces crystallinas.**—As numerosas excepções á lisura das faces e á qualidade de serem planas constituem o que se chama as *imperfeições das faces crystallinas*. Estas podem manifestar-se geralmente de dois modos:

1.° quando a face do crystal sem deixar de ter por direcção geral um plano unico, não é todavia lisa, nem unida, ou appresenta na sua superficie diversas soluções da continuidade physica e geometrica;

2.° quando as faces na sua direcção geral não seguem um plano unico, isto é, ou são effectivamente *curvas*, ou formadas de facetas incidindo em angulos extremamente obtusos de maneira que a face total manifesta uma apparente *curvatura*.

No primeiro caso as faces deixam de ser planas, porque do seu fundo se levantam proeminencias e se escavam depressões, que se estendem a toda a superficie. Estas desegualdades podem ser dispostas *linearmente*, isto é sulcarem a face com traços, que figuram diversos desenhos e delineações, ou podem consistir em pequenas *pontas*, que se levantam mais ou menos acima do plano geral da face, e estão separadas entre si a maior ou menor distancia. No primeiro caso os traços lineares dizem-se *estrias*, e a face, em que apparecem, é *estriada*. No segundo caso a face diz-se *drusica* em geral.

169. **Estriação.**— O phenomeno da *estriação* é um dos mais communs. A face apparece então sulcada por meio de traços ou *estrias*, que se dispõe de modo regular, formando um só ou mais systemas de estriação. A *estriação* é apenas uma irregularidade apparente. A sua existencia denuncia que a face, onde se observa, não é uma só face, mas, segundo nota judiciosamente o crystallographo allemão Groth[1], uma successão de muitas faces, que se intersectam umas ás outras.

A estriação resulta sempre da concorrencia de faces mui estreitas, que regularmente se dispõem na face total. Este concurso realisa-se de modo que as arestas entre as facetas se succedem parallelamente. A estriação pode ser o resultado de uma *combinação* e ha então *estrias de combinação*, ou de uma *composição em crystal multiplo*. No primeiro caso as faces, que concorrem para formar cada estria, pertencem ao mesmo individuo mineral, no segundo a dois individuos associados em composição regular. D'esta ultima estriação haveremos de tratar, quando falarmos da composição regular dos individuos mineraes. Pela estriação a face do crystal offerece a apparencia de degraus, a qual resulta da *combinação oscillatoria* de mais de uma fôrma.

A *estriação* é um phenomeno essencialmente ligado com as leis, que regulam a propria crystallisação. Crystaes de varias substancias mineraes appresentam-se quasi sempre estriados e com maneira de estriação particular. A direcção das estrias é sempre parallela a alguma linha ou direcção crystallographica. E é por isto que a estriação rigorosamente se não pode considerar como uma irregularidade, ou aberração, mas como um phenomeno tão regular como qualquer outro, que seja exactamente subordinado a leis geometricas.

A estriação pode apparecer n'uma unica direcção ou em

[1] Groth, *Physikalische Krystallographie*, 2.ª ediç., Leipzig, 1885, p. 589.

muitas simultaneamente. Assim umas vezes as estrias manifestam-se n'uma só direcção, como se observa nos crystaes de *Quartzo*, onde as faces do prisma ∞R são estriadas horizontalmente e com estrias parallelas ás arestas de combinação de ∞R, e R e produzidas pela combinação oscillatoria de ∞R e $\pm R$. As faces dos hexaedros de *Fluorina* apparecem modificadas por quatro systemas de estriação parallelamente ás arestas da fórma, e as estrias denunciam a combinação oscillatoria do hexaedro com um tetrakishexaedro muito obtuso $\infty O n$. Se a estriação do hexaedro é, como na *Pyrite*, resultante da combinação oscillatoria com o dodecaedro pentagonal, apparece unicamente em cada face um systema de estriação em direcção parallela ás duas arestas oppostas, e n'este caso as estrias de uma face tem direcção perpendicular ás da face adjacente.

Aqui temos uma nova demonstração de que as estrias em vez de serem uma irregularidade nos crystaes, são pelo contrario um phenomeno regular, e tanto mais quanto por elle se pode reconhecer que uma fórma, apparentemente holoedrica, como o hexaedro da *Pyrite*, por exemplo, é um verdadeiro hemiedro. E por esta circumstancia apparece confirmada a razão, porque hoje se admitte que pode haver hemiedria physica em fórmas, que pela applicação de qualquer processo, só produzem hemiedros geometricamente eguaes aos holoedros, segundo já antecedentemente se notou (n.º 75).

E não sómente a estriação revela nos crystaes apparentemente holoedricos a existencia de uma real hemiedria, mas ainda por ella é possivel descobrir fórmas simples, ainda não encontradas como fórmas isoladas ou como existentes nas ordinarias combinações. Assim na *Chabasite* incluida até ha poucos annos no systema hexagonal, e hoje considerada por Becke como triclinica, a estriação plumiforme das faces do supposto rhomboedro se reputou como resultando da combinação oscillatoria do rhomboedro fundamental com

um scalenoedro, nunca d'antes observado como fórma simples n'esta substancia mineral.

169. **Faces drusicas, asperas ou baças**.—Quando em vez de sulcos parallelos, resultado da intersecção de facetas elementares, apparecem na superficie da face levantadas pequenas pontas de outras fórmas crystallinas, collocadas parallelamente umas a outras e densamente accumuladas, a face do crystal pode offerecer diversas apparencias.

As pontas ou angulos solidos dos crystaes pequenos podem ser visiveis a olho nu, ou tornar-se tão pequenos que sómente com o auxilio de uma lupa se possam descobrir. Em outros casos já este meio de observação não é bastante e é necessario intervir o microscopio para que se possam reconhecer.

Quando as pontas dos crystaes pequenos são visiveis, a face diz-se propriamente *drusica*. Tal é o caso muitas vezes observado nos octaedros de *Fluorina*. N'elles cada face da fórma total é formada de pequenos hexaedros, collocados em posição parallela ou tendo os seus eixos principaes parallelos aos eixos do octaedro. Esta propriedade de serem drusicas as faces, nota com razão o professor Groth, não pode considerar-se como um desvio de regularidade, porque resulta de uma fórma de associação, e o que parece uma face unica no crystal grande não é senão uma face apparente, cuja direcção geral é a do plano tangente aos vertices dos angulos solidos dos pequenos hexaedros. Quando as protuberancias angulares diminuem de dimensões, já não são perceptiveis á vista desarmada, e só com o auxilio de uma lente se podem reconhecer, a face deixa de ser unida e brilhante, e apparece *aspera*. Se as pontas dos crystaes se tornam invisiveis, ainda a sua existencia é denunciada pela circumstancia de que sendo a face apparentemente plana e lisa, ou é inteiramente desprovida de brilho, é o que se chama uma face *baça* (matte), ou tem

um brilho diminuto ou appresenta uma apparencia adamascada (moiré) quando é observada em differentes posições em relação á luz. É facil antever que desde a face plana, lisa, e brilhante se passa por successivas gradações para a face adamascada ou baça, d'esta para a aspera, e d'ahi finalmente para a drusica de pontas mais ou menos proeminentes, segundo se imagina que desde as mais exiguas dimensões as pontas crystallinas foram crescendo até serem visiveis á vista desarmada.

Estas protuberancias angulares nas faces dos crystaes são realmente fórmas individuaes. O crystal apparente deve rigorosamente ser considerado como formado de muitos crystaes elementares em posição parallela. A observação aturada e minuciosa d'estas pequenas fórmas crystallinas pelos trabalhos do mineralogista allemão Scharff (*Jahrbuch für Mineralogie*, 1861–1862) e Sadebeck (*Elemente der Krystallographie*) induziram este ultimo a consideral-as como os verdadeiros elementos constitutivos dos crystaes grandes, em cujas faces se levantam. Chamou-lhes Sadebeck *Sub-individuos.*

N'estes sub-individuos distingue Sadebeck duas ordens. Os sub-individuos de 1.ª ordem são aquelles, de que é formado immediatamente o crystal principal, e teem quasi sempre a mesma fórma d'elle. Os de ordem inferior são aquelles, de que se compõem os de primeira, e tem fórmas de coefficientes mais complicados. Segundo a hypothese de Sadebeck os sub-individuos de segunda ordem são as verdadeiras fórmas primitivas ou elementares.

A doutrina de Sadebeck é uma nova fórma da crystallotectonica de Haüy. Os sub-individuos poderiam em certa maneira considerar-se, guardada a differença nas dimensões, analogos nas fórmas e funcções crystallogeneticas ás *particulas crystallinas* ou *moleculas integrantes* do celebre crystallographo francez, um dos mais illustres fundadores da crystallographia. A observação dos *sub-individuos* pode elucidar

de algum modo a crystallogénese e a estructura crystallina e d'esta maneira os considerou Sadebeck, como sendo os elementos, de que se formam os crystaes. Para a parte da sciencia, que tem por objecto o estudar, sob este aspecto, a origem e a tessitura particular dos crystaes, propoz Sadebeck o nome de *crystallotectonica*, como quem dissesse a architectura, a fabrica, o edificio do crystal, cujas pedras talhadas vem a ser n'este caso os sub-individuos. É claro que na face do crystal, segundo é lisa, plana, brilhante, sem visivel solução de continuidade, ou é baça, aspera, drusica, estriada, granular, está como que espelhada a sua composição, a sua estructura, a sua historia. Estes caracteres impressos na face crystallina contem a genealogia do crystal, porque d'elles se podem deduzir em parte as condições, que presidiram á sua formação.

Os desvios da regularidade nas faces dos crystaes uma notavel circumstancia demonstra serem apenas apparentes e sujeitos a leis harmonicas e geometricas. É que se uma face apparece modificada de um certo modo, todas as que são com ella homologas appresentam egual modificação. A um systema de estriação em uma face corresponde egual systema nas homologas. Se uma face é drusica, aspera ou baça, todas as mais da mesma homologia são tambem eguaes nas qualidades physicas. Assim n'uma combinação do *Hexaedro* e do *Octaedro* não é raro observar que as faces do primeiro são lisas e brilhantes, as do segundo baças. E n'uma egual combinação realisada n'outro individuo pode apparecer invertida esta relação, e serem brilhantes as faces do octaedro, baças as do cubo. Nas fórmas hemiedricas a egualdade physica das faces homologas sómente se realisa para metade do numero das faces correspondentes á fórma holoedrica. Assim, se n'uma combinação apparecem como na *Tetraedrite*, dois tetraedros e em outra, como na *Chalkopyrite*, dois sphenoides isosceles, as faces de um são lisas e planas, as do outro baças ou estriadas, ou se

ambas são modificadas physicamente, são diversas de um para outro as modificações.

170. **Curvatura das faces.**—Outra notavel irregularidade nas faces dos crystaes é a sua curvatura. Esta pode resultar de diversas causas ou manifestar-se de varios modos:

1.° A curvatura das faces pode ser o effeito da propria curvatura do crystal. Nos crystaes enterrados e mesmo nos implantados n'uma base, não é raro apparecer esta particular deformação de todo o solido, a qual se não pode attribuir a outra causa senão a uma pressão ou flexão. Os crystaes de *Quartzo* na combinação do prisma e dos dois *rhomboedros* appresentam um caso notavel d'esta irregularidade. Taes se mostram alguns exemplares d'esta substancia mineral de Lawrence County nos Estados Unidos e um bello exemplar existente na Secção mineralogica e geologica do Museu de Lisboa, trazido de Gondomar, junto do Porto. Na *Antimonite* ou *Stibnite* (sulfureto de antimonio) que crystallisa no systema rhombico e é o mineral, d'onde o metal se extrae principalmente, é raro encontrar grandes crystaes, que não sejam encurvados. Na collecção mineralogica do Museu de Lisboa, annexo á Escola Polytechnica, existe um bellissimo exemplar de *Stibnite*, do Japão, em um grupo de crystaes prismaticos estriados e brilhantes, no qual é notavel a curvatura. Na *Calcite*, na *Turmalina*, no *Beryllo*, observam-se egualmente vestigios de curvatura. É claro que esta deformação geral occasiona forçosamente a curvatura das faces situadas na concavidade e convexidade do crystal.

2.° A curvatura das faces pode realisar-se sem que haja curvatura no eixo do crystal. N'este caso é *real* ou apenas *apparente*.

a) A apparente pode ser um resultado da estriação, quando os degraos, por ella formados, não tem a mesma largura. Então a face unica apparece substituida por uma

succcessão de facetas. É claro que a superficie, que passa pelas arestas d'estas facetas deseguaes, será necessariamente curva. É o que se observa na *Desmina*, no *Quartzo*, na *Prehnite*.

b) A curvatura real é independente da estriação e pode resultar de uma verdadeira deformação da face, que apparece então como uma superficie continua, mas não plana. E o que se nota nos rhomboedros com as faces em fórma de sellim na *Siderite* (carbonato de ferro) na *Dolomite* (carbonato de calcio e magnesio), cujos rhomboedros grandes são ás vezes feitos de rhomboedros pequenos em posição não parallela, e nos crystaes lenticulares de *Gesso*. Nos crystaes de *Diamante*, por exemplo nos hexakisoctaedros, a curvatura apparece, porque as faces sendo muito numerosas e pequenas e incidindo em angulos mui obtusos dão a todo o crystal uma fórma arredondada. Crystaes prismaticos com muitas faces estreitas de diversos prismas formando entre si angulos mui obtusos apparecem como cylindricos, taes como se observam no *Beryllo*.

c) Nos crystaes de algumas substancias mineraes a curvatura é tão geral nas faces, que todas as arestas e angulos solidos se appresentam arredondados denotando que os crystaes, se foram produzidos em soluções, experimentaram depois de formados uma nova e parcial dissolução, ou tendo-se originado por outro modo, soffreram uma fusão superficial. Esta apparencia mostram muitas vezes os crystaes de *Galena*, os de *Augite*, os de *Apatite* incluidos na *Calcite granular*, e completamente deformados.

171. **Faces simuladas.**—Verdadeira irregularidade é a que apresentam certos individuos mineraes, onde em vez de uma ou mais faces pertencentes ao crystal, apparece uma simulada, não authentica e accidental. Se um crystal durante o processo da sua formação veiu a encontrar outro, que já estava constituido, acontece que este juxtapondo-se ao primeiro por uma das suas faces o não deixa cres-

cer n'este sentido e o obriga a tomar uma delimitação moldada pela do outro. D'este modo o crystal, que não poude expandir-se livremente, ficou limitado por uma face plana, cuja posição não tem relação alguma com o systema crystallographico. A face do crystal já formado deixa na face accidental e simulada a impressão de todas as suas delineações, e assim se reproduzem textualmente as estrias e todas as mais particularidades caracteristicas da face extranha. Esta é então como um sinete ou um modelo, que se imprime na face simulada, e contribue d'esta maneira para illudir o observador. Em individuos de *Quartzo* encontram-se faces não authenticas, que se moldaram pelas faces de crystaes de *Calcite.*

No *Quartzo* observa-se com extrema raridade a face do pinakoide. Em alguns casos, em que parece á primeira vista haver-se realisado, é provavelmente uma face não authentica produzida pelo contacto com a de um crystal extranho. Na collecção mineralogica do Museu de Lisboa existe um grande crystal de *Quartzo*, em que uma face se appresenta semelhante á do pinakoide, como simulação pelo contacto com differente mineral.

172. **Faces vicinaes. Polyedria.**—Em alguns crystaes certas faces manifestam a circumstancia de parecer que estão quebradas ou partidas, ou formadas de diversas superficies, cuja direcção geral é plana para cada uma d'ellas, ao passo que as pequenas faces, que apparecem, incidem reciprocamente em angulos mui obtusos. Se a estriação é por extremo delicada, succede que o crystal appresenta pela reunião das faces multiplas separadas pelas estrias uma face apparente, que não é mais do que a representada pelo plano tangente, que passa pelas arestas de estriação. A face pode ser tão extensa e tão plana apparentemente, que a uma superficial observação se represente erradamente como face unica e verdadeira do crystal.

Ácerca do phenomeno d'estas faces apparentes podem

citar-se n'este logar as investigações do mineralogista italiano Scacchi, publicadas nas *Memorias* da Academia Real das Sciencias de Turim, com o titulo *Sulla poliedria*, assim como as de Websky, de Tschermak, de Schuster e Zepharovich. Scacchi chamou *Polyedria* a esta apparencia, que appresenta a face de um crystal, quando é formada de varios planos, que incidem reciprocamente em angulos extremamente obtusos. Websky estabeleceu no phenomeno designado por Scacchi pelo nome geral de *Polyedria* uma notavel distincção. Reserva particularmente o termo *Polyedria* para o caso, em que as faces mui pouco inclinadas entre si, e simulando uma face unica, pertencem a differentes individuos, que se compôem em crystaes gêmeos e chama especialmente *faces vicinaes (Vicinale Flächen)* ao conjuncto de differentes faces, que incidem reciprocamente e que pelos valores dos seus coefficientes de derivação na sua posição pouco differem da face de uma fórma dominante. Assim as faces do Triakisoctaedro na *Fluorina* são *vicinaes* ao octaedro, se o cofficiente m em mO, é mui pouco differente da unidade, se é por exemplo um numero fraccionario pouco superior a 1, como são os numeros $\frac{42}{41}$, $\frac{18}{17}$, $\frac{12}{11}$ e são *vicinaes* ao dodecaedro rhombico, se m tem um valor mui proximo d'aquelle, em que duas faces do triakisoctaedro coincidem com a face d'aquella fórma. As faces do scalenoedro mRn são vicinaes ás de R, quando m e n são por exemplo respectivamente eguaes a $\frac{19}{21}$, e $\frac{21}{19}$. As faces do macrodoma $m\bar{P}\infty$ são vicinaes á face P, quando m seja uma mui pequena fracção, por exemplo $m = \frac{1}{60}$. D'aqui se pode já inferir que as *faces vicinaes* tem sempre coefficientes muito menos simples do que as faces ordinarias dos crystaes. E é digno de memorar-se que em muitos dos crystaes, onde se observam faces vicinaes, por exemplo na *Adu-*

laria (orthoclase) estudada por Websky, na *Aragonite* por Zepharovich, no *Topazio* por Grünhut, os coefficientes das faces vicinaes tem um factor commum, como succede no *Topasio*, onde na zona dos prismas se nota a serie $\infty \breve{P}\frac{28}{25}$, $\infty \breve{P}\frac{36}{25}$, $\infty \breve{P}\frac{41}{25}$, $\infty \breve{P}\frac{49}{25}$, cujos termos tem todos o denominador commum 25. No *Topasio* encontra-se tambem uma serie de brachyprismas, cujos coefficientes correspondem á expressão $\frac{n}{n-1}$. Nos brachydomas do *Topasio*, os coefficientes de $m\breve{P}\infty$ são $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{2}{3}$ que reduzidos ao mesmo denominador, terão por numeradores 2, 3, 4, 5, 6, os quaes formam uma progressão arithmetica. Segundo Websky, as faces sómente se devem considerar como *vicinaes*, quando se admitta que ellas não sejam o resultado de uma perturbação accidental da structura do crystal, ou não sejam apenas uma deslocação de faces de mais simples coefficientes, antes pelo contrario sejam faces reaes de coefficientes muito complicados, e ligadas intimamente com a natureza do mineral. As *faces vicinaes* são d'este modo consideradas por Websky como uma apparencia puramente superficial.

173. **Desegualdade na figura e posição das faces homologas.**— A estriação das faces pode, como já se disse, produzir em certos casos maior ou menor deformação do crystal, e a curvatura occasiona sempre uma alteração mais ou menos consideravel. Mas ainda mesmo quando as faces se não affastam do seu typo geometrico, quando são planas, lisas e mesmo brilhantes, ainda se observam muitas vezes eguaes ou maiores deformidades. São estas produzidas pelo desegual crescimento do crystal em direcções, onde, segundo as condições theoricas, deveria ter sido egual e uniforme o seu desenvolvimento. As faces n'este

caso apparecem como augmentadas ou estendidas n'uma direcção e encurtadas em outra, crescendo desegualmente em relação a eixos homologos. As faces homologas apparecem d'este modo a distancias deseguaes do centro do crystal e a sua figura é necessariamente diversa da theorica. Umas faces crescem, por assim dizer, á custa de outras. É assim que nos crystaes, principalmente nos do systema tesseral, se deparam as fórmas tão irregularmente configuradas, que á primeira observação podem simular um systema diverso. Assim o octaedro pode apparecer com as faces da tal maneira alteradas na figura que umas tenham a de trapezios, e outras conservem a de triangulos, e que alguns angulos solidos tetraedricos sejam substituidos por arestas. O crystal com esta apparencia poderia á primeira vista ser tomado por uma combinação do systema rhombico. Um crystal hexaedrico de *Galena* deformado pelo desegual crescimento das suas faces pode simular a combinação tetragonal $\infty P . O P$ ou a combinação rhombica $0 P . \infty \bar{P} \infty . \infty \breve{P} \infty$. O dodecaedro rhombico da *Granada* appresenta-se em muitos exemplares por tal maneira desegual nas suas faces, que ou imita a combinação tetragonal $P . \infty P \infty$ (protopyramide e deuteroprisma) ou a combinação hexagonal $R . \infty P 2$ (rhomboedro e deuteroprisma), ou a combinação rhombica $P . \infty \bar{P} \infty . \infty \breve{P} \infty$ (protopyramide, macropinakoide, brachypinakoide).

Se algumas faces crescem desmesuradamente em relação a outras, que vão diminuindo, poderá esta imperfeição exaggerar-se de maneira que uma face encurtada chegue ao seu limite e desappareça inteiramente. N'este caso a fórma deixa de appresentar o numero completo das suas faces e pode dar origem a alguma confusão. Esta deformação encontra-se nas fórmas simples e ainda é mais frequente nas compostas. Nada tem de commum com a hemiedria, e com o hemimorphismo, porque o incompleto numero das faces é um phenomeno unicamente anormal, em quanto que o

hemimorphismo e a hemiedria são phenomenos crystallographicos normaes, cuja apparição é subordinada a leis regulares e mathematicas.

174. **Variações angulares das arestas homologas.**— Se a fórma geral e as faces dos crystaes, como se acaba de ver, estão sujeitas a tantas deformidades quanto á figura, á posição, e a tantos accidentes physicos quanto á superficie, tambem os angulos diedros formados pelas faces homologas no mesmo ou em differentes individuos da mesma substancia mineral estarão sujeitos a semelhantes variações ou anomalias? No meio das numerosas causas perturbadoras, que no maior numero de casos affastam os crystaes da sua theorica regularidade e symmetria, um só elemento crystallographico parecia resistir a toda a variação e se reputava geralmente como constante na mesma fórma e na mesma substancia mineral. Era o angulo diedro nas arestas. Desde que o sabio dinamarquez Nicolau Steno no seculo XVII previra pelas suas observações nos crystaes de *Quartzo*, e em varios crystaes formados em soluções salinas, como lei crystallographica, a constancia dos angulos e que Romé de L'Isle, ao publicar a sua *Crystallographia* em 1772, assentara como principio fundamental que os angulos diedros nos crystaes eram para cada fórma no mesmo mineral invariaveis, esta doutrina foi geralmente canonisada e havida como incontroversa. Romé de L'Isle firmara na verdade a crystallographia no seu mais solido alicerce, quando escrevera: «Au milieu des variations sans nombre, dont la forme primitive... est susceptible, il est une chose, qui ne varie point et qui reste constamment la même dans chaque espèce: *C'est l'angle d'incidence ou l'inclinaison* respective des faces entre elles»[1].

Os progressos da sciencia, os instrumentos e os proces-

[1] Romé de L'Isle, *Crystallographie*, 2.ª edição, Paris, 1783, tom. I, pag. 70-71.

sos de maior exactidão do que os primeiros empregados para medir os angulos dos crystaes, induziram modernamente alguns mineralogistas a duvidar da generalidade absoluta d'esta lei. Pareceria pois que nos crystaes da natureza as faces não sómente divergem do seu typo geometrico na figura e na posição relativamente ao centro do crystal, senão tambem que algumas vezes, deslocando-se da sua normal situação, incidem umas nas outras em angulos, que para arestas homologas, variam entre si, posto que as differenças sejam expressas por diminutas quantidades.

Foi o mineralogista allemão Breithaupt o primeiro que n'este ponto oppoz os seus reparos á doutrina geralmente recebida. Affirmou que das suas medições se concluia que muitas fórmas crystallinas do systema tetragonal e do hexagonal não offereciam egualdade absoluta dos angulos homologos nas arestas polares e que semelhantes anomalias se deparavam em muitos crystaes do systema tesseral ou isometrico. O mineralogista francez Baudrimont avançou depois que estas variações, em vez de serem excepções pouco numerosas, eram pelo contrario frequentissimas. Em um mesmo rhomboedro de *Siderite* achou valores differentes para as tres arestas polares, taes como 107°, 107° 17′ e 107° 26′. Semelhantes variações observou nos crystaes de *Calcite.* Baudrimont, exaggerando certamente a importancia d'estes factos, considerou as variações como verdadeiras *monstuosidades* ou apparencias teratologicas e alvitrou que para o reino inorganico se devia crear a *Teratologia mineral,* como já existia para os reinos organicos. As rigorosas medições executadas por Gustavo Rose, Kuppfer, Naumann e Dauber, provaram que certas differenças attribuidas aos dois rhomboedros na pyramide apparente do *Quartzo* não existiam realmente. As anomalias, que se dizia observarem-se nos valores angulares da pyramide fundamental da *Vesuviana* em variedades do Piemonte e da Russia, demonstrou o mineralogista russo Kokscharov e depois d'elle

Zepharovich, na sua notavel monographia d'esta especie, não se verificarem n'esta substancia mineral.

Seria comtudo pouco plausivel e illogico o professar, que ainda mesmo, perseverando como lei a constancia de um valor medio nos angulos das arestas homologas, as acções perturbadoras, tão numerosas e efficazes, que actuam na producção dos crystaes, não possam em certos casos desviar as faces mais ou menos da sua posição normal. É isto o que parece hoje comprovado por varias observações. Assim, por exemplo Pfaff por exactas e cautelosas medições achou que as arestas de um hexaedro de *Fluorina* differiam de 90° no valor médio de 9',5, as arestas de um prisma hexagonal de *Beryllo* differiam em 6' de 120°, e as do dodecaedro rhombico na *Granada* em $13'\frac{3}{9}$ de 120°.

Dauber por meio de escrupulosas medições demonstrou que as pequenas variações no valor dos angulos são phenomenos ordinarios, nos crystaes oriundos da mesma localidade ou do mesmo jazigo as differenças são menos consideraveis do que em crystaes colligidos em differentes logares e que o maximo na variação pode chegar a alguns minutos. Que as pequenas variações existem realmente e acham a sua natural explicação no modo de crescimento dos crystaes, tem em seu abono a opinião de Groth. Este notavel crystallographo estabelece, com effeito, que as acções perturbadoras durante o processo da crystallisação podem determinar que uma camada das que successivamente se vão formando no crystal, se affaste algum tanto do parallelismo com as que primeiro se deposeram. Quanto mais longo, diz o professor Groth, fôr o tempo dispendido pelo crystal na sua formação, tanto menor será a probabilidade de que seja composto de partes ou estratos exactamente parallelos[1]. Os differentes mineraes não são sujeitos no

[1] Groth, *Physikalische Krystallogranhie*, 2.ª ediç. Leipzig, 1885, pag. 537.

mesmo gráo a estas influencias perturbadoras, de maneira que alguns ha, onde se não acham crystaes de certa grandeza, que não appresentem visiveis discordancias do parallelismo. D'ahi provém as differenças, que muitas vezes se observam no valor dos angulos nas arestas, que deveriam ser eguaes.

D'estas differenças angulares podem algumas, segundo judiciosamente nota o professor Alberto Schrauf, da universidade de Viena, no seu *Tratado de mineralogia physica* considerar-se como *effectivas*, e outras como simplesmente *accidentaes*. Para resolver porém com segurança esta questão seria necessario multiplicar as medições e effeitual-as de maneira que fossem feitas nas arestas homologas do mesmo crystal e não em crystaes diversos. Ora o que se tem feito quasi sempre é medir as arestas homologas em differentes individuos e tomar a media arithmetica dos valores achados. As medições para merecerem confiança devem ser executadas com a mais rigorosa exactidão. É verdade que os goniometros n'estes ultimos tempos tem chegado a um consideravel gráo de perfeição, e alguns d'elles podem medir até pequenissimas fracções. Mas até com os instrumentos mais perfeitos diversas ordens de erros são ainda inevitaveis. Em primeiro logar figuram os que resultam de não terem sempre as faces dos crystaes as qualidades physicas indispensaveis para uma exacta medição. Em segundo logar os que provém da difficuldade, que ha sempre em operações tão delicadas, qual é a determinação goniometrica em crystaes mui diminutos. Em terceiro logar não deve esquecer o que na linguagem astronomica e geodetica se chama a *equação pessoal*. A determinação dos angulos nas arestas dos crystaes só pode pois considerar-se digna de fé, quando se empreguem os instrumentos mais perfeitos, quando se opere com a maior proficiencia e a maxima attenção ás causas de erro, quando as medições sejam muito numerosas no mesmo crystal, e

quando á determinação das médias se appliquem os principios e os methodos, que ministra esta parte importantissima do *Calculo das probabilidades*, que se chama a *Theoria dos Erros*. Entre as causas, que podem produzir variações nas arestas homologas no mesmo ou em diversos crystaes de fórma identica, é necessario distinguir as *causas constantes*, as *variaveis* e as *accidentaes*. «Toute mesure faite par l'homme est necessairement entachée d'erreur. A force de soins et d'adresse un observateur pourra s'approcher beaucoup à la vérité, mais il ne doit jamais espérer d'atteindre à la vérité même.» Eis ahi o que diz o general Liagre na sua excellente *Théorie des Probabilités* ao começar expondo a *theoria dos erros* nas observações, que tem por fim a determinação de quantidades.

As medições dos angulos diedros nos crystaes, para que podessem invalidar a lei da sua constancia, seria necessario que fossem muito repetidas e numerosas e que as suas medias fossem calculadas segundo os modernos processos ensinados pelo calculo das probabilidades, pelo *methodo dos minimos quadrados*. No estado presente da questão, attendendo a que as differenças assignadas por diversos crystallographos á variação dos angulos são mui pequenas e podem em grande parte ser attribuidas aos erros inevitaveis nas operações goniometricas e á imperfeição das faces e das arestas nos pequenos crystaes, que sempre são os preferidos para estas medições, podemos assumir como subsistente a lei fundamental de Romé de L'Isle.

175. **Escavações das faces.**—Não é raro observar que em certos crystaes as faces, em vez de serem formadas n'um plano unico, são pelo contrario dispostas em degraos, que vão descendo desde as arestas para o centro do crystal. Ás vezes esta disposição, que tem por consequencia o produzir na face uma escavação, não se estende a grande profundidade. Em agluns casos appresenta uma apparencia particular, que merece mencionar-se.

A face do crystal apparece formada de porções comprehendidas entre rectas parallelas entre si e ás arestas do crystal, de maneira que na sua superficie se desenha uma figura semelhante a este ornato, que tem vulgarmente o nome de *grega*. As diversas linhas seguem-se umas ás outras mudando de direcção, como se fosse em *espiral*, segundo se observa em alguns exemplares de *Bismutho nativo*, cujo rhomboedro tem o valor de 87° 40′ e é mui semelhante ao hexaedro.

Quando a escavação da face é profunda, apparecem então os que tem o nome de *crystaes em tremonha* (*Kastenformig vertieft*). N'elles sómente se observam completamente delineadas as arestas, afundando-se entre ellas as faces de maneira que se apresentam escavadas mais ou menos profundamente e não acabadas de formar. O espaço comprehendido entre as arestas não chegou a encher-se inteiramente de substancia mineral. O crescimento do crystal accelerou-se na direcção das arestas e nos angulos solidos e retardou-se nos pontos interiores. As faces apparecem então em fórma de funil ou de *tremonha*, e são formadas de laminas sobrepostas e decrescentes em fórma de degraus. Exemplo notavel d'este phenomeno se observa nos octaedros de *Cuprite*.

176. **Esqueletos de crystaes.**— Uma conformação ligada com a dos crystaes escavados, mas diversa d'elles, é a dos chamados *esqueletos de crystaes*. São fórmas imperfeitas, apenas iniciadas, ainda por acabar. N'estes crystaes o espaço comprehendido entre as arestas, não chegou a encher-se totalmente de substancia crystallisavel. O crescimento accelerou-se na direcção de certos eixos e retardou-se na de outros. Os crystaes apresentam-se com fórmas extremamente delicadas e elegantes. Foram estas fórmas chamadas por Werner *Fórmas regularmente dendriticas*, e modernamente são conhecidas como *esqueletos de crystaes* (*Krystallgerippe* dos mineralogistas allemães). Tem sido n'es-

tes ultimos annos principalmente estudados nas crystallisações artificiaes por Knop, Klocke, Vogelsang, Hirschwald e outros.

Um dos mais notaveis exemplos realisa-se na crystallisação artificial dos chloretos de potassio e de sodio, segundo as experiencias de Knop. O hexaedro de chloreto de potassio, em vez de completo, apparece apenas formado na direcção das suas diagonaes. Pode admittir-se que n'estas direcções se reunem em posição normal e parallela pequenos cubos elementares.

Quando os crystaes de camphora, que crystallisa rhomboedricamente, se depõem de uma solução em alcool, á qual se juntou algum ammoniaco, obtem-se esqueletos de crystaes muito notaveis. Os crystaes perfeitos d'esta substancia são mui difficeis de obter, ainda mesmo de soluções muito pouco concentradas. Os eixos, sogundo os quaes a crystallisação se accelerou, são os que reunem os angulos solidos oppostos do rhomboedro.

O *nitrato de ammoniaco*, que é tesseral, offerece outro exemplo de bellissimos esqueletos de crystaes. O crystal apparece n'uma phase da crystallisação com uma figura cruciforme de quatro ramos eguaes e contornados por superficies curvas e esta fórma não é senão um estado de evolução de outras fórmas elementares successivas a começar de uma arredondada. No seu estado final o crystal apresenta-se n'uma fórma estrelada de oito ramos, dos quaes são quatro maiores e quatro menores. O crescimento opera-se ao mesmo tempo segundo os eixos *octaedricos* e os *trigonaes*.

O *chlorato de potassio*, que é monoclinico, depõem-se de soluções aquosas de grande pureza em crystaes mui perfeitos e regulares. Se porém se torna mais densa a dissolução, addicionando-lhe uma certa porção de gomma, logo fica perturbado o crescimento uniforme do crystal, produzem-se *esqueletos de crystaes*, cuja figura é cruciforme e

constituida por quatro ramos na fórma de rhombos incompletos e ligados entre si. Exemplos semelhantes se deparam nas crystallisações artificiaes do *sulfato de ferro*, do *sulfato de cobre*, do sal-ammoniaco, e em varias outras crystallisações artificiaes [1].

Ás direcções regulares, ou *eixos* de crescimento, chamou Hirschwald *eixos geneticos* e Sadebeck *eixos tectonicos*. É no systema tesseral que os esqueletos de crystaes são mais frequentes. As series de crystaes pequenos, de que se compõem os esqueletos de crystaes, ou seguem no systema tesseral as direcções dos tres eixos principaes, como nos de *Sal ammoniaco* e de *Galena* ou as direcções dos eixos, que terminam nos vertices dos angulos oppostos do hexaedro, como no *Chloreto de potassio*, na *Prata nativa*, na *Esmaltina* (arsenieto de cobalto). Outras vezes, mais raramente procedem na direcção dos eixos, que juntam as arestas oppostas do octaedro.

A mesma substancia mineral pode appresentar qualquer d'estas tres direcções de crescimento, segundo as differentes circumstancias, que presidem á crystallisação.

Quando uma substancia está dissolvida n'um liquido, e pela diminuição do dissolvente se deposita em crystaes, assumem elles fórmas tanto mais irregulares, quanto mais rapida é a sua formação, quanto a solução é mais viscosa, e quanto mais difficilmente se dissolve a substancia crystallisavel. Nos esqueletos de crystaes permanece a estructura, porque se se restabelecem as condições normaes, em que se formam os crystaes perfeitos, vê-se que no esqueleto se preenchem as lacunas, e apparece um crystal completo, que só, quando muito, differe dos bens formados em ter no interior alguns espaços não preenchidos pela materia do crystal (póros, cavidades, inclusões liquidas).

[1] Veja-se *Molecularphysik* pelo Dr. O. Lehmann, Leipzig 1888 e 1889, t. I, pag. 326 e seguintes.

177. **Dimensões dos crystaes.**— Falta ainda memorar outro genero de deformações, que se observam nos crystaes e muitas vezes tornam difficil ou custosa a sua determinação crystallographica.

É o caso, em que o crystal apparece extremamente alongado ou comprimido em relação a uma ou duas das suas dimensões. Já fizemos notar antecedentemente que na natureza mineral não ha para os individuos de cada especie, como nos vegetaes e nos animaes, uma grandeza média, em volta da qual oscillem em limites mui estreitos as variações na dimensão. Os crystaes podem crescer desmesuradamente, como já notámos n'outro logar, e do limite superior podem ir decrescendo até chegar a ser microscopicos. Ha muitos exemplos de crystaes, que attingem grandes comprimentos taes são alguns de *Quartzo*, de *Gesso*, de *Beryllo*. Outras especies ha, onde não se encontram senão crystaes pequenos, por exemplo a *Boracite*, o *Diamante*. Os grandes crystaes encontram-se nos mineraes, que crystallisam nos systemas de um só eixo. Os do systema tesseral pela egualdade das suas dimensões chegam muito mais depressa do que os outros ao seu completo crescimento.

É claro que na escala das grandezas dos crystaes se pode attingir um gráo em que se torne por extremo difficil a rigorosa determinação da sua fórma. Se um crystal é de brevissimas dimensões em todos os sentidos, converte-se n'um individuo *granular*. Se apparece comprimido ou encurtado em uma só dimensão, toma então a figura *lamellar* ou *tabular*, correspondente a um pinakoide do systema a que pertence. N'este caso as faces lateraes podem ser tão pequenas e estreitas, que seja difficillimo ou impossivel o determinar o systema crystallographico. Se as outras dimensões são tambem por extremo reduzidas, o individuo toma a fórma de uma *palheta* ou de uma *escama*.

Se o crystal tem uma das suas dimensões extremamente alongada em relação ás outras duas, que apparecem muito

pequenas, então reveste a apparencia de uma agulha, torna-se *acicular*, e se as agulhas diminuem muito de espessura até que sejam tenuissimas, apparece convertido n'uma fórma *capillar*. O crystal é então um prisma desmesuradamente alongado, e as suas faces lateraes são tão estreitas, e tão pequenas as faces terminaes que por ellas se não pode reconhecer o systema crystallographico.

Em muitos casos o microscopio pode vencer a pequenez do crystal, em outros é inefficaz este meio de observação.

No seu continuo decrescer os individuos crystallinos podem chegar a tão exiguas dimensões que só possam ser observados por meio do microscopio. Muitos d'estes crystaes microscopicos appresentam-se com fórmas, que se realisam egualmente nos crystaes grandes. Outros porém,—e tal é o caso nos que tocam os limites da pequenez ainda visivel ao microscopio,—apparecem com fórmas, que se não deparam nos crystaes perceptiveis pela vista desarmada. Podem considerar-se em certa maneira como fórmas rudimentares, embryonarias. Quando tem figuras determinadas e definidas por tal modo que n'elles se possa ainda reconhecer que são corpos crystallinos, e não amorphos, recebem o nome de *Microlithos*, proposto por Vogelsang. Este nome é particularmente applicado aos individuos, que tomam a conformação *bacillar* ou *acicular*, que é a fórma predilecta dos crystaes microscopicos. São estes os que mais facilmente manisfestam a sua natureza crystallina, emquanto que os microlithos de egual extensão em todas as dimensões se afiguram quasi sempre, vistos ao microscopio, como simples grãos pulverulentos.

As fórmas mais vulgares nos microlithos são as baccillares, mas outros apparecem como espinhos ponteagudos em ambos os extremos, e outros offerecem figuras terminadas em uma só ou nas duas extremidades por dilatações arredondadas em fórma de cabeça, ou simulando a figura

de uma clava ou a de um osso longo, tal como um femur. Não é raro depararem-se microlithos terminados a um e outro lado por estas dilatações. Muitas vezes as terminações apparecem configuradas em cauda de andorinha, ou semelham uma ampulheta.

Tambem se observam microlithos de fórma bacillar, mas recurvada, e outros na figura de laços. Outras vezes são corpos opacos e capillares, a que Zirkel attribuiu o nome de *Trichites* (do grego τρίξ, cabello) e que terminam em pontas mui agudas. Uma fórma notavel de microlithos é a dos que são *moniliformes* ou semelhantes a rosarios e são compostos de muitos segmentos quasi eguaes, que uns a outros se succedem em serie linear. Tambem se observam de figura arredondada, imitando perolas e são denominados *Margarites*.

Os *microlithos* encontram-se principalmente nos mineraes monoaxes. Os do systema tesseral não propendem para estas fórmas, como se pode antever do seu caracter isometrico. Tambem não se observam nos mineraes, que no seu estado *macroscopico* crystallisam sempre em fórmas tabulares ou lamellares.

Muitos dos microlithos estão hoje determinados quanto ao mineral, de que são feitos. Taes são os de *Apatite*, de *Feldspatho*, de *Augite*. As experiencias dos ultimos tempos tem provado que se podem produzir artificialmente os microlithos pela mistura de uma substancia crystallisavel com um corpo viscoso, que exerça uma energica acção retardatriz no processo da crystallisação. Assim por exemplo Vogelsang observou microscopicamente as fórmas, que se originam no enxofre, que crystallisa dentro do balsamo do Canadá, e poude concluir que ellas denunciam um começo de crystallisação, em que ainda não se percebem contornos polyedricos, mas que são comtudo o principio de um crystal pela ordenada disposição molecular. Para estes embryões de crystal propoz Vogelsang o nome de *Crystallites*.

O estudo dos microlithos tem sido particularmente adiantado pelo mineralogista allemão Zirkel, o corrector e addicionador dos *Elementos de Mineralogia* de Naumann, agora chegados á decima segunda edição, e por Lehmann, outro mineralogista da mesma nacionalidade auctor da *Physica Molecular* (*Molecular Physik*), publicada em 1888.

178. **Alterações da homogeneidade na substancia dos crystaes.**—Temos até aqui examinado as irregularidades que desviam do seu typo ideal e geometrico a grande maioria dos crystaes e que apenas modificam o seu exterior, isto é a sua fórma geral, e as suas faces. Ha porém ainda outras irregularidades, que alteram os crystaes e são as que dizem respeito á sua estructura e disposição interior e á interrupção da sua intima continuidade. Os mineralogistas contemporaneos não se limitam apenas a examinar os crystaes exteriormente, antes procedem, seja á simples vista, seja por meio do microscopio, a fazer por assim dizer, a *anatomia e a histologia do crystal.* E não pareça extranha esta expressão, porque no interior de um crystal tem a moderna sciencia descoberto muito que observar. Não é elle, como temos repetido muitas vezes, um solido geometrico em quanto ás suas limitações no espaço. Pois não é tambem geralmente quanto ao seu interior um solido homogeneo. Se ao crystal geometrico, ao individuo normal, ao crystal theorico, o concebemos como limitado por faces homologas planas e eguaes na area e na figura, e incidindo umas nas outras em angulos invariaveis, tambem é condição do crystal perfeito, que o seu interior seja preenchido por uma substancia homogenea, massiça, sem nenhuma solução de continuidade, sem espaços vasios ou repletos de materias extranhas á principal. Pois nem esta condição se realisa as mais das vezes nos crystaes da natureza e nos que são produzidos pela arte.

Como o crescimento do individuo durante a crystallisação não é nunca perfeitamente egual em todos os pontos,

antes ha aqui e ali interrupções e quebras na deposição da substancia mineral, é facil predizer que no seu interior possam ficar espaços vasios, com fórmas regulares ou irregulares. Se as faces interiores, que os delimitam são planas, então os póros e cavidades apparecem com fórmas definidas como as dos crystaes. A cavidade constitue n'este caso um *Crystal em ôcco*, uma *Fôrma de crystal*, o que se tem chamado modernamente um *Crystal negativo*.

É o que se observa no *Sal gemma*, onde estes crystaes negativos são de figura cubica, e o que se nota egualmente no *Quartzo*, no *Gesso*, e em outros mineraes, onde o crystal negativo tem a mesma fórma da exterior. O caso mais frequente é aquelle, em que os póros e cavidades interiores são limitadas por superficies curvas, e apparecem esphericas, ovaes e em geral arredondadas, outras vezes de fórmas longas e ramificadas como no *Quartzo* e no *Topasio*. As modernas observações microscopicas tem demonstrado que os póros e cavidades são um phenomeno de grande generalidade. A sua grandeza e disposição é por extremo variavel. Nos casos menos frequentes podem attingir taes dimensões que á vista desarmada se tornem perceptiveis, como acontece no *Quartzo*. No maior numero de casos, porém, só podem observar-se ao microscopio, e chegam a ter apenas um diametro de 0,001 de millimetro. Sir David Brewster, o celebre optico inglez, e Nicol observaram primeiro este phenomeno na *Baryta* e no *Topasio*, mas é a Zirkel e a Sorby que a sciencia deve modernamente os mais importantes descobrimentos n'este ponto.

179. **Inclusões**.—O tecido interior dos crystaes não sómente apparece interrompido pelos póros e cavidades, senão tambem pela inserção de corpos extranhos dentro da substancia crystallisada. Estes corpos podem ficar incluidos no crystal, ou no estado solido, ou no liquido, ou no gazoso. E de feito, quando o crystal se vae formando, é facil comprehender que todos os pequenos corpos soli-

dos, que elle encontra no processo da sua crystallisação os vae envolvendo na sua massa. Egualmente poderão subsistir dentro do crystal aqui e alli algumas porções da dissolução em que o mineral crystallisou. E não menos nos espaços não occupados pela substancia propria do crystal podem ficar inclausuradas algumas bolhas de gazes, que se evolveram da solução ou da agua mãe.

Esta inserção de corpos extranhos no intimo do crystal é como que uma especie de parasitismo realisado no reino mineral, analogo sómente quanto á habitação, ao que se dá nos verdadeiros parasitas dos reinos organicos. O notavel petrographista allemão Rosenbusch propoz que ao crystal, que no seu seio abriga corpos extranhos, que n'elle tem seu domicilio, se desse o nome de *Hospedeiro*, porque effectivamente n'elle se alojam aquellas substancias como se fôra em casa alheia; e aos corpos extranhos o nome de *Hospedes*. Estes corpos extranhos inseridos na massa de um crystal são geralmente conhecidos pelo nome de *Inclusões (Einschlüsse*, dos mineralogistas allemães).

Estes corpos são ás vezes de grandeza tal, que podem ser percebidos á vista desarmada. Outras vezes, porém,— e este é o caso mais frequente,— só podem observar-se com o auxilio do microscopio até áquelle ponto, em que as suas dimensões se tornem por tal modo resumidas, que nem os mais poderosos instrumentos visuaes alcancem reconhecel-os. As inclusões em certos casos apparecem regularmente dispostas e orientadas quanto á sua posição e distribuição no interior do crystal, n'outros casos, porém, não obedecem a nenhuma lei na sua disseminação.

180. **Inclusões macroscopicas.**—Das inclusões que são faceis de observar á vista simples e que se chamam *macroscopicas*, não são raros os exemplos. Muitas vezes no estado solido atravessam o crystal, que os envolve, ou vem surgir com uma parte da sua substancia á superficie das faces no individuo principal. Entre os mineraes,

em que estas inclusões se observam com mais frequencia, podem citar-se o *Quartzo hyalino*, ou crystal de rocha, o qual pela sua transparencia revela facilmente o que existe no seu interior. A *Calcite*, a *Fluorite*, a *Baryta*, o *Feldspatho*, a *Turmalina*, contém não raramente inclusões visiveis de outras substancias, cuja observação egualmente é facilitada pela limpidez e transparencia de muitos dos seus crystaes. Os corpos solidos incluidos ou inseridos dentro de um crystal podem ser da mesma ou diversa substancia mineral. No primeiro caso dizem-se *monosomaticos*, de μόνος, um, e σῶμα, σῶματος, corpo, no segundo *disomaticos*. Estes ultimos são incomparavelmente os mais numerosos.

Os póros e cavidades, que se incluem dentro de um crystal, observam-se em muitos casos com a apparencia de espaços vasios. É claro que não podem ser inteiramente desprovidos de uma substancia, hão de forçosamente estar occupados por algum corpo no estado aeriforme, por um gaz. Assim em crystaes de *Sal gemma* as cavidades cubicas do seu interior affiguram-se vasias inteiramente, mas contém na realidade corpos gazosos, que segundo as observações de Bunsen parece serem o gaz dos pantanos e o azote.

A inclusão de corpos solidos no interior das cavidades e dos póros é frequentissima nos crystaes. As suas fórmas são por extremo variadas. São prismas mui alongados, agulhas, fibras, palhetas, escamas e substancias pulvurulentas de grão mais ou menos fino. Estes solidos umas vezes estão como que encravados em parte na massa do crystal, e em parte surgindo á superficie, outras vezes n'elle disseminados, como se o estivessem polvilhando.

Um caso não pouco frequente é que o mineral incluido no crystal se deponha por camadas no seu interior. Tal é por exemplo a disposição, que toma a *Chlorite* (silicato hydratado de magnesio, aluminio, ferro) ou a *Mica*, ordenando-se em stratos parallelos nos crystaes de *Quartzo*. A sub-

stancia extranha é ás vezes em tanta quantidade que excede consideravelmente a materia do crystal, como succede em alguns exemplares de *Quartzo*, que parece estarem quasi inteiramente cheios de *Chlorite*. O *Quartzo* na variedade crystal de rocha é o mineral que mais extranhas substancias aloja no seu interior. Alli se observa a *Amphibole* em fibras finissimas, alli o *Rútilo* e a *Göthite* em delicadas agulhas, a *Galena* e a *Mica* em escamas, a *Chlorite* e a *Pyrite* na fórma de pó. A *Calcite* appresenta egualmente numerosos exemplos de inclusões.

Ás vezes as particulas extranhas dispõe-se de um modo regular no interior do crystal e quando são muito brilhantes dão-lhe apparencias variaveis segundo a luz, em que se observam. Tal é o caso d'aquella variedade de *Feldspatho*, chamada *Pedra de sol* ou *pedra solar* (de Tvedestrand na Noruega) pelos brilhantes reflexos, que appresenta devidos á inclusão de palhetas vermelhas e luzentes de *Hematite*. Egual distribuição regular se observa na *Dolomite*, em que as fibras de variedade (*Tremolithe* de *Amphibole*, monoclinica) estão parallelamente dispostas ás arestas do rhomboedro.

As inclusões fluidas observam-se em muitos crystaes á vista simples. Em muitos exemplares de *Quartzo* vêem-se vesiculas liquidas de fórma espheroidal enchendo as cavidades interiores dos crystaes. E tão extraordinario se affigurou este phenomeno aos observadores na antiguidade que o poeta latino Claudiano, que no IV seculo da era christã florescia em tempo do imperador Honorio, lhe consagrou a sua admiração em sete notaveis epigrammas, uns em latim e outros em grego. O poeta, segundo era crença recebida pelos naturalistas e philosophos, acreditava que o *Quartzo* ou *crystal de rocha* não era senão a agua no mais intenso grau de congellação. O liquido, que enchia as cavidades, era pois, conforme a esta opinião, a agua, que podera resistir á extrema consolidação e ficara enclausurada

para dar testemunho de qual fôra a materia prima do crystal[1].

Muitas vezes os póros e cavidades estão em parte cheios de substancia liquida, e em parte de um gaz, que em fórma de bolha ou de *libella* se desloca na cavidade, quando se move o crystal, e que apparece sempre collocada necessariamente na parte superior, em quanto o liquido mais pesado occupa a inferior.

181. **Inclusões microscopicas.—Inclusões fluidas.**—É porém com o auxilio do microscopio, que as inclusões de substancias extranhas nos crystaes tem sido estudadas n'estes ultimos tempos pelos mineralogistas. É pelas observações microscopicas que se tem reconhecido serem as inclusões um phenomeno quasi geral nos crystaes. Por este meio se tem podido descobrir muito maior abundancia de inclusões solidas, liquidas e gazosas do que se poderia suspeitar, em quanto se estudou á vista desajudada o intimo dos crystaes.

As inclusões fluidas ou occupam inteiramente o espaço do crystal negativo, ou tomam diversas fórmas acommodando-se á figura das cavidades. As fórmas são grandemente variadas: spheroidaes, ovaes, irregularmente arredondadas, ramificadas, ou utriculares. Quando são distribuidas em grande quantidade no interior do crystal as inclusões imprimem-lhe um aspecto turvo mais ou menos carregado. É provavel que os mineraes de tal apparencia,

[1] Plinio, o naturalista, consignou em breves termos esta singular theoria, que se firmava principalmente em que o crystal de rocha era trazido dos Alpes, onde os gellos são copiosos. A palavra grega Κρυσταλλος alatinada em *crystallum*, que se applicava especialmente ao crystal de rocha, no seu primeiro significado designava o gello. «Contraria huic (calori) caussa crystallum facit, gelu vehementiori concreto. Non alibi certè reperitur, quam ubi maximè hybernae nives rigent, glaciemque esse certum est; unde et nomen Graeci dedêre.» Plinio, *Hist. Nat.*, Lib. XXXVII, cap. 2.°

mesmo aquelles, em que o microscopio, ainda o mais magnificante, não tem podido revelar a existencia de cavidades, devam esta qualidade a póros pequenissimos repletos de substancias liquidas ou aeriformes.

Os póros e cavidades contendo fluidos estão umas vezes irregularmente disseminados, outras accumulados em varios logares, formando multidões, que em certos casos apparecem ramificadas, outras vezes dispostos em listas, em bandas ou zonas, e em camadas. N'este ultimo caso os estratos da substancia extranha correspondem ás differentes assentadas do crystal, ou ás phases do seu crescimento e formação, e dão irrecusavel testemunho de que durante este processo as bolhas de gaz se foram periodicamente desprendendo da agua mãe.

As inclusões não são abundantes no mesmo gráo em todos os crystaes. Uns patenteiam uma grandissima copia d'estes corpos extranhos, em quanto outros produzidos nas mesmas circumstancias contém d'elles uma diminuta quantidade. Assim determinando, por exemplo, a simultanea formação de crystaes de *Alumen* e de *Sal commum* na mesma dissolução, Sorby notou que os d'este mineral eram mui ricos de inclusões gazosas, em quanto que os de *Alumen* eram pelo contrario pobres d'estas substancias. A razão d'esta differença é a diversidade na estructura dos dois corpos, a qual no chloreto de sodio é laxa e em degraus, e no *Alumen* mais unida e apertada, mais compacta.

Quando os póros ou cavidades contém ao mesmo tempo liquidos e gazes, reconhece-se esta coexistencia porque dentro d'ellas apparece uma pequena bolha ou vesicula, uma *libella*, que se move e desloca segundo os movimentos impressos ao mineral submettido ao exame microscopico. Ás vezes esta *libella* permanece immovel, apesar do esforço empregado para a deslocar, e outras vezes só começa a mover-se, quando se determina o seu aquecimento.

Um caso notabilissimo, porém frequente e observado em

muitos crystaes de *Quartzo* de antigas rochas, é o espontaneo e continuo movimento das bolhas de gaz, que saltam e parece andarem n'uma dança vertiginosa no interior da cavidade. Conservando perfeitamente immovel o mineral, mantendo inalteravel a temperatura, a vesicula gazosa é observada n'um incessante movimento dentro do seu póro ou cavidade. O liquido e o gaz andam pois n'uma ininterrupta revolução, realisando uma especie de moto continuo. É este um caso dos chamados *movimentos moleculares brownianos* ou de Brown, assim denominados porque foram descobertos por este insigne botanico nas cellulas vegetaes.

As substancias gazosas contidas nos crystaes são principalmente a agua em vapor, o acido carbonico, o azote, o oxygenio e compostos de carbonio e hydrogenio. Os contentos liquidos são a agua, as soluções aquosas e o acido carbonico. Geralmente os póros ou cavidades, que contém estes liquidos, não appresentam pela acção do calor nenhum phenomeno notavel. Mas encontram-se ás vezes nos crystaes de *Quartzo* inclusões, em que apparece uma libella e junto d'ella nadando no liquido um cubosinho de *Sal gemma*. Applicando o calor a estes corpos, observa-se que o crystalzinho de *Sal gemma* se dissolve e desapparece, e quando o todo se resfria, realisa-se a reproducção de um ou mais crystaes da mesma substancia.

Das antigas observações de Brewster ácerca do pequeno indice de refracção e da grande dilatação pelo calor nas substancias fluidas, que enchem os póros e cavidades, foi Simmler induzido a suspeitar que o liquido contido era o acido carbonico. Esta conjectura foi não ha longos annos confirmada (1869) pelas experiencias de Geissler e Vogelsang. Não sómente reconheceram estes experimentadores que os liquidos appresentavam os phenomenos de expansão, observados por Thilorier e Andrews no acido carbonico liquido, mas viram egualmente que em aquecendo fragmentos de *Quartzo* e de *Topasio*, que abrigavam liquidos nos

seus póros, se obtinha um gaz, que submettido á analyse espectral se comportava exactamente como o acido carbonico, e posto em contacto com a agua de cal, lhe dava a apparencia turva indicadora de que se tinha formado o carbonato de calcio. O acido carbonico liquido foi egualmente observado por Sorby na *Sapphira* e por Zirkel e outros observadores na *Augite*, na *Olivina*, e nos *Feldspathos* de differentes rochas, incluindo as basalticas. Estes phenomenos de inclusão de liquidos e de gazes illustram notavelmente a historia da formação das rochas ou a sua *petrogénese*. Assim as inclusões aquosas apontam a origem dos crystaes n'uma agua mãe, em quanto que o acido carbonico liquido demonstra haver-se formado a rocha debaixo de alta pressão.

182. **Inclusões microscopicas solidas.**—As inclusões solidas são umas vezes crystallisadas ou crystallinas, outras vezes amorphas. Estas ultimas appresentam-se irregularmente repartidas, ou accumuladas de preferencia em certos logares, outras vezes distribuidas em camadas e em zonas. Com maior condensação apparecem no mais intimo do crystal, como por exemplo na *Augite*. Os crystaes de *Leucite* offerecem um exemplo de regular distribuição. No interior da sua massa incolor observam-se inclusões de uma substancia vitrea de côr acastanhada, que enche os espaços dos crystaes negativos. As inclusões dispõem-se n'este caso regularmente e tomam na sua disposição a figura de uma corôa.

As inclusões crystallisadas ou crystallinas observam-se na fórma de crystaes completos ou na de grãos arredondados, de agulhas, de palhetas, de escamas, ou como pó mui fino. As fórmas já descriptas como *microlithos* apparecem tambem frequentemente. Na maioria dos casos estes corpos não seguem nenhuma ordem regular na sua distribuição. Em outros casos estão dispostos parallelamente ou em camadas, como se observa nas palhetas de *Calcite* no

interior da *Diallage*. Em alguns crystaes de *Leucite* apresenta-se uma disposição regular e parallela nos microlithos, que se interpõem na substancia do crystal. Um caso mui notavel é o que mostram as inclusões, que estão perfeitamente orientadas em relação ao crystal, em que se alojam, de maneira que ha uma correspondencia crystallographica entre este e os seus hospedes. Os crystaes, que se tem julgado pertencerem ao systema rhombico nas inclusões de *Bronzite* (silicato de magnesio e ferro, $MgSiO^3+FeSiO^3$) e que apparecem como aciculares ou tabulares, em tenuissimas palhetas, mostram um exacto parallelismo com certas faces da *Bronzite*, que crystallisa no systema rhombico. As arestas de uma zona em os crystaes das inclusões apparecem parallelas ao eixo vertical da *Bronzite* e uma face d'esta zona está situada parallelamente á face do macropinakoide $\infty \bar{P} \infty$ no hospedeiro. As palhetas, que formam as inclusões dão á face de $0P$ na *Bronzite* um brilho semimetallico.

Quando as inclusões solidas são em grande abundancia e mui condensadas podem dar ao crystal uma côr, que lhe é extranha. É o que se observa na *Stilbite* (silicato de aluminio e calcio) incluindo no seu seio palhetas pequenissimas e grãosinhos de *Hematite*, da qual recebe a côr vermelha. É o que se observa tambem nos crystaes de *Feldspatho*, que apparecem verdes ou anegrados pela inclusão da *Augite* ou da *Magnetite*. Mineraes existem nos quaes são tão copiosas as inclusões, que é impossivel depararem-se nunca puros e isolados. É o que succede, por exemplo, no *Staurolitho*. D'aqui provém uma grave difficuldade para as analyses chimicas rigorosas, porque não é possivel em muitos casos obter uma porção de mineral em estado perfeito de puresa. A composição chimica do mineral não é então possivel determinar-se com rigor. Ainda mesmo n'aquelles mineraes, em que as inclusões solidas não são em grande quantidade, podem ellas influir poderosamente nos resul-

tados da analyse, e confundir e enleiar os que não suspeitem a existencia de corpos extranhos em um mineral, apparentemente constituido por uma unica substancia. D'aqui se deprehende como é indispensavel que a *analyse microscopica* anteceda á *analyse chimica*. É por não se haver attendido ás inclusões que muitas analyses de mineraes impuros tem conduzido a erroneas interpretações e determinado classificações inexactas de mineraes.

Nem todos os mineraes, na verdade, se prestam ás observações microscopicas, as quaes requerem que o mineral esteja reduzido a laminas de minutissima espessura e que a luz possa atravessar. Por isso a tessitura interior e as inclusões em mineraes completamente opacos são até hoje pouco determinadas. É pois indispensavel que nas analyses chimicas d'estes mineraes se proceda com maior cautela e previdencia. Mas ainda mesmo em alguns d'elles é possivel em circumstancias favoraveis observar pela luz reflexa o que nos outros manifesta a luz transmittida. Por este modo se tem reconhecido que ainda nos mineraes opacos os phenomenos de inclusão subsistem egualmente como n'aquelles que podem ser observados á luz refracta.

183. **Desvios da regularidade quanto á symmetria.—Hemimorphismo.**—Em alguns mineraes manifesta-se um phenomeno crystallographico, que sendo, como a hemiedria, caracterisado pela ausencia de um certo numero de faces das que constituem a fórma completa, se distingue todavia das fórmas hemiedricas por uma differente disposição das faces, que faltam no crystal. Este phenomeno consiste em que certas combinações apparecem diversamente conformadas, quando se comparam as metades do crystal considerando-o repartido por um plano.

Junto de um e outro polo apparecem apenas as faces, que constituem a metade de cada fórma simples, de maneira que o crystal se pode considerar dividido em duas partes differentes por um plano, que passa pelo centro da

fórma perpendicularmente ao eixo principal ou vertical. Esta particular manifestação das fórmas crystallinas é conhecida na sciencia pelo nome de *Hemimorphismo* ou *Hemimorphia* proposto pelo mineralogista allemão Breithaupt e hoje geralmente consagrado. Entre os mineraes mais notaveis pelas sua propriedades hemimorphicas figuram como exemplos classicos a *Turmalina* e a *Calamina*. A *Turmalina* é um mineral de composição chimica extremamente complicada, em que entram a silica e alumina, como principaes constituintes, e além d'ellas, o acido borico, a magnesia, a cal, o oxydo de ferro, a soda, a agua, e pequenas porções de outras substancias, entre ellas o lithio. Crystallisa no systema hexagonal. Junto ao polo superior em alguns crystaes da *Turmalina* apparecem as faces superiores do rhomboedro R, e as faces tambem superiores do rhomboedro $-2R$; parallelamente ao eixo principal existem as seis faces do deuteroprisma $\infty P 2$, e tres faces unicas do protoprisma ∞R. A fórma composta é terminada inferiormente pelo pinakoide $0 P$.

A *Calamina* é um silicato hydratado de zinco, pertence ao systema rhombico e é com o carbonato de zinco (Zinkspath dos allemães) um dos dois principaes minerios para a extracção d'este metal. Um dos seus crystaes appresenta no polo superior o pinakoide $0 P$, o macrodoma $3 \bar{P} \infty$, o brachydoma $3 \breve{P} \infty$, parallelas ao eixo principal as faces do macropinakoide $\infty \bar{P} \infty$, as do brachypinakoide $\infty \breve{P} \infty$, e as do prisma ∞P. A fórma é limitada no polo inferior pela metade da brachypyramide $2 \breve{P} 2$.

Além da *Turmalina* e da *Calamina* ha exemplos de hemimorphismo em outros mineraes, taes como a *Struvite*, (phosphato hydratado de ammonio e magnesio) que crystallisa no systema rhombico, a *Wurtzite* (sulfureto de zinco), e a *Greenockite* (sulfureto de cadmio), ambas pertencentes ao systema hexagonal. Alguns compostos organicos, taes como a *Resorcina* e a *Quercina* mostram egualmente, se-

gundo Groth e Bodewig, o hemimorphismo. Os crystaes de assucar de canna (monoclinico) são egualmente hemimorphicos.

Uma singular propriedade nos crystaes hemimorphicos é que elles não sómente são polares crystallographicamente, senão tambem que a polaridade se manifesta n'algumas das suas mais importantes propriedades physicas, taes como a distribuição da electricidade e do calor nos dois extremos antagonicos do crystal. Ao tratar da *Pyroelectricidade* e da conductibilidade para o calor nos mineraes se exporá em que consiste esta notavel relação entre a diversa configuração junto dos polos e as propriedades thermo-electricas dos crystaes.

CAPITULO IX

Associações de crystaes

184. **Associações regulares de individuos mineraes.**—Até agora temos considerado os crystaes como individuos completamente isolados, e sem nenhuma ligação physica com outros crystaes ou individuos. A natureza, porém, depara-nos exemplos numerosos de associações de fórmas crystallinas individuaes. São ellas incomparavelmente mais frequentes do que os individuos em estado de completa separação.

A associação pode ser *regular* ou *irregular*. No primeiro caso os individuos obedecem na sua composição a leis geometricas tão definidas, como as que presidem ás fórmas individuaes. No segundo caso os individuos reunem-se e agrupam-se sem que a sua juncção seja determinada por nenhuma lei, como que ao acaso e em maior ou menor en-

trelaçamento e confusão. Tratemos agora das associações regulares, porque são as que pertencem propriamente á crystallographia. As irregulares serão estudadas ulteriormente. As associações ou composições regulares podem ser de duas maneiras:

1.º Dois ou mais individuos ou crystaes podem associar-se *em posição parallela.*

2.º Dois ou mais individuos ou crystaes podem associar-se *em posição não parallela.*

No 1.º caso os individuos, tendo parallelos os seus eixos e parallelas tambem as faces correspondentes, juxtapõem-se por uma d'ellas, que fica sendo commum a ambos.

No 2.º caso dois individuos reunem-se para formar um crystal composto, ficando os eixos de um parallelos ou inclinados aos eixos do outro, e as faces de ambos não parallelas.

I.—Associação parallela

185. **Associação parallela.**—É um phenomeno commum em a natureza mineral. Muitos grandes crystaes apparecem como formando um aggregado regular de muitos crystaes menores, que podem ter as mesmas ou diversas fórmas crystallinas das que são appresentadas pelo todo. Os differentes individuos compõem-se uns com os outros em posição parallela. Os eixos de cada individuo são parallelos aos homologos dos outros, e por isso tambem respectivamente parallelas as faces e arestas homologas de uns e outros. Encontram-se, por exemplo, octaedros de *Alumen* associados de maneira que se unem por um plano parallelo á face do hexaedro, dão origem a angulos diedros reintrantes e tem as faces de um parallelas ás do outro. O crystal grande que resulta d'esta associação, apparece formado á semelhança de uma construcção fabricada de pedras polyedricas assentes regularmente por fiadas successivas. D'esta

disposição infere-se que a fórma total não pode ter faces continuas, lisas e polidas. Estes crystaes grandes recebem de alguns mineralogistas o nome de *polysyntheticos*. Esta denominação é porém mais propriamente applicada a uma fórma de associação regular de mais de dois individuos em posição não parallela. Não é raro encontrar no *Alumen*, artificialmente crystallisado, a associação parallela, em que muitos octaedros se reunem formando uma serie de maneira que os centros de todos os individuos estejam approximadamente na mesma linha recta. A associação, que no *Quartzo* é conhecida pelo nome de *Sceptro*, é formada de muitos individuos que se dispõem em serie linear, na qual um dos extremos appresenta uma dilatação, que se assemelha ao remate superior d'aquella insignia.

Muitos octaedros de *Fluorite* são constituidos por uma associação de numerosos e pequenos hexaedros, que todos no acto de se formarem se foram aggregando em posição parallela. N'este caso as direcções das faces no octaedro passam tangencialmente pelos vertices dos angulos solidos dos hexaedros elementares.

Em outros exemplares de *Fluorite* são pequenos tetrakishexaedros, que se associam parallelamente para dar como fórma total um hexaedro. Na *Calcite* observam-se frequentemente os rhomboedros $-\frac{1}{2}R$ como se fossem compostos de mais pequenos rhomboedros de dimensões angulares eguaes ás do primeiro; e scalenoedros $R3$, que exteriormente se manifestam como resultando da aggregação parallela de numerosos crystaes pequenos, appresentando a combinação $-\frac{1}{2}R \cdot \infty R$. Estes crystaes elementares, que muitas vezes são de mui diminutas dimensões e se não distinguem uns dos outros facilmente, são propriamente *Sub-individuos*, segundo a theoria de Sadebeck (n.º 169).

Esta aggregação de pequenos individuos estende-se em certos casos desde a superficie do crystal grande até á sua parte intima. Outras vezes porém a associação,—e este é o caso mais frequente,—é apenas limitada aos estratos superficiaes, em quanto que no interior se observam os caracteres de um crystal continuo, formado de massa unica. Em certos crystaes, que affectam fórmas prismaticas, como alguns de *Quartzo*, de *Epidoto* (monoclinico), de *Diopside* (monoclinica), não é raro observar que um dos extremos termina por um feixe de fibras, que appresentam pela sua disposição a fórma de um pincel.

Os pequenos crystaes, que se associam na posição parallela, apparecem muitas vezes como implantados nas faces de um crystal grande e dão origem a uma fórma crystallina semelhante á principal, ou produzem uma nova combinação differente da primeira.

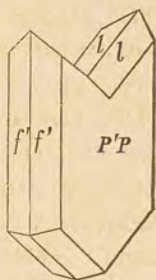
II.—Crystaes gêmeos

186. **Associação regular de crystaes em posição não parallela.**—Esta associação pode realisar-se ou sómente entre dois individuos ou crystaes ou entre mais de dois do mesmo mineral. No primeiro caso temos como resultado da associação um *Crystal gêmeo* propriamente dito, ou *geminado*. No segundo caso realisa-se um *Crystal multiplo, multigemino*. Comprehendida a formação geometrica do primeiro não é difficil, em grande numero de casos, a interpretação dos crystaes com mais de dois individuos.

187. **Crystal gêmeo.**—É o crystal composto, que resulta da união regular de dois individuos crystallinos do mesmo mineral e da mesma fórma em posição não parallela. A lei fundamental de que resulta a regularidade na composição ou *geminação* é «que os dois crystaes individuaes tem pelo menos uma aresta homologa parallela ou commum e adjacente á aresta pelo menos uma face homo-

loga commum ou parallela. A aresta e a face commum ou parallela podem ser realmente existentes em cada um dos individuos, ou ser apenas uma aresta e uma face n'elles possivel, segundo as leis geometricas, que regem o seu systema crystallographico. No crystal gêmeo de *Gesso* ou *Selenite* representado na fig. 175, dois individuos ou crystaes monoclinicos estão associados por tal maneira, que a face commum ou aquella, pela qual se reunem, é a do orthopinakoide $\infty \bar{P} \infty$.

Fig. 175

Nos crystaes gêmeos estão os dois individuos quasi sempre symmetricamente situados em relação a um plano que se chama *Plano de geminação* ou de *composição*. N'este caso cada um dos individuos é em relação ao outro como a imagem de um objecto, reflectida n'um espelho, aqui representado pelo plano de geminação. No crystal gêmeo de *Gesso*, fig. 175, os dois individuos apparecem collocados symmetricamente em relação á face commum $\infty \bar{P} \infty$.

Suppondo que os dois individuos estão inicialmente em posição parallela, é facil, no maior numero de casos, levar um d'elles á nova posição, que deve occupar para constituir com o outro individuo um crystal gêmeo, fazendo-o effeituar uma rotação de 180° em volta de uma recta, que se chama o *Eixo de geminação*, e é perpendicular ao plano do mesmo nome. No crystal gêmeo da fig. 175 o *eixo de geminação* é horizontal e perpendicular á face $\infty \bar{P} \infty$, collocada verticalmente. D'esta circumstancia de que um dos individuos se suppõe ter realisado uma rotação de 180° a partir da posição parallela, se derivou o nome de *Hemitropia*, e o de *crystaes hemitropes*, com que Haüy designou primeiramente a geminação e os crystaes gêmeos.

O *Plano de geminação* não é nunca um plano de symmetria, porque n'este caso não resultaria um crystal gê-

meo, mas unicamente uma composição de dois individuos em posição parallela.

Imaginemos, com effeito que estando inicialmente collocados em posição parallela os dois individuos, adoptamos como plano de geminação um plano de symmetria dos crystaes. Fazendo que um dos individuos execute uma rotação de 180° n'este plano e em volta do eixo de geminação, é claro que os individuos ficarão de novo em posição parallela, e a composição, que d'aqui resulta não será um crystal gêmeo.

188. **Lei da geminação.**— O plano de geminação é no maior numero de casos parallelo a uma face crystallina possivel ou existente. Pode ser tambem algumas vezes perpendicular a uma face possivel sem que por isso seja parallelo a nenhuma outra. O professor Tschermak n'uma sua notavel memoria com o titulo *Zur Theorie der Zwillingskrystalle* (sobre a theoria dos crystaes gêmeos) demonstra que na formação dos crystaes gêmeos de eixos inclinados se pode realisar qualquer dos tres seguintes casos:

I. O plano de geminação parallelo a uma face crystallina possivel ou existente e o eixo de geminação perpendicular a esta face. É o que se realisa nos crystaes de *Gesso* da fig. 175 (pag. 323). É o caso mais simples e que comprehende a maxima parte dos crystaes gêmeos.

II. O plano de geminação perpendicular a uma aresta possivel, e por isso o eixo de geminação parallelo a uma aresta possivel e assim tambem a uma zona possivel.

III. O plano de geminação perpendicular a uma face crystallina possivel e ao mesmo tempo parallelo a uma aresta existente n'esta face.

Os crystaes gêmeos, que obedecem á segunda e á terceira lei, são comparativamente raros. São mui pouco frequentes os casos, em que o plano de geminação não seja parallelo a uma face crystallina possivel ou existente, ou em que sem forçar a realidade, se não possa admittir esta condição. Até o presente, se exceptuamos os crystaes gê-

meos de fórmas hemiedricas, sómente no systema monoclinico (*Mica*) e no triclinico (*Anorthite*) se tem observado geminações, que não obedeçam á primeira lei. Na grande maioria dos casos o plano de geminação é parallelo ou perpendicular a faces, que tem os coefficientes ou indices mais simples.

Dada a posição crystallographica do *plano de geminação* ou do *eixo de geminação*, fica immediatamente determinado o crystal gêmeo. Esta posição é o que se chama a *Lei da geminação*, que pode ser diversa não sómente em crystaes gêmeos de differentes mineraes, senão tambem nos da mesma especie mineral.

189. **Distincção quanto á posição e ao modo de união dos individuos.**—Os crystaes gêmeos podem considerar-se sob dois aspectos diversos:

1.° Quanto á posição dos eixos nos dois individuos.

2.° Quanto á maneira, por que estão reunidos ou ligados entre si.

Quanto á primeira relação, os individuos podem estar situados de maneira que tenham:

a) systemas de eixos parallelos,

b) systemas de eixos não parallelos, ou inclinados.

Os crystaes gêmeos de eixos parallelos não podem apparecer senão em fórmas ou combinações hemiedricas, e n'este caso os dois individuos reunem-se nas posições, em que como polyedros complementares, se derivam por hemiedria, ou em que sommados reproduzem o holoedro. Assim dois tetraedros, fig. 176, podem como succede no *Diamante*, achar-se conjugados com os seus eixos parallelos, e n'este caso ao centro das faces de um correspondem os vertices dos angulos solidos no outro.

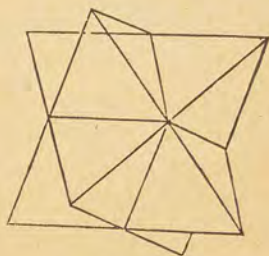



Fig. 176

Estes crystaes gêmeos são chamados pelo mineralogista austriaco Haidinger *Crystaes gêmeos complementares* (Ergänzungs-Zwillinge), por que os dois individuos um a outro se completam e se sommam para produzirem a fórma holoedrica, d'onde se derivaram.

Os crystaes gêmeos de eixos inclinados podem realisar-se egualmente entre individuos holoedricos ou hemiedricos. É n'estes que geralmente se realisa a *hemitropia* ou a rotação de 180°, que suppomos effeituada por um dos individuos para que da posição parallela com o primeiro chegue á posição de crystal gêmeo.

Considerados quanto á segunda relação, isto é, ao modo, porque os dois individuos estão unidos ou ligados entre si, distinguem os crystallographos duas categorias de crystaes gêmeos: os *crystaes gêmeos de contacto* ou de *juxtaposição*, e os *crystaes gêmeos de penetração.*

Nos crystaes gêmeos de contacto os dois individuos estão juntos um ao outro, simplesmente juxtapostos na apparencia, de maneira que para os isolar pelo pensamento basta consideral-os desligando-se um do outro pela sua face de composição. Assim no crystal de *Gesso*, fig. 175 (pag. 323), que é um crystal gemeo de *juxtaposição*, podemos imaginar que os individuos se separam cortando o corpo total pelo orthopinakoide $\infty \bar{P} \infty$. Nos crystaes de juxtaposição a face, segundo a qual os dois individuos estão unidos ou adherentes, diz-se a *Face de composição.* Na grande maioria dos casos esta face é o proprio plano de geminação. Assim por exemplo nos crystaes gêmeos de *Spinelle* ou nos de *Magnetite*, fig. 177 (pag. 327), dois octaedros juxtapõem-se por uma face de composição parallela á face do octaedro, e a esta é tambem parallelo o *plano de geminação.* Em alguns casos porém a face de composição dos dois individuos é perpendicular ao plano de geminação, em outros tem posição inclinada. Algumas vezes não é um plano, mas uma superficie irregular.

Nos *crystaes gêmeos de penetração* pode esta realisar-se em diversos gráos. Pode ser:

α) *Penetração parcial*, de maneira que os dois individuos appareçam como abraçados, segundo se observa em alguns crystaes gêmeos de *Orthoclase* (Feldspatho monoclinico), chamados *Crystaes gêmeos de Karlsbad*, da cidade da Bohemia, onde se encontram.

γ) *Penetração parcial por encorporação*, ficando subsistindo uma completa consubstanciação dos dois individuos um no outro de maneira, que ao primeiro aspecto se appresentem com a apparencia de um unico individuo. Tal é, por exemplo, o crystal gêmeo de *Quartzo* realisado entre dois individuos da combinação tetartoedrica $\infty R \cdot + R \cdot - R$ com o trapezoedro trigonal.

б) *Penetração total*, de tal maneira que um dos individuos atravesse o outro, dando origem a um *crystal gêmeo de cruzamento*. Exemplos d'esta disposição appresentam os crystaes

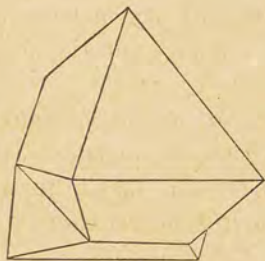
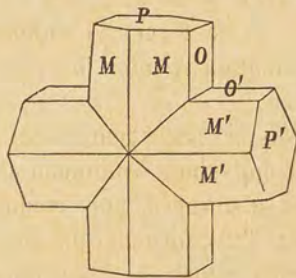



Fig. 177 Fig. 178

gêmeos de *Staurolitho*, fig. 178. Os individuos são a combinação $\infty P \,.\, \infty \breve{P} \infty \,.\, 0 P$, em que o plano de geminação é uma face do brachydoma $\frac{3}{2} \breve{P} \infty$. Os eixos verticaes cortam-se proximamente em angulos rectos.

Quando o crystal gêmeo é formado por juxtaposição os dois individuos apparecem ordinariamente encurtados ou achatados na direcção do eixo de geminação. Em cada in-

dividuo não se observa senão a parte d'elle que chega até o plano de juxtaposição, o qual lhe serve de limite. Além d'elle nenhum dos individuos poude crescer e prolongar-se no acto da sua formação. É o que se observa, por exemplo, nos octaedros de *Spinelle* ou de *Magnetite*, fig. 177 (pag. 327) e no crystal gêmeo de *Rutilo* representado na fig. 179. N'este caso o encurtamento dos crystaes realisa-se de modo que de cada individuo apparece apenas a metade. Pode pois conceber-se geometricamente a sua construcção, imaginando que um individuo unico foi dividido ao meio por um plano parallelo ao de geminação e que depois uma das metades executou no plano da secção uma rotação de 180°. Já Romé de L'Isle havia estudado este genero de crystaes gêmeos, a que dera o nome de *Mâcle*, e explicara a sua formação suppondo que uma das metades era submettida a uma inversão em sentido contrario ao da outra.

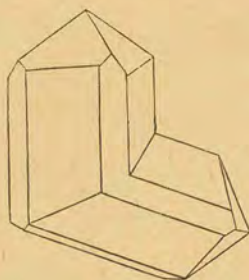



Fig. 179

Nos crystaes gêmeos de penetração por cruzamento os dois individuos continuam além da face de composição. É o que se observa, por exemplo, no crystal gemeo, fig. 176 (pag. 325), formado por dois tetraedros no *Diamante*, e no crystal gêmeo de *Staurolitho*, fig. 178 (pag. 327).

Quando dois individuos se compõem formando um crystal gêmeo, as faces de um produzem com as de outro arestas e angulos solidos, que não pertencem á fórma crystallina individual. Estas arestas e estes angulos solidos chamam-se *Arestas de geminação* e *Angulos solidos de geminação*. Muitas vezes estas arestas e estes angulos são reintrantes. Deve porém notar-se que as arestas e os angulos reintrantes não se realisam em todos os crystaes gêmeos. Quando, porém, apparecem n'um crystal são quasi sempre testemu-

nho de que ha geminação. É verdade que em crystaes associados em posição parallela tambem se fórmam em alguns casos arestas reintrantes, como por exemplo na associação dos octaedros de *Alumen* (n.º 185), mas estas são caracterisadas pela circumstancia singular de que das duas faces, que determinam a aresta, a de um individuo é parallela a uma face do outro.

Muitas vezes não é perceptivel a linha, que separa os dois individuos, e isto acontece quando faces ou porções de faces em um e outro coincidem no mesmo plano. Quando esta circumstancia se manifesta, a differente qualidade physica das duas faces, que geometricamente se confundem, pode revelar que não são uma face unica e torna possivel assignalar a linha de demarcação ou o que se chama a *Costura de geminação* (*Zwillingsnaht* dos allemães). Tal é por exemplo o caso, em que as duas faces apparecem estriadas em diversas direcções como succede na *Harmotome* (silicato hydratado de aluminio e de baryo, monoclinico). Ás vezes é possivel distinguir na face commum a parte, que pertence a cada individuo, pela differença do brilho, porque uma seja brilhante, e a outra aspera ou baça. Ha casos, porém, em que o crystal gêmeo tem a apparencia de um unico individuo. Isto se observa, por exemplo, no crystal formado por dois individuos de *Calcite* com a fórma de ∞R, $-\frac{1}{2} R$, sendo o plano de geminação parallelo á face $0R$, fig. 180. Quando haja duvida sobre se um crystal é um individuo unico ou um producto de geminação, pode muitas vezes o lascado resolvel-a, porque se o crystal é gêmeo, a direcção do lascado não seguirá ininterruptamente atravez de toda a sua massa. Para dirimir os casos duvidosos o mais seguro meio é o exame das propriedades opticas á luz polarisada.

Fig. 180

190. **Crystaes gêmeos no systema tesseral.**—Os crystaes gêmeos de eixos parallelos sómente são possiveis em fôrmas caracterisadas pela hemiedria tetraedrica, ou pela dodecaedrica e são ordinariamente crystaes gêmeos de penetração na fórma particular de cruzamento. Exemplos d'estes crystaes são o que é constituido por dois dodecaedros pentagonaes de *Pyrite*, formando a chamada *Cruz de ferro*, fig. 181 e o que resulta de dois tetraedros no *Diamante*, fig. 176 (pag. 325). No primeiro exemplo os dois individuos estão situados um para com o outro symmetricamente em relação á face do dodecaedro rhombico, e no segundo á face do hexaedro.

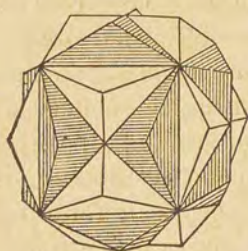



Fig. 181

No systema tesseral são mui frequentes os crystaes gêmeos de eixos inclinados tanto em holoedros como em hemiedros. Nas fórmas holoedricas a lei mais simples e tambem a mais geral é que o plano de geminação é a face do octaedro. É comtudo necessario observar que a face de qualquer fórma holoedrica pode servir de plano de geminação exceptuados sómente o hexaedro e o dodecaedro rhombico. E a razão é, porque as faces d'estas duas fórmas são planos de symmetria, e em relação a ellas os dois individuos conjugados ficariam depois da rotação de 180° ainda em posição parallela. Nos crystaes gêmeos d'esta lei os individuos apparecem reduzidos e encurtados na direcção do eixo de geminação, de maneira que só deixam ver metade. Estes crystaes gêmeos podem imaginar-se produzidos, se um só individuo se divide por um plano, que passe pelo centro, parallelamente á face do octaedro, e se uma das metades realisa uma rotação de 180° n'este plano de geminação, ou em volta do eixo trigonal, que é perpendicular á face do octaedro. Segundo esta lei se observam crystaes gêmeos produzidos por diversas fórmas simples. Podem servir de

exemplos os crystaes de *Magnetite* (formada pelos oxydos de ferro FeO, e Fe^2O^3) e os de *Spinelle* (aluminato de magnesio) fig. 177 (pag. 327). A esta especie mineral pertence a *Spinelle nobre*, pedra preciosa de grande apreço nas suas duas variedades vermelhas e transparentes, o *Rubim Spinelle* (vermelho escuro) e o *Rubim Balai*, (vermelho claro). Na *Fluorite* (fluoreto de calcio) dois hexaedros associam-se para formar crystaes gêmeos segundo a mesma lei, a que obedecem egualmente os hexaedros de *Pyrite* e de *Galena*. Na *Blenda* ou *Sphalerite* (sulfureto de zinco) são dois dodecaedros rhombicos, que se associam segundo a face do octaedro, mas por juxtaposição. Os dodecaedros apparecem extremamente contraidos na direcção do eixo de geminação, fig. 182. O eixo de geminação é parallelo á aresta do dodecaedro. Se uma das metades faz rotação de 180° obtem-se o dodecaedro individual. Na *Blenda* apparecem tambem dois octaedros juxtapostos como os da *Magnetite* fig. 177 (pag. 327) e dois octaedros formando crystal gêmeo de cruzamento, conjugados de maneira que os angulos solidos de um individuo correspodem ás faces do outro. Em um e outro caso os octaedros apparentes resultam da coexistencia dos dois tetraedros $+\frac{O}{2}$ e $-\frac{O}{2}$, differentes pela qualidade physica da suas faces. Individuos na fórma do icositetraedro formam crystaes gêmeos segundo a face do octaedro na prata, no oiro, e no cobre nativo.

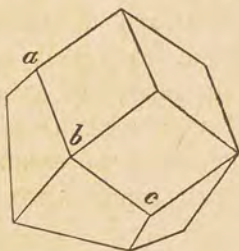



Fig. 182

191. **Crystaes gêmeos no systema tetragonal.**— N'este systema observam-se raramente os crystaes gêmeos de eixos parallelos, por que dos mineraes n'elle crystallisados poucos são hemiedricos. Ha d'elles, porém, alguns

exemplos. Assim na *Chalcopyrite* (da formula empirica $Cu Fe S^2$ ou melhor $Cu^2 S + Fe^2 S^3$, ou segundo Rammelsberg $Cu S + Fe S$) dois individuos compostos cada um de dois sphenoides, um d'elles com as faces muito desenvolvidas, associam-se por cruzamento tendo como plano de geminação a face da pyramide fundamental P e appresentam um aspecto semelhante ao dos dois tetraedros no crystal gêmeo do *Diamante* fig. 176 (pag. 325). As faces de um dos sphenoides apparecem estriadas. Na *Chalcopyrite* são raros os crystaes não geminados.

Os crystaes gêmeos de eixos inclinados encontram-se frequentes nos mineraes, que crystallisam no systema tetragonal. A lei mais geral d'estas associações é que o plano de geminação é parallelo á face da deuteropyramide $P \infty$. Exemplos notaveis d'estes crystaes gêmeos são os da *Cassiterite* (oxydo de estanho $Sn O^2$), os quaes apparecem com tão grande frequencia que as fórmas individuaes se consideram como raras. A fórma composta dos individuos é $\infty P . P$. O que predomina na combinação é a pyramide P, as faces do prisma são encurtadas e o crystal gêmeo tem a apparencia representada na fig. 183. O crystal apparece com

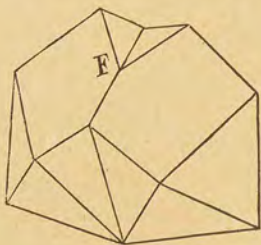



Fig. 183

arestas e angulos reintrantes. Na *Cassiterite* observam-se ainda outros crystaes gêmeos, em que os individuos mostram a combinação $\infty P . P . \infty P \infty$ ou a pyramide fundamental combinada com o protoprisma e o deuteroprisma. N'este caso, como as faces dos prismas são mais desen-

volvidas, o crystal gêmeo appresenta-se em fórma de cotovello fig. 179 (pag. 328).

Outro exemplo notavel de crystaes gêmeos é o que se observa no *Rutilo* (oxydo de titanio). Este mineral é isomorpho com a *Cassiterite* e com o *Zircão*. Das fórmas differentes, em que apparece são até agora conhecidas vinte e quatro. Os crystaes gêmeos resultam da associação de individuos da combinação $\infty P \,.\, P \,.\, \infty P \infty$. Os crystaes individuaes são quasi sempre columnares, umas vezes curtos, outras alongados, e frequentes vezes aciculares, ou em fórma de agulhas, ou mesmo capillares. D'este alongamento dos individuos resulta que os crystaes gêmeos appresentam a apparencia em cotovello fig. 179 (pag. 328).

Ainda outros exemplos de crystaes gemeos segundo a mesma lei nos depara a *Hausmannite* (uma combinação de dois oxydos de manganesio) em que individuos da fórma P se associam segundo a lei de $P \infty$.

192. **Crystaes gêmeos no systema hexagonal.**— Os crystaes gêmeos de eixos parallelos são frequentes porque são tambem mais numerosas n'este systema as fórmas hemiedricas do que as holoedricas. A *Calcite* e a *Hematite*, appresentam exemplos d'estas fórmas.

Na *Calcite* é notavel o crystal gêmeo que resulta da juxtaposição de dois individuos pela face do pinakoide. Os dois individuos appresentam a combinação $\infty R - \frac{1}{2} R$. O crystal gêmeo pode theoricamente conceber-se como sendo primitivamente um só individuo, que foi dividido ao meio por um plano parallelo ao pinakoide $0R$, suppondo que uma das metades executou uma rotação de 180° em redor do eixo principal. A metade superior no crystal gêmeo pertence a um individuo, a inferior a outro. O crystal tem a apparencia de um individuo unico, por que não são visiveis arestas de geminação fig. 180 (pag. 329). É tambem frequente o crystal gêmeo composto de dois individuos com a fórma de

scalenoedros $R3$, tendo por plano de geminação um plano parallelo ao pinakoide. N'este caso o crystal pode egualmente imaginar-se como sendo originalmente um unico individuo, que foi dividido em metades por aquelle plano, e suppondo que uma d'ellas executou a rotação de 180° em torno do eixo principal. O crystal appresenta-se com o aspecto delineado na fig. 184. Os angulos e arestas de geminação apparecem reintrantes. No *Quartzo* observam-se crystaes gêmeos de eixos parallelos, em que os individuos mostram a combinação $\infty R . + R . - R$, juxtapostos e tendo por plano de geminação a face do prisma. N'estes crystaes a face $+R(z)$ de um individuo fica parallela á face $-R(z')$, do outro, fig. 185.

Os crystaes gêmeos de eixos inclinados obedecem a varias leis no systema hexagonal. A mais frequente é porém que o plano de geminação seja parallelo á face de um rhomboedro. Como primeiro exemplo pode citar-se a associação de

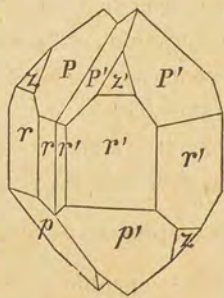
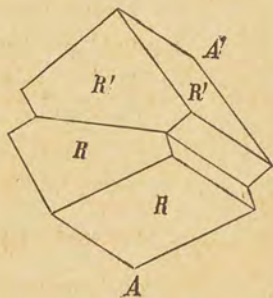



Fig. 184 Fig. 185 Fig. 186

dois rhomboedros tendo por plano de geminação a face de $-\frac{1}{2}R$ fig. 186. N'esta disposição os eixos principaes dos dois individuos fórmam um angulo de 127° 34'.

Segundo exemplo é o d'aquelles crystaes gêmeos, em que o plano de geminação e a face do rhomboedro R. Dois indi-

viduos da combinação $\infty R \cdot 0 R$ unem-se tendo por plano de geminação a face de R, e o crystal gêmeo apparece como é representado na fig. 187. O crystal é em fórma de cotovello e os eixos principaes dos dois individuos formam um angulo de 89° 8′, approximadamente recto.

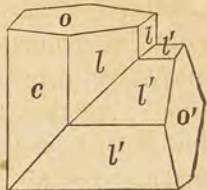



Fig. 187

193. **Crystaes gêmeos no systema rhombico.**—Os crystaes gêmeos nas fórmas holoedricas d'este systema podem ter por plano de geminação unicamente a face de uma pyramide ou de um prisma. A do pinakoide é excluida porque é um plano de symmetria, e os dois individuos associados de maneira que um d'elles realise uma rotação de 180° n'esse plano, ficam novamente em posição parallela.

Os crystaes gêmeos de eixos parallelos apenas se tem observado raramente, porque são raras n'este systema as fórmas hemiedricas. Os crystaes de eixos inclinados são mui frequentes. As leis mais vulgares são:

a) Plano de geminação parallelo á face do protoprisma ∞P.

Esta lei realisa-se em muitos mineraes, taes como a *Aragonite*, a *Cerussite* (carbonato de chumbo), a *Markasite* (sulfureto de ferro rhombico), a *Pyrite arsenical* (Misspikel).

Na *Aragonite* os crystaes gêmeos são de juxtaposição, ou de penetração. Exemplo dos primeiros é aquelle em que dois individuos da fórma $\infty P . \infty \breve{P} \infty . \breve{P} \infty$ se juxtapõem pela face de ∞P. O crystal gêmeo apparece como é representado na fig. 188 (pag. 336).

Se imaginamos o crystal individual dividido por um plano que passa pelo centro e parallelo á face ∞P e se uma das metades faz n'este plano uma rotação de 180°, ficará formado o crystal gêmeo. Os crystaes de *Cerussite* (carbonato de chumbo) seguem a mesma lei da *Aragonite*. Em um dos exemplos os individuos são da combinação $\infty \breve{P} \infty . P . \infty P . \infty \breve{P} 3$.

b) Plano de geminação parallelo á face de um doma. Esta lei notavel verifica-se nos crystaes gêmeos de *Staurolitho* (silicato de aluminio, ferro, magnesio, de composição muito variavel em diversos exemplares). Como exemplo pode citar-se o crystal gêmeo formado de dois individuos na combinação $\infty P . \infty \breve{P} \infty . 0 P$ (protoprisma, brachypinakoide, pinakoide basico) e em que o plano de geminação é a face do brachydoma $\frac{3}{2} \breve{P} \infty$. O crystal appresenta a apparencia representada na fig. 178 (pag. 327). Os eixos dos dois individuos intersectam-se quasi em angulo recto. Os dois in-

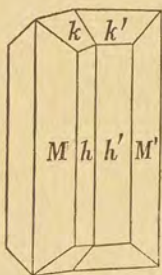
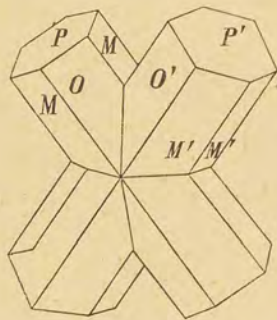



Fig. 188 Fig. 189

dividuos continuam além do plano de geminação e formam um crystal gêmeo de penetração e cruzamento. D'esta disposição particular se derivou para o *Staurolitho* o nome da especie, que litteralmente quer dizer *pedra cruciforme* (das duas palavras gregas Σταυρὸς, cruz e Λίθος, pedra).

c) Plano de geminação parallelo á face da brachypyramide $\frac{3}{2} \breve{P} \frac{3}{2}$. Dois individuos appresentando a combinação $\infty P . \infty \breve{P} \infty . 0 P$ associam-se segundo a face da brachypyramide, crescem além do plano de juxtaposição, e apparecem como crystaes de penetração e cruzamento fig. 189.

A cruz porém não é a cruz latina, mas a aspa, ou *cruz de S. André*, porque os eixos se cortam em angulos proximamente de 60°.

194. **Crystaes gemeos no systema monoclinico.** —N'este systema a lei principal ou geralmente observada é a de que o plano de geminação é parallelo á face do orthopinakoide $\infty \bar{P} \infty$. Os individuos associam-se quasi sempre por juxtaposição. Um dos exemplos vulgares d'esta lei e d'este modo de associação, é o dos crystaes gêmeos do *Gesso* (*Selenite*). Dois individuos da fórma composta $-P . \infty \grave{P} \infty . \infty P$ (hemipyramide negativa, clinopinakoide, prisma) associam-se por juxtaposição segundo esta lei e appresentam o aspecto representado na fig. 175 (pag. 323). As faces do clinopinakoide em ambos os individuos coincidem no mesmo plano. Este crystal gêmeo pode conceber-se realisado partindo de um individuo unico, o qual se imagina dividido ao meio por um plano parallelo a $\infty \bar{P} \infty$, e de que uma das metades faz uma rotação de 180°. N'um dos extremos do crystal gêmeo apparecem arestas reintrantes.

Segundo a mesma lei se observam os crystaes gêmeos da *Augite* (uma das variedades da especie mineral *Pyroxene*). Um dos exemplos mais frequentes de crystal gêmeo é o de dois individuos da combinação $\infty P . \infty \bar{P} \infty . \infty \grave{P} \infty . P$, fig. 190. O crystal individual é da fórma representada na fig. 171 (pag. 267). Os dois individuos associam-se pela face do orthopinakoide por tal maneira que nas faces do clinopinakoide não é visivel a linha divisoria ou a *costura* de geminação dos dois individuos. As faces das hemipyramides positivas *P* formam de um lado arestas de geminação reintrantes e do outro arestas salientes, exactamente como no crystal gêmeo de *Gesso*.

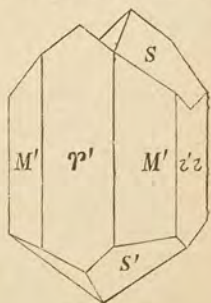



Fig. 190

A *Amphibole* e a *Wolframite* (wolframato de ferro e de

manganesio da formula $m\mathrm{FeWO}^4 + n\mathrm{MnWO}^4$) offerecem ainda, além de outros mineraes, exemplos de crystaes gêmeos segundo a face do orthopinakoide. Os crystaes gêmeos de *Orthoclase* obedecem á mesma lei. Um dos exemplos mais frequentes n'esta especie mineral é o de um crystal gêmeo formado por dois individuos da combinação $\infty \grave{P} \infty \cdot \infty P \cdot 0P \cdot 2 \bar{P} \infty$ (o clinopinakoide, o prisma, o pinakoide basico, e um hemiorthodoma). A fórma dos individuos isolados é a representada na fig. 172 (pag. 267). As faces do prisma ∞P são geometricamente homologas, porém na *Orthoclase* tem uma notavel diversidade physica. Os dois individuos associam-se em crystal gêmeo por penetração, abraçam-se e compenetram-se parcialmente de maneira que appresentam um aspecto particular. A linha de separação entre os dois individuos é uma linha quebrada ou em *zigue-zague*. Estes crystaes gêmeos são conhecidos geralmente pelo nome de *Crystaes gêmeos de Karlsbad*, derivando-o da cidade da Bohemia onde primeiro foram encontrados.

195. **Crystaes gêmeos no systema triclinico.**— Escolhemos como exemplo d'estes crystaes os que se observam nos *Feldspathos* reunidos debaixo da commum denominação de *Plagioclase*. É necessario antes de tudo advertir que os mineraes incluidos no grupo dos *Feldspathos* constituem um dos elementos mineralogicos mais numerosos e importantes na composição das rochas, principalmente d'aquellas, que tem ou a que se attribue geralmente origem ignea. Este grupo divide-se em duas grandes categorias:

a) *Feldspathos monoclinicos* ou *Orthoclase*, chamados tambem *Feldspathos potassicos*, porque são essencialmente um silicato de aluminio e potassio, contendo pequenas porções de cal, ferro, magnesia e agua, e n'algumas das variedades uma pequena parte de soda (5 até 8 %).

b) *Feldspathos triclinicos*, chamados collectivamente *Plagioclase* ou *Clinoclase*. Esta secção inclue:

1.º A *Microclina*, que tem a mesma composição chimica da *Orthoclase*.

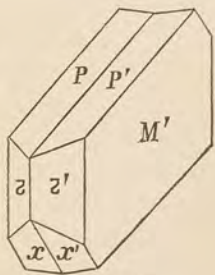
2.º A *Albite*, chamada tambem *Feldspatho sodico*, porque é essencialmente um silicato de aluminio e sodio. A *Orthoclase*, a *Microclina*, e a *Albite* são todos *Feldspathos alcalinos*.

3.º A *Anorthite*, chamada tambem *Feldspatho calcareo*, por ser essencialmente um silicato de aluminio e calcio.

A distincção entre a *Orthoclase* e a *Plagioclase* é mineralogicamente determinada pelo seu systema crystallino, e é principalmente na diversa apparencia dos crystaes gêmeos n'uns e n'outros mineraes, que o mineralogista e principalmente o petrographista podem facilmente fundar-se para os discriminar.

Os crystaes gêmeos de *Plagioclase*, por exemplo os de *Albite*, appresentam-se muito frequentemente geminados segundo a face do brachypinakoide $\infty \breve{P} \infty$. N'um exemplo commum os individuos, que se associam crystallisam na combinação $0P \cdot \infty'P \cdot \infty P' \cdot \infty \breve{P} \infty \cdot {}_{,}\bar{P}_{,} \infty$ (pinakoide basico, hemiprisma esquerdo e direito, brachypinakoide, hemimacrodoma inferior e tem a disposição representada na fig. 191.

Fig. 191

196.—**Geminação multipla.**— Os crystaes gêmeos podem resultar da associação de mais de dois individuos. Aos dois primeiros pode vir associar-se um terceiro, segundo a mesma lei. O crystal resultante é um *tri-gemino* ou crystal triplo. A geminação pode ainda repetir-se e produzir um *crystal quadruplo*, *quintuplo* e em geral *multiplo*.

É importante distinguir n'estes crystaes, se nas successivas geminações os individuos se associam por faces de composição sempre parallelas ou divergentes. No primeiro caso a repetição pode ser indefinida e resultar uma geminação em serie. No segundo caso podem resultar grupos

de diversas disposições, circulares ou *cyclicos*, ramosos e outros.

Quando as faces de composição ficam todas parallelas, como os individuos, nos crystaes gêmeos de juxtaposição, quasi sempre apparecem encurtados na direcção do eixo de geminação é frequente apparecerem nos crystaes multiplos os individuos medios mui encurtados, ás vezes apenas reduzidos a laminas mais ou menos espessas, outras vezes da espessura de papel, e muitas vezes sómente discerniveis ao microscopio. N'este caso as laminas, principalmente sendo mui delgadas, apparecem n'uma secção transversal do crystal ou da fórma de lascado com a apparencia de uma estriação particular a *estriação de crystaes gêmeos*.

Um exemplo notavel da estriação produzida pela composição de muitos individuos, segundo as leis dos crystaes gêmeos é o que appresentam alguns crystaes de *Spatho calcareo*. É frequente deparar-se n'esta especie uma fórma de crystal gêmeo, produzido pela composição de dois rhomboedros, em que o plano de juxtaposição é parallelo á face de outro rhomboedro. N'este caso o crystal gêmeo appresenta a disposição indicada pela fig. 192. Os rhomboedros estão situados de maneira que os seus eixos principaes, que passam por A no rhomboedro R, e por A' no rhomboedro R', formam entre si um angulo de 127° 34′. Não é raro que em vez de dois individuos se componham ficando o terceiro em posição parallela á do primeiro. O individuo intermediario aos dois primeiros

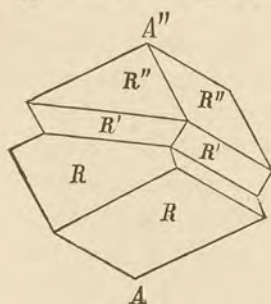



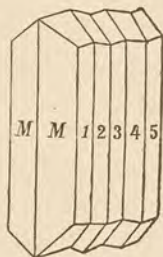
Fig. 192

apparece consideravelmente encurtado e reduzido a uma lamina de maior ou menor espessura. Quando em vez de um só individuo lamellar se compõem muitos, extrema-

mente delgados, o crystal composto pode representar-se como estriado parallelamente á diagonal horizontal dos rhomboedros intermediarios. D'esta maneira se comprehende facilmente como em muitos casos a estriação é um resultado da composição de muitos individuos, muito encurtados segundo uma das suas dimensões.

Uma semelhante apparencia se manifesta em certos crystaes gêmeos de *Aragonite*, formados de muitos individuos, cuja fórma é a combinação do protoprisma ∞P, do brachypinakoide $\infty \breve{P} \infty$, e do brachydoma $\breve{P} \infty$, e em que o plano de composição é parallelo a uma face do protoprisma ∞P. Se o crystal gêmeo se multiplica e os differentes individuos se dispõem em serie como indica a fig. 193, e além d'isso se reduzem a pequena espessura, ou se convertem em laminas intercaladas n'um crystal grande, podem originar uma clara estriação.

Fig. 193

É mui frequente que entre dois individuos de *Albite* se intercale um novo individuo intermedio, e d'esta associação resulta um crystal triplo. Mas o individuo médio apparece no maior numero dos casos reduzido a uma lamina mui delgada, e d'ahi procede o parecer o crystal triplo apenas formado pelos dois individuos principaes, tendo apenas a separal-os uma lamina de crystal entre elles embebida. Quando em vez de um só individuo médio se intercalam muitos, e o crystal se appresenta como geminação multipla ou *polysynthetica* os individuos intercalares apparecem ordinariamente convertidos em laminas de minima espessura. N'este caso as faces do pinakoide basico e as do hemimacrodoma appresentam a particular *estriação de crystaes gêmeos*. Muitas vezes é tão fina e delicada uma tal estriação, que sómente se pode perceber por meio de uma lente, ou quando na direcção conveniente se talha uma lamina de

espessura extremamente tenue, e se observa ao microscopio.

Os individuos d'esta fórma compõe-se em crystal gêmeo, tendo por plâno de geminação a face do brachypinakoide $\infty \breve{P} \infty$. Nos crystaes triclinicos as faces do brachypinakoide e o pinakoide ou a base rhomboide cortam-se obliquamente. D'aqui resulta necessariamente que, se dois individuos se reunem pela face do brachypinakoide as duas faces do pinakoide basico $0P$ formam angulo reintrante muito obtuso, e ao contrario as faces do hemimacrodoma inferior $_{,}\breve{P}_{,} \infty$ dos dois individuos incidem reciprocamente em angulo saliente, tambem muito obtuso, fig. 194. Esta circumstancia caracteristica denuncia immediatamente que o crystal é triclinico, e distingue assim a *Albite* da *Orthoclase*.

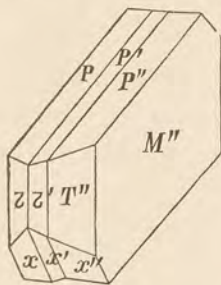



Fig. 194

Os crystaes multiplos resultam ordinariamente da associação de muitos individuos segundo a mesma lei, que presidiu á geminação dos primeiros dois. Ha casos, porém, em que dois crystaes gêmeos formados segundo uma determinada lei, se reunem entre si, obedecendo a uma lei differente da primeira, e produzindo o que se chama um *crystal gêmeo duplo* ou de segunda ordem. Assim, por exemplo, succede que dois crystaes gêmeos de *Albite* formados segundo a lei em que o plano de geminação seja, como ordinariamente succede, a face do brachypinakoide, se reunem em tal posição relativa e segundo tal lei, que o duplo crystal gêmeo resultante simule ser um crystal gêmeo de *Orthoclase*.

197. **Formação de crystaes gêmeos pela pressão e aquecimento.**—Os crystaes gêmeos são em regra geral, originalmente produzidos como taes em a natureza. Podem comtudo tambem resultar de um processo pos-

terior à sua formação. A formação do crystal gêmeo pode ser determinada ou pela pressão ou pelo aquecimento.

Pela pressão demonstram, por exemplo, as experiencias de Reusch e Baumhaer que n'um rhomboedro de lascado de Spatho d'Islandia se podia produzir uma geminação, segundo a face de $-\frac{1}{2}R$. Linck notou que a estriação de geminação, que se observa no Spatho d'Islandia em laminas mui delgadas, nem sempre se póde attribuir a uma originaria formação de crystal gêmeo.

Pelo calor. Achou, por exemplo Mallard que em placas de crystaes artificiaes rhombicos de sulfato de potassio, pelo aquecimento augmentam em numero as laminas que revelam a geminação. Baumhauer chegou depois a produzir pela elevação de temperatura, a formação d'estas laminas de geminação em placas d'aquelle sal, reputados como de individuos simples. O mesmo phenomeno se realisou com grande determinação e delicadeza em placas de chromato de potassio, elevando a temperatura até o rubro obscuro. Mügge obteve em fórmas de lascado de *Anhydrite* (sulfato de calcio anhydro) laminas de geminação parallela ao brachydoma $\breve{P}\infty$.

198. **Elevação do gráo de symmetria pela formação de crystaes gêmeos.**— Uma circumstancia notavel na formação dos crystaes gêmeos é que muitas vezes as fórmas resultantes apresentam um gráo de symmetria superior ao que pertence aos crystaes individuaes que se aggregaram. Assim, por exemplo, os crystaes gêmeos de *Albite*, segundo a face do brachypinakoide, apparecem com a symmetria particular aos crystaes monoclinicos, os crystaes gêmeos de individuos monoclinicos, como os de *Augite*, de *Amphibole*, de *Gesso*, offerecem o gráo de symmetria, que pertence ao systema rhombico, crystaes rhombicos simulam na symmetria pertencerem ao systema hexagonal, como succede com a *Witherite*.

A *Witherite* é o carbonato de baryo, contendo ordinariamente até 8 % de carbonato de calcio misturado isomorphicamente. É isomorpha com a *Aragonite*. Crystallisa no systema rhombico. Appresenta, porém, nos seus crystaes o aspecto das fórmas pertencentes ao systema hexagonal. Uma das suas fórmas crystallinas é a que tem a apparencia de uma pyramide hexagonal. Todavia esta fórma composta e rhombica, é a combinação da pyramide fundamental P e do brachydoma $2\breve{P}\infty$. Um dos crystaes multiplos da *Witherite* é formado pela reunião de trez individuos rhombicos que seguem a lei cujo plano de geminação é a face do prisma ∞P, de maneira que a projecção horizontal do crystal composto é um hexagono regular, e a fórma appresenta a apparencia de pertencer ao systema hexagonal.

A *Cryolithe* é outro exemplo notavel de apparente elevação de symmetria. Este mineral foi primeiro descripto pelo nosso insigne mineralogista José Bonifacio de Andrada, que se deve justamente considerar como o seu descobridor porque foi elle o que primeiro reconheceu a nova especie em exemplares obtidos da Groenlandia meridional no logar de Evigtok, e depois estudada, analysada e descripta mais largamente pelo mineralogista scandinavo Abildgaard. Foi ao principio considerada como rhombica, mais tarde referida ao systema triclinico pelo celebrado crystallographo francez Des Cloizeaux, e pelo não menos illustre mineralogista allemão Websky, e depois pelas observações de Brenner e de Groth definitivamente collocada no systema monoclinico. A *Cryolithe* é composta de fluoreto de sodio e de aluminio. G. Rose provou que de todos os mineraes aluminiferos é a *Cryolithe* aquelle de que em maior quantidade e mais facilmente se pode obter o aluminio.

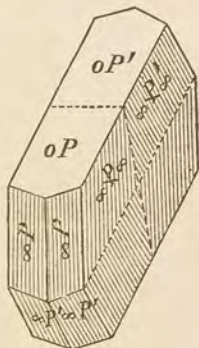
A formação em crystaes gêmeos mal interpretada no principio, deu motivo a que outros mineraes se considerassem como pertencentes a um grão de symmetria supe-

rior ao do seu verdadeiro systema crystallino. A *Harmotome*, a *Philipsite*, e a *Desmina* são exemplos d'este engano. Estes tres mineraes são isomorphos e de composição chimica mui semelhante (silicato de aluminio, cal, potassa, soda). A *Phillipsite* foi por muito tempo reputada como rhombica, até que pelas observações de Groth, de Trippke, e de Fresenius ficou demonstrado ser monoclinica.

O crystal apparentemente simples é crystal gêmeo de penetração e cruzamento formado de dois crystaes monoclinicos, e é representado na fig. 195; os individuos simples são da combinação $0P.\infty\grave{P}\infty.\infty P$. O plano de geminação é parallelo á face $0P$. A Philipsite è ainda notavel por ser um curioso exemplo de *duplo crystal gêmeo*. Dois crystaes gemeos reunem-se segundo a lei de que o plano de geminação é parallelo á face do $\grave{P}\infty$.

Fig. 195

A formação dos crystaes gêmeos pode pois ter como consequencia muitas vezes o illudir o mineralogista ácerca do verdadeiro systema a que pertence realmente um mineral.

Não basta pois em alguns casos o estudar os crystaes, segundo as apparencias puramente geometricas, para determinar em que systema se devem incluir. Para a solução d'este problema é necessario recorrer ao exame das propriedades opticas dos crystaes e das chamadas *figuras de corrosão*, que se obtem quando sobre faces crystallinas se fazem actuar em condições especiaes, certas soluções acidas ou alcalinas. Por este meio se tem podido reconhecer que muitos reputados crystaes simples com a apparencia de pertencerem a um systema crystallographico e n'elle incluidos durante largo tempo, não são mais do que associações de numerosos individuos, aggregados entre si na

posição de crystaes gêmeos, pertencentes a um systema de menor symmetria.

199. **Crystaes pseudo-symmetricos. — Mimese.** — Não é raro encontrar em combinações de fórmas simples pertencentes a systemas de gráo inferior de symmetria crystaes que pelos angulos em certas arestas apparentam pertencer a um systema de ordem superior. Alguns mineraes monoclinicos, taes como a *Biotite*, por exemplo, a *Klinoclora* (silicato de magnesio, e de aluminio hydratado), apresentam um prisma com angulos de 120° approximadamente, e uma secção que simula o hexagono regular proprio do systema hexagonal. Em mineraes pertencentes ao systema rhombico taes como a *Cordierite*, *Glaserite* (sulfato de potassio) e *Carnalite* exemplifica-se a mesma apparencia. Outros mineraes tambem rhombicos, quando o angulo do prisma é proximamente de 90° simulam pertencer ao systema tetragonal. Taes são, por exemplo, os crystaes de *Autunite* (phosphato de calcio e uranio).

Os crystaes de todos estes mineraes appresentam falsamente uma *symmetria* que lhes não pertence realmente. São por assim dizer imitações de outros crystaes de systema mais symmetrico e por isso tem o nome de *crystaes pseudosymmetricos*, e a esta apparencia enganadora dá-se o nome de *pseudosymmetria*. Estes crystaes constituem o gráo da *mimése*, ou imitação de crystaes.

Quando estes crystaes pseudosymmetricos se compõem em crystaes gêmeos, ou multiplos não sómente se appresentam com uma symmetria apparente, senão tambem que as faces dos differentes individuos podem apparecer no mesmo plano, simulando uma face unica e pertencente a um crystal de systema superior. N'este caso origina-se um crystal *mimetico* e esta apparencia especial tem modernamente o nome de *mimése*. Aqui a fórma verdadeira está para a apparente como o auctor está para o personagem que representa e cujo typo está na scena reproduzido por enganosa imitação.

Estas denominações propostas por Tschermak estão hoje consagradas na sciencia. Os caracteres pelos quaes uma investigação minuciosa pode descobrir que um crystal é *mimetico* ou *imitativo* e não authentico, são 1.° a estriação particular, que apparece nas faces do crystal, a *estriação do crystal gêmeo*. 2.° a não completa concordancia, ou inconstancia nos angulos das arestas. 3.° a discordancia entre as propriedades geometricas apparentes do crystal e as suas propriedades opticas. 4.° a discordancia entre as propriedades geometricas e as figuras de corrosão.

Os crystaes mimeticos foram durante largo tempo desconhecidos como taes e suppostos pertencerem realmente ao systema crystallographico de que offerecem a apparencia. O engano de os tomar pelo que representam e na verdade não são, provém de que appresentam fórmas perfeitamente fechadas, sem angulos reintrantes, com as faces em muitos casos planas e continuas, como se cada uma d'ellas fosse uma unica. N'estes casos a determinação da fórma crystallina verdadeira não pode realisar-se pela medição dos angulos, mas só unicamente pelo estudo physico do crystal e mui particularmente pelo exame das suas propriedades opticas.

Muitas particularidades que até ha poucos annos se consideravam como anomalias e desvios inexplicaveis dos crystaes, acham a sua facil explicação na *mimése* das fórmas crystallinas. Taes são as variações angulares, que se observam em muitos crystaes, e que fazem que no mesmo crystal as arestas, que se suppunham homologas não tenham exactamente o mesmo valor. É este caso o que se dá na *Leucite* e na *Chabasite*.

A *mimése* explica facilmente a razão, porque as faces de certos crystaes, como por exemplo os da *Senarmontite* manifestam estriações, curvaturas, declinações que estão em antagonismo com o systema crystallographico até ha pouco attribuido a certos crystaes. Quando n'um crystal se ob-

serva um lascado contraditorio com o seu systema apparente ainda a *mimése* ministra o meio de solver a contradicção. É o caso observado no feldspatho potassico. E finalmente quando as propriedades opticas estudadas n'um crystal, que é supposto pertencer a um dado systema crystallino, não são com elle congruentes, a *mimése* vem demonstrar que é apenas apparente a contradição.

Citemos um notavel exemplo de crystal mimetico. É o que se nos offerece n'aquelle feldspatho potassico a que os mineralogistas dão o nome de *Microclina*. Os seus crystaes são compostos de individuos pertencentes ao systema triclinico. Estes crystaes ligeiramente observados parecem monoclinicos e constam de um grande numero de individuos juxtapostos parallelamente entre si e ao plano de composição que é a face do brachypinakoide $\infty \breve{P} \infty$ (de Naumann).

A apparencia monoclinica da *Microclina* fez que ella fosse reputada como orthoclase, uma das especies do grupo dos feldspathos, até que as observações de Des Cloizeaux decifraram o enigma, e demonstraram que o verdadeiro systema é o triclinico. A differença de propriedades opticas entre os dois mineraes attesta que os seus systemas são diversos, ainda que ellas sejam eguaes nas demais propriedades physicas e na sua constituição chimica.

Merece ainda mencionar-se como exemplo de crystaes mimeticos a *Chabasite* (um silicato hydratado de calcio e aluminio). Os crystaes d'este mineral apparecem com a fórma de rhomboedros, cujas faces são de tal maneira estriadas, que em presença d'esta estriação, se podem explicar como produzidas por faces de scalenoedros que successivamente se vão sobrepondo como em degraos. As observações de Becke induziram a ter n'este caso por simulado o systema rhomboedrico e a considerar os crystaes de *Chabasite* como compostos de muitos individuos pertencentes ao systema triclinico. Os tres angulos que deveriam ser eguaes, se a fórma fosse um verdadeiro rhom-

boedro, são pelo contrario deseguaes e de 83° 42′, 85° 32′ e 85° 5′. Cada crystal mimetico é formado de seis diversos individuos, que entre si se compozeram.

Um exemplo notavel de *mimése* ou arremedo do systema tetragonal se nos depara na *Apophyllite* (Ichtyophtalma, Andrada) cujos crystaes segundo as observações de Rumpf são compostos de muitos individuos monoclinicos.

Um caso notavel de *mimése* com simulação do systema tesseral mostra a *Leucite*. Este mineral que é um silicato de potassio e aluminio, é um producto vulcanico, encontrado nas lavas do Vesuvio. Apparece quasi sempre em fórmas arredondadas, que na disposição das suas faces imita a um icositetraedro tetragonal. Tão convencidos estavam os mineralogistas de que a *Leucite* realmente pertencia ao systema tesseral, que ao icositetraedro tetragonal deram a denominação antonomastica de *Leucitoedro*, e é por este nome que é designado por Quenstedt no seu *Handbuch der Mineralogie*.

Vieram porém as observações de Gerardo vom Rath e demonstraram que o crystal apparentemente unico de *Leucite* é uma composição de crystaes gêmeos, e por exactas medições dos angulos reconheceu este mineralogista que os angulos denunciavam uma fórma do systema tetragonal, e não do tesseral. Os que se representavam como faces todas homologas do icositetraedro pertencem realmente a dois grupos, um dos quaes, composto de oito faces tetragonaes pertence á pyramide de base quadrada e o outro, que consta de dezeseis faces caracterisa a pyramide de oito faces, ou ditetragonal.

Os crystaes de *Leucite* não constam ordinariamente de um só individuo, são quasi sempre formados de um numero extremamente consideravel de laminas mui tenues, que umas a outras se juxtapõe na disposição de crystaes gêmeos. Esta geminação apparece revelada por linhas parallelas desenhadas nas faces do crystal. Ás vezes porém

estas linhas não se manifestam, e cada face grande é formada por um grande numero da facetas, as quaes incidem entre si em angulos tão diminutos, que só por uma delicada observação se podem reconhecer.

Os individuos da *Leucite*, segundo as investigações ácerca das suas propriedades opticas por Mallard, parece pertencerem ao systema monoclinico.

Exemplo notavel de *mimése* depara-nos a *Perowskite*, um titanato de calcio. Apparece este mineral, que em a natureza não abunda, em crystaes cubicos ou em fórmas, que simulam combinações do systema tesseral. Os crystaes foram reconhecidos como mimeticos pelas investigações do mineralogista francez Des Cloizeaux, pelas do allemão Baumhauer e pelas do nosso compatriota o sr. Ben Saude, que d'este assumpto fez o assumpto da sua these para o doctorado em philosophia na universidade de Göttingen. Na superficie das faces do crystal as eminencias que n'ellas se levantam denunciam uma fórma prismatica como a dos individuos. Os phenomenos que a *Perowskite* manifesta quando as suas faces se submettem á acção corrosiva dos acidos induzem a julgar que é o monoclinico o systema crystallographico d'este mineral.

Citemos ainda a *Boracite*, mineral composto de acido borico, magnesio e chloro que apparece quasi geralmente em crystaes soltos, raras vezes em associações e que se encontram incluidos no gesso, na anhydrite, e em alguns outros mineraes. Os crystaes são de apparencia tesseral, (cubos modificados nas arestas e nos angulos tetraedros com truncaturas. As combinações appresentam fórmas hemiedricas. Nas faces dos crystaes observa-se claramente a estriação. Os individuos de *Boracite* ainda se duvida se pertencem ao systema rhombico como hemimorphos, ou ao systema monoclinico. Os phenomenos opticos, e desenho das figuras, que apparecem nas faces, quando são submettidas á acção corrosiva dos acidos demonstraram que a *Boracite*

não era tesseral e foi Mallard o primeiro a descobrir que a *mimése* existia nos crystaes d'aquelle mineral.

A *mimése* tem sido n'estes proximos tempos cuidadosamente estudada por Tschermak, Des Cloizeaux, Mallard, Becke, Rumpf, vom Rath, Baumhauer, Ben-Saude.

A *Harmotome* (silicato de alumina, baryta, potassa, agua) foi a principio considerada umas vezes como tetragonal, outras como rhombica. Des Cloizeaux fundando-se nos phenomenos opticos da *dispersão giratoria* (dispersion tournante) attribuiu-lhe o systema monoclinico, o que hoje se dá como certo.

III.—Composição stratiforme

200. **Composição stratiforme dos crystaes.**—Em muitos mineraes observa-se o phenomeno de que um grande crystal ou individuo é formado por um crystal ou corpo central, um nucleo, em volta do qual estão depostas em posição parallela muitas camadas ou estratos seguindo exactamente a fórma crystallina do nucleo. Umas vezes estas camadas são mais ou menos adherentes entre si, outras vezes porém é tão laxa a sua ligação, que sem grande esforço se podem separar. Entre ellas n'este caso existe uma camada intermediaria, de substancia pulverulenta, que serve de separação aos successivos estratos. Exemplo d'este phenomeno se depara na *Vesuviana*. É este mineral na sua composição chimica essencial um silicato de alumina, ferro, e cal, com pequenas quantidades de outras bases. E do Vesuvio, que è um dos logares onde se encontra, se derivou o nome do mineral. Crystallisa no systema tetragonal e é um dos mineraes que appresenta maior numero de fórmas simples e combinações. O mineralogista austriaco Zepharovitch numerou 46 fórmas simples e entre ellas 22 pyramides tetragonaes, e estes numeros ainda foram ac-

crescentados com mais algumas por Bücking, Korn, e Lewis. A *Pistazite* (assim chamada pela sua côr verde pistacio, uma das variedades do *Epidoto*) é outro exemplo do crescimento estratiforme ou em volta de um nucleo.

Em muitos crystaes a estratificação é denunciada pela circumstancia de que a massa interior e a externa appresentam duas côres differentes, separadas por direcções, que ou são parallelas a faces existentes realmente no crystal, ou á face de uma fórma possivel no mesmo mineral. Exemplos d'esta disposição particular appresentam a *Fluorina* (tesseral) a *Calcite* (hexagonal) a *Turmalixa* (hexagonal) a *Apatite* (hexagonal) (phosphato de cal n'umas variedades com chloro e n'outras com fluor) a *Baryta* (sulfato de bario), rhombica.

Na *Fluorina* apparecem hexaedros côr de mel com nucleo de um branco turvo, hexaedros amarellos de vinho com nucleo violaceo, hexaedros incolores com nucleo azul, hexaedros brancos com os angulos solidos violaceos. No *Epidoto* um envoltorio verde claro envolvendo um nucleo azul.

Estas apparencias demonstram claramente que durante a formação d'estes crystaes mudaram as condições em que elles se formaram, e que os limites que separam as côres representam interrupções na crystallisação, ou transições de uns a outros periodos na genese dos crystaes. As camadas exteriores tomaram então ou a fórma egual á do nucleo, ou uma fórma diversa da interior.

Esta composição estratiforme dos crystaes não se reconhece unicamente por observações macroscopicas, mas tambem e muito principalmente pelo exame microscopico. As differentes camadas denunciam-se então por uma disposição de differentes traços ou zonas cuja distancia se torna sensivel pelas differenças de tom na côr das camadas successivas ou pela interposição de corpos extranhos. Exemplos d'este phenomeno observam-se na *Augite*, na *Amphibole*,

Feldspatho, Granada, Leucite que entram como elementos petrographicos na composição das rochas. É inumeravel a successão d'estas camadas em muitos casos, e a sua tenuidade tão estrema que apenas medem poucos millessimos de millimetro. Assim n'uma secção de um crystal de *Augite* do comprimento de um millimetro se podem contar frequentes vezes até cem camadas que se sobrepõem e envolvem umas a outras.

Em muitos casos os diversos estratos são da mesma composição chimica. Em outros não menos numerosos o nucleo e as camadas são de differentes variedades distinctas na composição chimica e principalmente nos caracteres opticos. Tschermak deu a esta associação o nome de *estratificação isomorpha,* a qual se observa no *Feldspatho,* na *Augite,* no *Epidoto.*

Os crystaes estratiformes não são apenas compostos de estratos sobrepostos da mesma substancia mineral. Ha exemplos de crystaes formados d'esta maneira. Na parte exterior existe um individuo, que dá a fórma externa ao crystal, e que é como um envoltorio, que reveste o interior, composto de mineraes differentes do primeiro. A estes crystaes chamou Scherer *Perimorphoses* ou *Crystaes de nucleo* (Kern Krystal). O envoltorio ou revestimento exterior está em muitos casos reduzido a uma lamina extremamente tenue, de maneira que se pode comparar á *epiderme,* que reveste os tecidos interiores n'um ser organisado. Exemplo d'esta formação appresentam os crystaes de *Granada,* que se encontram inseridos na *Calcite granular* em alguns logares (Arendal, Auerbach, Moldowa).

Um phenomeno não menos notavel é o que offerecem os crystaes de *Feldspatho* descritos por von Dechen e inseridos no *Pechstein* da ilha de Arran (Escocia), em que se observam estratos de feldspatho extremamente delgados alternando com estratos de *Pechstein* vitreo (rocha amorpha semelhante na composição ao feldspatho e analoga á *Obsidiana).*

IV.—Crescimento regular de crystaes de substancias differentes

201. **Crescimento simultaneo regular de crystaes de substancias differentes.**—Não são sómente os crystaes ou individuos da mesma especie mineral, que apparecem naturalmente associados como nos crystaes gêmeos multiplos e polysyntheticos. Tão geral é a lei de associação no reino mineral, que ainda entre crystaes de diversos mineraes se realisa a associação regular, ou subordinada a leis geometricas. A naturesa depara-nos exemplares, em que dois ou mais individuos de differente substancia apparecem por tal maneira orientados um em relação ao outro, que tenham ao menos uma face parallela a uma aresta existente na mesma face. Exemplo d'esta composição é o que foi primeiramente estudado por Germar na *Disthene* azul e no *Staurolitho* vermelho acastanhado, em cujos crystaes associados uma face e um eixo são parallelos n'um e n'outro crystal. A *Disthene* ou *Cyanite* é um silicato de alumina tendo ás vezes uma parte d'esta substituida pelo oxydo de ferro. É triclinica e apparece quasi sempre em crystaes prismaticos mui alongados.

São notaveis as composições regulares de *Hematite* rhomboedrica e de *Rutilo* tetragonal, descriptas por Breithaupt. N'este caso pequenos crystaes de *Rutilo* apparecem implantados em um crystal maior de *Hematite* e de tal maneira reciprocamente orientados, que se realise o parallelismo entre o eixo principal e certas faces do *Rutilo* de uma parte, e os eixos secundarios e certas faces de *Hematite* da outra. Outro exemplo notavel d'estas aggregações heterogeneas é o dos crystaes de *Orthoclase* (monoclinica), taes como os de Baveno e da ilha de Elba, associados com pequenos crys-

taes de *Albite* (triclinica) em posição parallela, descriptos primeiro por Leopoldo von Buch. Uma associação semelhante é a dos crystaes de *Feldspatho* e os de *Quartzo* na especie de *Granito*, chamada *Granito graphico*, onde n'um grande crystal de *Feldspatho* apparecem implantados muitos individuos de *Quartzo*, de maneira que da associação resulte na superficie da rocha esta singular apparencia, d'onde se lhe derivou o nome, a qual consiste na delineação de traços, que imitam caracteres hebraicos. A *Marcasite* (sulfureto de ferro, crystallisando no systema rhombico) appresenta um exemplo notavel de semelhante associação. Os seus crystaes apparecem associados regularmente com os da *Pyrite* (sulfureto de ferro tesseral, com a mesma composição chimica da *Marcasite*) de maneira que a sua posição relativa está subordinada a leis geometricas segundo Sadebeck. O crescimento simultaneo realisa-se segundo uma de duas leis: a 1.ª que o eixo vertical e um eixo secundario da *Marcasite* coincidem com dois eixos principaes da *Pyrite*, 2.ª o eixo vertical da *Marcasite* coincide com um eixo principal da *Pyrite* e a brachydiagonal da primeira com o eixo secundario rhombico da segunda. D'esta correspondencia geometrica entre os crystaes de um e outro mineral, infere-se, como o notaram Kenngott e de Wöhler, que as duas especies de crystaes se formaram contemporaneamente. E é notavel como dois mineraes compostos dos mesmos elementos nas mesmas proporções, crystallisaram juntamente em dois systemas crystallographicos incompativeis, sem comtudo deixarem de obedecer a leis geometricas de orientação.

Podem citar-se ainda como exemplos de associações regulares de crystaes differentes as dos crystaes de *Amphibole* e *Pyroxene* (ambas monoclinicas), primeiro observadas por Haidinger e Gustavo vom Rath; as das differentes especies de micas, segundo Gustavo Rose. Uma das mais notaveis associações é a de crystaes de *Quartzo* com crystaes

de *Spatho calcareo*, em que uma face do rhomboedro R do *Quartzo* é parallela a uma do rhomboedro $-\frac{1}{2}R$ do *Spatho calcareo*, e a aresta de combinação entre R e ∞R no *Quartzo* é parallela á diagonal horizontal do rhomboedro $-\frac{1}{2}R$ no *Spatho calcareo*.

Estas associações regulares de crystaes de substancias differentes podem produzir-se artificialmente. Entre ellas merece memorar-se a que se obtem indroduzindo fórmas de lascado de *Calcite* n'uma solução saturada de nitrato de sodio. Nas arestas de *Calcite* apparecem em posição parallela, e dispostos em series, os rhomboedros do nitrato de sodio. Cumpre notar que este mineral é não sómente isomorpho como a *Calcite* mas com ella concordante nas propriedades physicas e opticas.

V.—Aggregações dos individuos mineraes

202.—O caso menos frequente na apparição dos crystaes é o de serem completamente delimitados, ou ao menos perfeitamente determinaveis quanto á fórma, e systema crystallino, por appresentarem ao menos uma parte do seu volume ainda inteiramante separado de outros individuos. O caso mais geral na natureza é o de que os individuos crystallinos apparecem em *associações* ou *aggregações*. Os individuos mineraes são pois essencialmente sociaveis, não só com os outros da sua especie, senão tambem com os que se podem representar como extrangeiros.

Tratemos em primeiro logar da associação ou aggregação de crystaes ou individuos pertencentes á mesma especie mineral.

a) A associação é pois a lei geral da natureza mineral, á qual os crystaes soltos ou implantados fazem apenas excepções comparativamente pouco numerosas. O estudo das associações ou aggregações é de extrema importancia na mineralogia, porque são as diversas fórmas de aggregação as que determinam e caracterisam as variedades compostas de cada especie mineral, e lhes dão um aspecto proprio e singular.

b) É facil antecipar, em vista do que já temos dito anteriormente, que na associação ou aggregação dos crystaes em maior ou menor numero para constituir um todo unico, se podem realisar tres casos distinctos em geral entre si, mas passando de uns a outros por successivas degradações de fórma e de grandeza nos crystaes.

c) Em primeiro logar os crystaes que se aggregam entre si, podem ainda ser distinctamente determinaveis, quanto á fórma e ao systema, e apparecerem livres em uma parte do seu volume, incompletos pelo contacto de uns com outros, mas ainda appresentando uma porção maior ou menor do seu corpo em plena liberdade. São n'este caso os individuos como se fossem membros da mesma communidade, ou povoação, ligados entre si por vinculos estreitos, porém conservando ainda uma parte da sua liberdade e existencia individual.

Em segundo logar, os individuos crystallinos, reduzidos a pequenas dimensões e mais ou menos deformados podem apparecer accumulados em grandes aggregações, deixando ainda claramente perceber que são crystaes imperfeitos, e perturbados no seu regular desenvolvimento pelo contacto de uns e outros tão estreito, que a nenhum deixou logar para uma completa formação.

Em terceiro logar os individuos podem ser de tão escassas dimensões e tão completamente deformados, que já não seja possivel reconhecel-os como crystaes.

As *aggregações* da primeira categoria são chamadas *aggre-*

gados crystallisados, as da segunda e da terceira denominam-se *aggregados crystallinos*. E segundo estes são de individuos ainda perceptiveis ou inteiramente indeterminaveis como fórmas separadas assim se appelidam *aggregados phanero-crystallinos*, ou *aggregados crypto-crystallinos*.

Dos individuos, que apesar da sua pequenez e deformação ainda se podem reconhecer como crystaes, uns são perceptiveis á vista desarmada, outros sómente se podem observar com o auxilio do microscopio. No primeiro caso os aggregados chamam-se *aggregados macrocrystallinos* (eudiagnosticos) e no segundo *microcrystallinos* (adiagnosticos). É facil deprehender que por uma extrema reducção nas dimensões, haverá forçosamente uma transição dos ultimos graus de microcrystallino até que o aggregado seja absolutamente cryptocrystallino e se apresente como um todo compacto, em que por modo algum seja praticavel o discernir elementos individuaes.

Nos aggregados phanerocrystallinos os individuos, principalmente quando são ainda de grandeza não muito reduzida, reunem-se entre si por superficies, que se chamam *superficies de composição*, e que em geral não são planas, antes são deseguaes, asperas, estriadas irregularmente, e n'estes casos se distinguem dos planos de composição regular, e dos planos de lascado.

Nos aggregados, ou sejam crystallisados ou crystallinos, distinguem-se duas fórmas geraes de aggregação. Se muitos individuos se reunem, da sua associação resulta um aggregado de primeira ordem, cuja fórma, posto que não egual, nem semelhante a uma fórma crystallina, tem comtudo ainda em muitos casos uma certa regularidade. Se muitos aggregados de primeira ordem, claramente distinctos uns dos outros, se reunem e associam, produzem um aggregado mais complexo, que se pode chamar de *segunda ordem*. Tal é, por exemplo, o caso, quando muitas fórmas de aggregações espheroidaes ou arredondadas se reunem entre

si intersectando-se, e dando origem a um novo aggregado, com fórmas geraes diversas, segundo é differente a disposição, em que apparecem reunidos os aggregados da primeira ordem. Ainda se podem comprehender e verificam-se realmente na natureza, *aggregados de terceira ordem.*

203. **Aggregados crystallisados.**—As associações de crystaes ou individuos cujas fórmas são ainda em grande parte visiveis, reduzem-se a duas categorias, o *grupo de crystaes*, e a *drusa de crystaes.*

204. **Grupo de crystaes.**—N'esta categoria de associação, os individuos, como crystaes distinctos uns dos outros, accumulam-se n'um espaço restricto em maior ou menor quantidade, subsistindo uns com outros em contacto e associando-se entre si de tal maneira, que ou não tem uma base de sustentação, ou sómente n'ella se apoiam por uma superficie mui pequena do aggregado. Quando esta associação irregular dos individuos se realisa, sem que haja como base de sustentação mais que alguns pontos e uns crystaes a outros se servem de apoio ou sustentaculo, e a base de sustentação é no centro da associação, a reunião dos crystaes é um *grupo livre.* Se porém o aggregado de individuos está apenas apoiado por uma pequena porção da superficie a um extranho sustentaculo, origina-se o que se chama um *grupo semi-livre* ou *semi-implantado.* Em um e outro *grupo* os individuos são necessariamente incompletos e mais ou menos deformados; os grupos livres formam-se como os crystaes soltos sem adherirem á matriz—formam-se como que fluctuando—taes são os de gesso na Argilla, os de neve no ar athmospherico.

a) Se os crystaes, que se reunem, se formaram sem base ou apoio de nenhuma substancia mineral, ha no interior do aggregado um ponto, que lhe serve como de centro, e contra o qual estão associados individuos e d'onde vão divergindo em varias direcções. Os aggregados de primeira ordem são então espheroidaes ou ellipsoidicos, e os de se-

gunda ordem são *botryoides*, ou em disposição de cachos, *reniformes* ou semelhando na superficie a de um rim, *tuberculosos*, *fasciformes* ou tomam configurações interiormente irregulares. O grupo chama-se então um grupo *livre* ou *isolado*.

b) Quando os individuos no grupo são crystaes implantados, ou depositados n'uma base ou alicerce da mesma, ou diversa substancia mineral, n'este caso o grupo, que então se chama *semi-livre*, fórma-se por uma parte da sua superficie n'um sustentaculo, e fica por este lado incompleto e como truncado.

O grupo semi-livre pode manisfestar fórmas semelhantes ás do grupo livre, e ser *espheroidal*, *botryoide*, *reniforme*, *tuberculoso*, ou irregular na sua conformação. Em todos os casos, em que é em certa maneira regular ou imitativa a fórma de aggregação, esta fórma distingue-se das que apresenta o grupo livre, em ser apenas figurado pela metade superior.

Quando os crystaes nos grupos estão mais ou menos deformados pelo seu contacto reciproco, e não estão conservadas as proporções normaes nas suas dimensões, segundo a deformação experimentada pelos individuos, podem resultar além das enumeradas, outras fórmas de aggregados.

α) A fórma do individuo deformado pode ser tal como já se notou em outro logar, que as suas dimensões sejam approximadamente eguaes, e o individuo appareça com a figura granular constituindo o que Naumann denomina o *typo isometrico*.

Os individuos n'este caso podem apparecer associados em series ou dando ao grupo a apparencia de degraus ou *escaliforme* e em muitos casos a figura arredondada, espherica ou hemispherica.

β) Se os crystaes no grupo são do *typo tabular*, os individuos acham-se dispostos de maneira que divergem não de um ponto, mas de uma linha, que serve como de eixo

ao aggregado. Os grupos n'este caso podem manifestar-se *cuneiformes, rotiformes* ou dispostos como uma roda, *amygdaloides, conicos, cylindricos* (aragonite), *pulvinados* ou em fórma de coxim. Quando os crystaes do typo tabular se dispõem em volta de um ponto central, dão origem a um aggregado da fórma de roseta, como se observa na *Hematite* (rosa de ferro de S. Gothard) e de Binnenthal (Suissa), ou de uma estrella, como no *Gesso*, em disposição de tufos como na *Malachite* e na *Aragonite*, ou em feixes como na *Desmina*.

γ) Quando os individuos são finalmente do *typo bacillar* grupam-se parallelos ou divergentes. Quando parallelamente juxtapostos constituem *grupos* em fórma de *feixes*, quando são divergentes os individuos aggregam-se ou como tufos e *madeixas*, ou tambem constituem fórmas *estrelladas espheroidaes, hemispheroidaes*.

205. **Drusas de crystaes.**—Uma *drusa* é um aggregado ou composição irregular, em que os diversos crystaes apparecem associados quasi sempre sem nenhuma ordem regular e determinada, apoiados em uma base ou alicerce commum, e juxtapostos uns a outros. Os crystaes que formam a drusa uma vezes nascem da base ou sustentaculo, de maneira que não são mais do que a parte crystallina da substancia mineral que lhes serve de supporte. Assim vemos muitas vezes que da *Calcite bacillar* ou *granular*, não crystallisada, mas sómente crystallina, se levanta sem nenhuma interrupção uma drusa de crystaes de spatho calcareo, e que uma base de *Hematite* granular sustenta, em continuação com a sua massa, um aggregado *drusico* de *Hematite* em crystaes. Tal é egualmente o caso em rochas compostas como o *Granito*, onde se observa muitas vezes que a massa termina superiormente por uma drusa de *Quartzo* e *Feldspatho*. Em um e outro caso a substancia, que constitue os crystaes da drusa é identica á da base ou sustentaculo. Casos ha, porém, e muito numerosos, em

que os individuos associados n'uma drusa, se apoiam sobre uma base de outro mineral, sem que entre esta e os crystaes exista continuidade, que não seja a puramente mechanica, cifrada na implantação. Tal é o caso das drusas de *Pyrite* n'um apoio de *Quartzo* e drusa de *Gesso* n'uma base de *Argilla*.

A fórma geral de uma drusa é sempre accommodada á figura do espaço delimitada pela base de sustentação. E por isso não raras vezes apparecem como puramente accidentaes e irregulares, outras vezes com regularidade.

São frequentes nas drusas as fórmas hemisphericas, reniformes, com figura de discos, de clavas, e as formas cylindricas ou conicas. As drusas resultantes de crystaes de uma solução que foi cahindo pouco a pouco em gottas constituem as que se chamam *Stalactites*, e d'ellas são exemplo classico as que se formam nas grutas e cavernas e nos cannos dos aqueductos. As drusas, que se produzem n'um espaço ou cavidade de figura espheroidal, ou arredondada, recebem a denominação de *geodes* ou *drusas occas*. D'esta qualidade se deparam no *Quartzo*, na *Natrolithe* (silicato de aluminio e sodio, rhombica), na *Chabasite* e na *Calcite*. Se os crystaes que se depositaram sobre uma base ou sustentaculo são pequenos, de grandeza egual, e entre si mui condensados, dão origem a uma *Crusta drusica*. Se a espessura é muito diminuta, realisa-se então uma *encrustação*, e se os crystaes são mui pequenos e a drusa é mui delgada, resulta uma *pellicula drusica*. N'estes dois ultimos casos, a crusta ou a pellicula podem revestir um crystal já existente, cuja fórma como que transparece por debaixo da sua extranha vestidura. Estas incrustações observam-se no *Quartzo*, na *Galena*, na *Pyrite* e nos crystaes de *Baryta*.

Quando naturalmente, ou por esforço extranho é possivel despegar da sua base a drusa, vê-se que na superficie interior apparece em ôcco a impressão do crystal. Estas im-

pressões tem sido consideradas como uma semelhança de *pseudomorphose*.

Distinguem-se, porém, das *pseudomorphoses* propriamente ditas em serem estas em relevo, emquanto as outras sómente figuram em ôcco a fórma de um crystal que lhes serviu de modelo.

Os individuos ou crystaes singulares, que entram na composição de uma drusa, estão ás vezes, posto que em casos pouco frequentes, dispostos de modo regular, ou todos elles se associam em posição parallela, ou se acham formando varias associações particulares em cada uma das quaes se observa o parallelismo dos crystaes. No maior numero de casos, e como regra geral, os individuos na drusa não guardam entre si nenhuma ordem regular.

206. **Fórmas dos mineraes crystallinos.**—Quando uma substancia mineral crystallisada sem que se dêem as condições que favorecem ou tornam possivel a producção de um crystal, approximado na fórma e na qualidade das faces ao typo geometrico, os individuos que então se depositam em grande quantidade, uns a outros se impedem de assumir a figura, que teriam se fossem constituidos sob o influxo das circumstancias, que facilitam a perfeita crystallisação. Os individuos tem ainda a apparencia crystallina, porém não as outras propriedades dos crystaes bem definidos.

Para elles usam Leonhard e alguns outros mineralogistas o nome de *Crystalloide*. Os individuos que se congregam entre si, com mui pequenas dimensões, dão origem ao que se chama um *mineral crystallino*. A associação de individuos, em que se não reconhece já uma fórma crystallina perfeitamente determinada, dizem-se *aggregados crystallinos*.

a) Os individuos que não poderam chegar a desenvolver-se completamente, nem passar de *crystalloides* a crystaes perfeitos, deveram certamente a sua imperfeição a ob-

staculos durante o processo da crystallisação. Podem estes consistir: 1.º na insufficiencia do espaço em que se operou a deposição dos pequenos crystaes; 2.º na intervenção de influencias exteriores, que perturbaram ou alteraram o meio em que elles se produziram; 3.º a grande celeridade, com que se fez a crystallisação. Ha todavia exemplos de mineraes, submettidos a condições completamente regulares, que nunca chegam a apresentar-se crystallisados, e só apparecem no estado crystallino. Tal é, por exemplo, aquella variedade de *Limonite* ou oxydo de ferro hydratado, a que os allemães dão o nome de *Brauner Glaskopf*, que apparece em massas fibrosas, muitas vezes com disposição radiada, ou em camadas concentricas, revestindo as paredes de cavidades e formando géodes. N'este caso, e em vista das experiencias feitas em crystallisações artificiaes pode admittir-se, que a substancia mineral não poude crystallisar em crystaes distinctos por que a solução d'onde se depositam os individuos imperfeitos foi alterada por mistura de alguma substancia extranha.

b) A maneira especial porque estes rudimentos de crystaes se reunem e compaginam entre si para constituir o *aggregado*, tem o nome de *textura*, e segundo as suas diversidades assim apparecem tambem variamente caracterisadas as massas crystallinas.

É claro que os individuos nos aggregados crystallinos podem appresentar differentes gradações na sua grandeza e manifestarem egualmente diversas modificações quanto á sua fórma.

E em primeiro logar com relação á grandeza, se os individuos apparecem em extremo pequenos, reduzidos a imperceptiveis dimensões, então a vista desajudada já não é capaz de discernir a *textura* do aggregado, o qual apparece então como *cryptocrystallino*. N'este caso appresenta-se como uma massa continua, sem nenhuma distincção de individuos. Diz-se então que o mineral é *compacto*. Se pelo con-

trario os individuos apparecem no limite superior da sua grandeza, continuando todavia a ser apenas crystalloides, pode succeder que na superficie do aggregado se manifestem visiveis os vertices ou pontas de crystaes, que em parte se formaram livremente, e cujas fórmas não são determinaveis porque não são sufficientes para uma determinação crystallographica as suas diminutas dimensões. O aggregado crystallino estabelece n'este caso uma transição para as associações propriamente crystallisadas, para a drusa, e para o grupo de crystaes.

Em segundo logar quanto á figura dos individuos, podem estes, como já se referiu anteriormente (α) ter egual crescimento no sentido das suas tres dimensões, e appresentam uma configuração arredondada; (β) ou cresceram quasi egualmente no sentido do comprimento e da largura, mas ficaram extremamente achatados na espessura, ou finalmente (γ) cresceram desproporcionalmente no comprimento, e ficaram encurtados quanto á largura e espessura. No primeiro caso os individuos apparecem como grãos e a textura é então *granular*, e n'esta se pode ainda segundo a grandeza dos grãos, distinguir a textura granular *grossa*, *meuda* e *fina* ou de *grão fino*. No segundo caso os individuos appresentam-se na fórma *tabular* e a textura é *laminar*, *folheada* e *lamellar*, e d'esta se distinguem algumas diversidades, segundo os individuos são laminas espessas, ou delgadas, rectas ou recurvadas, ou são em palhetas grandes e pequenas, ou em escamas grossas ou meudas.

No terceiro caso os individuos são em fórma bacillar e podem ser *bacillares espessos*, ou *bacillares delgados*, *fibrosos* em fibras *grossas* ou *finas*, *bacillares com disposição parallela*, de *fibras parallelas*, bacillares ou fibrosos radiados, ou finalmente bacillares ou fibrosos de disposição complicada ou emmaranhada.

Entre os aggregados crystallinos granulares, bacillares ou fibrosos e os mineraes compactos ha uma serie de tran-

sições, quando os grãos, as laminas, ou as fibras se tornam tão diminutas, que inteiramente deixam de poder observar-se á vista desarmada. Ainda n'este caso porém o microscopio pode revelar a textura do mineral, que apparece então granular, ou escamoso, ou fibroso de fibras entrelaçadas. N'estas circumstancias o mineral é apenas *compacto* tomada esta expressão relativamente á sua apparencia, a qual se manifesta á vista desajudada.

Na ordem ou categoria dos mineraes, em que se não podem reconhecer os individuos, ha além dos compactos outros que, apparecem como esponjosos ou como *porosos*, e d'estes ha exemplos na *Calcite*, no *Quartzo*, na *Dolomite*. Outros ha cuja textura é tão laxa que se desaggregam ao menor esforço, ou se desfazem em pó. Estes mineraes dizem-se então *friaveis* e d'elles são exemplo o *Kaolino* ou terra de porcellana, que por ser terroso, poroso, e plastico se emprega no fabrico da porcellana, misturando-o com a *Orthoclase* pulverisada, ou com o *Quartzo*. Egualmente é um mineral friavel a cré, variedade terrosa da *Calcite*.

Os mineraes crystallinos constam muitas vezes de estratos ou camadas, que se succedem umas a outras, manifestando que a massa mineral se foi formando por successiva deposição. D'esta maneira se formam mineraes que apparecem constituidos por camadas curvas e concentricas, como se observam principalmente na *Agatha*, na *Aragonite*, na *Calcite*, na *Limonite*. Quando a textura do aggregado é bacillar ou fibrosa, mas em disposição radiada, então as fibras ou elementos bacillares de uma camada continuam-se nas seguintes atravez de toda a massa. A textura é então simultaneamente *fibro-radial*, e *laminar concentrica*.

Os aggregados crystallinos revestem no seu conjuncto differentes fórmas. Umas vezes são esphericos ou mais ou menos arredondados. Tal é a fórma e disposição da variedade de *Calcite*, que tem o nome *Oolithe* (pedra de ovos), outras vezes os aggregados apparecem hemisphericos, porque os

individuos se depozeram primeiramente sobre uma base ou alicerce. Tambem se observam as *calotes sphericas*.

Os aggregados crystallinos podem tambem appresentar fórmas cylindricas, as mais das vezes com cylindros rectos, fórmas conicas ou serem claviformes. Ás vezes apparecem como cylindros ôccos ou são então fórmas *tubulares*.

Os aggregados crystallinos tem ás vezes uma disposição tal, que se estendem por uma superficie consideravel em comparação da espessura, que é pequena. Formam então *crustas, incrustações, coberturas* da base, ou da substancia mineral preexistente, a que vieram sobrepor-se. A sua superficie superior é ás vezes plana na sua direcção geral, outras vezes appresenta ondulações e curvaturas, e subordina-se á fórma da sua base. Quando o mineral extranho, sobre que se depozeram, é um crystal, as crustas appresentam-se externamente configuradas de maneira que imitam a fórma do crystal, e tem sido chamadas *pseudomorphoses de incrustação*. Se o crystal, que serviu de molde, veiu a desapparecer, a crusta observa-se ôcca inferiormente. Do mesmo modo se a base ou alicerce era uma drusa, que veiu a eliminar-se, a crusta offerecerá na parte inferior as impressões dos seus crystaes.

Nos aggregados crystallinos, cujos individuos são bacillares ou fibrosos, se a fórma geral do aggregado é espheroidal, os individuos estão dispostos na direcção dos seus raios, divergindo todos de um centro, e se a fórma é cylindrica, estão collocados perpendicularmente a uma linha que é o eixo do solido. Quando o aggregado é uma crusta os individuos estão situados em posição normal á base ou superficie em que se depositaram. Em alguns casos, porém, os individuos podem estar inclinados ao eixo. Tal é o caso em alguns aggregados d'aquella variedade de *Aragonite*, que os allemães chamam *Eisenblüthe* (flores de ferro) e que vulgarmente se conhece pelo nome de *Flos ferri*,

porque se encontra com frequencia em minas de ferro oxydado na Styria.

Entre os aggregados devem ainda mencionar-se os que se formaram em um liquido, que foi cahindo em gottas livremente. Estes aggregados são chamados *Stalactites* ou *fórmas stalactiticas* (do grego σταλάω, cahir ás gottas). A sua posição, como consequencia do seu modo de formação, é a vertical.

Aos aggregados microcrystallinos, e cryptocrystallinos pertencem outras fórmas, que affectam varias disposições e se observam nos metaes nativos, principalmente no oiro, na prata, no cobre, no bismutho, e em algumas combinações metallicas, sulfureto de prata (*Argentite*) e no arsenieto de cobalto (*Smaltina*). Estes aggregados, de que fallamos, guardam na sua fórma e disposição uma notavel correspondencia com a fórma crystallina d'estas substancias mineraes. Realisam-se quasi sempre entre individuos do systema tesseral, ou de individuos de outros systemas, em que se possa realizar approximadamente a egualdade das dimensões ou o *typo isometrico* dos crystaes. Os individuos ficam então dispostos linearmente e em serie, e n'estas estão em posição parallela ou compostos regularmente segundo as leis dos crystaes gêmeos. Se os crystaes, de que se formam estas series são extremamente diminutos, originam-se então as *fórmas capillares*, *filiformes*, ou em *arame*. Se muitas das series se reunem para formar um aggregado de segunda ordem, e se dispõem parallelamente a um eixo, ou no mesmo plano em duas ou muitas direcções, ou no espaço segundo as suas tres dimensões, resultam as *fórmas denticuladas, plumiformes, folheadas, laminares, ramificadas, funiculares*. Em todos estes aggregados se reconhece uma regularidade crystallographica na juxtaposição dos individuos.

Entre as fórmas dos aggregados crystallinos são notaveis, as que se chamam *dendrites* ou *fórmas dendriticas* pela se-

melhança que figura a de uma arvore ou de um arbusto variamente ramificado. Ás vezes, quando os individuos se entrelaçam e diffundem em uma superficie, o aggregado imita um féto com as suas folhas delicadamente recortadas. As *dendrites* são notaveis no cobre, no estado nativo, e em varios mineraes de manganesio. N'estes aggregados os crystaes dispõem-se segundo as leis que presidem á composição parallela, ou á composição regular em crystaes gêmeos.

207. **Fórmas de aggregação por sobreposição repetida.**—É frequente observar que os aggregados já descriptos sejam produzidos por uma repetição de aggregações quando sobre a superficie exterior de um aggregado, que primeiro se formou, veiu depositar-se como crusta ou incrustação um segundo aggregado, que reproduz mais ou menos exactamente a fórma do primeiro. A esta segunda aggregação pode sobrepor-se uma terceira e muitas outras em seguida. A separação entre as differentes camadas, ou *cascas*, dispostas concentricamente como as de um bolbo, ou de uma cebolla, ou se conhece por uma perceptivel solução de continuidade, ou porque de uma a outra camada se manifesta uma variação de côr. D'esta maneira se produzem *fórmas espheroidaes, hemisphericas, calotes espheroidaes*, em que se observa uma estructura de camadas concentricas, fórmas *cylindricas, claviformes*, com superficies curvas de separação entre as camadas, e tambem *crustas* e *incrustações* em superficies curvas ou planas.

Quando os novos aggregados espheroidaes que se formam não se conjugam com um primeiro, por sobreposição, antes ficam situados unidos uns a outros variamente, resultam d'este modo de aggregação as figuras *botryoides, reniformes, oolithicas, pisolithicas*, segundo são de maior ou menor volume os aggregados de primeira ordem, que se reunem uns aos outros. As fórmas *oolithicas* em que a textura semelha a das ovas dos peixes apparecem com frequencia em certos mineraes, principalmente na *Calcite*. As

fórmas chamadas *pisolithes* litteralmente (de πισον) *pedras de ervilha*, encontram-se egualmente na *Calcite* e na *Aragonite*, como deposito produzido em algumas fontes d'onde a agua brota á temperatura ordinaria.

As aggregações de segunda ordem realisam-se tambem entre os aggregados de primeira ordem onde os individuos apparecem em fórmas longitudinaes. N'este caso os aggregados primarios reunem-se parallelamente, constituindo systemas parallelos de cylindros, e outras formas arredondadas, porém não espheroidaes. Os aggregados de fórma conica compõe-se uns com os outros e dão origem a aggregados de segunda ordem, em fórma de gomos ou gemmas de vegetaes, em fórma de ramalhetes, etc.

As fórmas stalactiticas combinam-se entre si em aggregados de segunda ordem, que se podem chamar *grupos* e *drusas de stalactites*, e em que os aggregados microcrystallinos e cryptocrystallinos se reunem segundo as mesmas disposições que se observam nos *grupos* e *drusas de crystaes*.

208. **Aggregados formados em espaços limitados.**—Muitos aggregados crystallinos formam-se circumdados por todos os lados de substancia mineral extranha. N'este caso uns foram formados ao mesmo tempo que o mineral circumdante, outros depozeram-se em cavidades existentes em um mineral extranho, e não raro contém no seu interior cavidades, onde poderão depositar-se drusas de crystaes. É nas cavidades e nas fendas das rochas, que estes aggregados não livres se formaram e os individuos de tal maneira ficaram impedidos no seu desenvolvimento que não poderam tomar as fórmas de verdadeiros crystaes, ou ao menos fórmas semelhantes ás dos aggregados livremente produzidos. O aggregado é pois obrigado a amoldar a sua fórma á do espaço em que se originou, o qual sendo quasi sempre irregular, a communica do mesmo modo ao aggregado.

Ás vezes em logar de um aggregado pode ter-se formado um individuo dentro do espaço limitado. A sua producção em um recinto estreito pode obrigar o individuo a tomar uma fórma irregular, umas vezes arredondada, outras vezes alongada, outras achatada. N'este caso originam-se os que Naumann chama *grãos individualisados* ou *massas individualisadas*, segundo os individuos são pequenos, ou de grandeza mui consideravel. A qualidade de individuo unico reconhece-se pelo lascado, que n'elle se observa.

Os aggregados, que se formam em espaços limitados, quando o espaço tem uma dimensão mui resumida em relação ás outras duas, são de fórmas achatadas e extensas superficialmente e podem ser *placas* ou *laminas*, *camadas*, *veias* ou *veios*, *brechas* e *efflorescencias*; estas foram depositadas como laminas mui delgadas, ou como membranas em fendas quasi fechadas, e apparecem realisadas nos metaes nativos, tendo intima relação com as fórmas dendriticas.

Quando os espaços limitados são redondos, o aggregado toma uma fórma espheroidal, como se observa em os *nodulos de Agatha*.

Os aggregados microcrystallinos, que não se incluem em nenhuma das categorias já descriptas, dizem-se *compactos*. Se a massa mineral n'este caso é de grandeza mui diminuta, dizem-se então *disseminados*, ou espalhados em granulações em uma rocha.

O mineral, onde apparece o que enche as suas cavidades, ou sobre que se appresentam os compactos e disseminados, é muitas vezes differente do segundo, como acontece com a *Pyrite* ou o *Quartzo* no schisto argilloso, outras vezes é de identica substancia, como se vê no calcareo granular que apparece sobre o calcareo compacto. Todas estas fórmas, que se originam em espaços limitados são chamadas por alguns mineralogistas *fórmas emprestadas*.

Ha finalmente a considerar as *fórmas accidentaes*, em

que certos mineraes se apresentam, e são devidas a uma acção puramente mechanica, ou á influencia dos agentes exteriores. Taes são os fragmentos de seixos, ou calhaos rollados, areias, pó mineral. D'estes elementos se formam muitas vezes novas aggregações que constituem massas compactas, onde se pode descobrir que são compostas de fragmentos agglutinados, ou que são mineraes *clasticos*.

209. **Fórmas de mineraes amorphos.**—Estes mineraes são gazosos, liquidos, ou solidos. Os gazosos não tem fórma determinada. Nos liquidos só ha uma fórma caracteristica, a de gottas, quando suspensas, ou cahindo em pequenas porções. Os mineraes amorphos solidos offerecem fórmas semelhantes ás dos crystallinos, taes como fórmas espheroidaes, hemisphericas, botryoides, reniformes, cylindricas, tuberculosas, incrustações onduladas, e diversas combinações d'estas fórmas. Em muitos casos observa-se n'ellas uma composição por estratos, ou camadas que denunciam successivas deposições da substancia mineral. É claro que não sendo as massas amorphas compostas de individuos, não podem apresentar *textura*. É facil por esta ausencia de textura reconhecer que o mineral é amorpho. A fractura o denuncia quasi sempre como tal. As faces de fractura são irregulares, de diversas curvaturas, e mais ou menos brilhantes, como succede no vidro, ou na resina, differençando-se n'isto dos mineraes compactos, em que apenas ha vestigios de textura, mas que mostram não serem amorphos, porque são baças as suas superficies de fractura. Se a fractura só por si não pode distinguir em alguns casos se o mineral é ou não amorpho, então as propriedades opticas, na observação microscopica, poderão auxiliar o mineralogista na solução d'esta duvida.

Os mineraes amorphos, que se depõem em espaços limitados assumem a fórma de placas e de veios, de massas tuberculosas, e arredondadas, botryoides, reniformes, ou apparecem compactos ou disseminados; outras vezes for-

mam impregnações em um mineral crystallino e dão-lhe a apparencia de um mineral amorpho. Exemplos de mineraes amorphos são a Opala e os vidros naturaes, taes como a Obsidiana, a Rhyolithe, etc.

VI.—Pseudomorphoses

210.—Entre todas as fórmas simuladas que os mineraes podem revestir, nenhumas são por certo mais notaveis e mais dignas da attenção do mineralogista do que as chamadas *pseudomorphoses* ou *fórmas falsas* dos mineraes.

Já vimos que os mineraes imitam ou copiam frequentemente fórmas crystallinas, não pertencentes ao systema crystallographico, que lhes é particular. Tal é o caso, quando um crystal pela sua deformação parece representar uma fórma crystallina diversa da verdadeira, ou por ser uma composição de muitos individuos toma enganosamente a apparencia de um unico individuo, e se mostra pela pseudosymmetria e pela mimese como pertencendo a um systema, em que não pode ser incluido, quando é examinado com mais cautelosa observação.

As *pseudomorphoses* distinguem-se porém das fórmas *pseudosymmetricas* e dos *crystaes mimeticos*, em que uns e outros são crystaes ou composições de crystaes, em quanto nas *pseudomorphoses* não sómente a fórma total é contradictoria com o systema peculiar da especie mineral, onde apparece, mas tambem a que se nos affigura uma fórma regular é apenas um aggregado crystallino, ou a fórma emprestada e accidentada de um mineral amorpho.

A *pseudomorphose* é pois manifestada por um mineral, quando elle, sem constituir um crystal verdadeiro, offerece todavia a apparencia e a *fórma* unicamente *exterior* de uma

differente especie mineral. E dizemos que sómente nos apresenta a *fórma exterior*, porque a sua estructura, ou *fórma interior* é com poucas excepções totalmente contradictoria com a que haveria de revelar-se, se o crystal fosse genuino e verdadeiro.

Nas *pseudomorphoses* a substancia mineral não apparece inicialmente com a fórma que representa, antes a sua figura foi *emprestada* por um verdadeiro crystal preexistente, que lhe serviu de *fôrma* ou *modêlo*. A pseudomorphose é pois uma verdadeira *modelação*, quasi diriamos uma esculptura, em que n'um certo mineral se arremeda e imita litteralmente a figura do crystal preexistente. O processo que produz a *pseudomorphose* é semelhante áquelle porque se enche de gesso, ou de um metal fundido um molde, que representa um busto, ou uma estatua, em que do organismo retratado sómente apparecem as fórmas exteriores, sem que para a imagem se traslade no minimo ponto a intima estructura do corpo imitado pela arte. Assim quando um aggregado de argilla apparece com a fórma cubica do sal gemma, a argilla tem com a materia e a estructura do mineral imitado tanta semelhança como a argilla, o gesso, o marmore ou o bronze de um busto ou de uma estatua tem com a pessoa, cujas fórmas se figuram na substancia mineral.

Nas pseudomorphoses conserva-se a fórma do crystal preexistente de maneira, que não sómente se observa a configuração geral, mas ainda os angulos nas arestas tem, com pequenissimas variações, valores eguaes aos que pertencem á fórma inicial. Assim por exemplo em pseudomorphoses de *Serpentina* com a fórma de crystaes de *Olivina* foram pelo mineralogista austriaco Haidinger observados angulos de grandeza egual proximamente á dos que se medem n'este ultimo mineral. Pseudomorphoses de *Malachite* (carbonato de cobre, monoclinico) com a bella côr verde caracteristica d'esta especie, revestindo fórmas crystallinas da

Atakamite ($Cu_2ClH_3O_3$, do systema rhombico) mediram nas observações de Tschermak e do mineralogista russo Kokscharow, angulos com pequena differença, concordantes com os angulos do original.

Não sómente a fórma externa dos crystaes se conserva na pseudomorphose. Tambem a ellas se trasladam os accidentes das faces, as estrias, os desenhos, as varias delineações. Assim succede nas pseudomorphoses de *Limonite* (oxydo de ferro hydratado), em fórmas crystallinas de *Pyrite*, e nas pseudomorphoses de *Steatite* (silicato hydratado de magnesia), com a fórma dos crystaes pyramidaes de *Quartzo*, onde apparece conservada a mais delicada estriação das faces do prisma.

A textura geralmente observada nas pseudomorphoses é desde compacta até granular de grão fino, ou a textura folheada, ou a fibrosa de fibras entrelaçadas. A textura de grão grosso ou de fibras ou laminas parallelamente situadas é mais raras vezes observada, e constitue um phenomeno notavel, porque demonstra que a substancia que tomou a fórma do crystal preexistente, não se limitou apenas a assumir externamente uma figura alheia, mas ficou tendo uma textura de tal modo regular, que os individuos ou crystaes, agora convertidos em fibras ou laminas, obedeceram na sua associação a uma lei de perfeita regularidade, conservando parallelos os seus eixos. A taes pseudomorphoses, em que este parallelismo apparece realisado attribue o mineralogista Scheerer, cujos trabalhos ácerca das pseudomorphoses são por extremo notaveis, o nome especial de *Homoaxes*, dando a todas as outras, em que os individuos se manifestam sem nenhuma ordem regular a denominação de *Heteroaxes*.

O processo de metamorphose nas pseudomorphoses *Homoaxes* foi tão regular que muitas vezes da substancia primitiva apesar de alterada, se conservou mais ou menos perfeitamente o lascado que lhe competia. E d'este modo o

crystal pseudomorphico, além da fórma externa, ainda manifesta os vestigios mais ou menos evidentes da estructura primordial. Assim nas pseudomorphoses de *Bastite* (variedade de *Serpentina*) na fórma rhombica da *Bronzite*, se pode ainda observar o lascado particular a esta especie.

Uma pseudomorphose pode constar de uma só especie mineral. Ha casos porém, em que á substancia predominante está associada uma pequena porção de outro mineral. Observam-se tambem pseudomorphoses, que são constituidas pela mistura de duas ou mais especies mineraes.

Para designar uma pseudomorphose é necessario empregar conjunctamente o nome do mineral, de que ella consta actualmente, e o da substancia, cuja fórma se conserva no exterior. Blum a quem se deve a obra mais completa sobre pseudomorphoses propoz, e é hoje adoptado geralmente, o designar em primeiro logar o nome da substancia actual e logo depois o do mineral primitivo, separando-os, por uma preposição que em allemão é a particula *nach* que em nossa linguagem pode ser o vocabulo *segundo* ou *em*. Assim uma pseudomorphose cuja substancia presente é a *Serpentina* e a fórma do crystal a da *Olivina*, dir-se-ha pseudomorphose de *Serpentina em* ou *segundo Olivina*. E de egual modo havemos de dizer pseudomorphose de *Bastite em Bronzite*, pseudomorphose de *Steatite em* ou *segundo Quartzo*, etc.

A maneira porque um crystal primitivo se vae transformando, quanto á materia de que é composto, appresenta differentes variações. Casos ha, em que é possivel observar a successão d'este phenomeno, e as phases diversas, porque foi passando. É principalmente com o auxilio do microscopio, que se torna mais facil proseguir n'estas investigações. A metamorphose procede ordinariamente do exterior para o interior. Se a transformação apenas se operou nos estractos mais externos do crystal, pode succeder que no seu intimo subsista ainda um *nucleo*, ou uma

parte do crystal, que não padeceu nenhuma alteração. A transformação pode effectuar-se de maneira que não siga nenhuma ordem regular, ou segundo superficies curvas, que delimitem as camadas successivas ou proceder regularmente separando-se os estratos por meio de planos. Tal é o caso dos crystaes rhomboedricos de *Carbonato de ferro* (*Siderite*) transformados em *Limonite*, ou nos crystaes de *Pyrite* convertidos em *Göthite* (oxydo de ferro hydratado, rhombico).

Uma especie de pseudomorphose mui notavel é aquella em que as camadas da substancia não estão em contacto immediato com o *nucleo* mas entre ellas medeia um curto espaço. Pode mesmo acontecer que o nucleo haja totalmente desapparecido, antes que o novo mineral tenha chegado ao interior do crystal, e n'este caso resultará uma *pseudomorphose ôcca*. Em alguns casos o novo mineral tendo formado as camadas exteriores insinua-se pelas fendas interiores pequenissimas do crystal, as quaes seguem ordinariamente a direcção do seu lascado. D'esta maneira produz-se no interior do crystal uma disposição reticulada. Tal é o caso que ao microscopio se observa nos crystaes de *Olivina* transformados em *Serpentina*.

Ainda que a transformação principia quasi sempre do exterior para o interior do crystal, pode tambem seguir um processo inverso. É o que se nota em muitos crystaes de *Feldspatho*, que nos seus estratos mais externos ainda conservam a sua constituição primitiva, emquanto que no interior apparece substituida por uma materia terrosa, que é provavelmente o *Kaolino*, resultado da decomposição do *Feldspatho*.

O modo ou processo particular, que se suppõe a natureza empregou para produzir as *pseudomorphoses*, as tem feito distinguir pelos mineralogistas em diversas categorias:

1.° Segundo a doutrina de Naumann o primeiro processo

consiste em que o espaço desoccupado por um crystal preexistente, veiu a ser o logar onde se amoldou ou insinuou uma nova substancia mineral, cujas superficies de limitação ficaram sendo os planos correspondentes ás faces do crystal. Ás *pseudomorphoses* produzidas por este processo chama Naumann, *pseudomorphoses hypostaticas.*

2.º O segundo processo consiste em que a substancia mineral que estava crystallisada n'uma fórma preexistente, se transformou em um novo composto chimico differente do primeiro na constituição material ou sómente na molecular, sem mudança ou variação da fórma externa, a qual fica sendo emprestada e incompativel com o systema crystallographico da nova especie mineral. Estas pseudomorphoses tem segundo Naumann, a denominação de *metasomaticas.*

As *pseudomorphoses hypostaticas* dividem-se na classificação de Naumann, em *pseudomorphoses exogenes*, *endogenes*, e *amphigenes*. As primeiras chamadas *pseudomorphoses de involução* ou de *incrustação* fórmam-se de dentro para fóra ou partem das faces do crystal preexistente para a parte exterior. As segundas, tambem chamadas de *repleção* formam-se *de fóra para dentro*. As *amphigenes* finalmente participam simultaneamente dos dois modos de formação.

As pseudomorphoses, segundo a mais racional classificação podem distribuir-se em duas grandes categorias: *A*) *Pseudomorphoses mechanicas*, *B*) *Pseudomorphoses chimicas.* Nas primeiras desapparece por uma acção physica a materia do crystal e o espaço que elle deixou desoccupado, serve para accommodar a nova substancia mineral. Nas segundas o mineral primitivo experimentou uma tal transformação que cada uma das suas moleculas foi sendo lentamente substituida por uma molecula correspondente do novo mineral.

A) As *pseudomorphoses mechanicas* podem originar-se ou pelo deposito do novo mineral sobre as faces de um crystal preexistente, de maneira que sobre suas faces se accumulem camadas do novo corpo constituindo um verdadeiro

aggregado, com a fórma imitativa do crystal interior, ou pode o novo mineral encher o espaço deixado vasio pela destruição ou remoção do crystal preexistente. No 1.º caso chamam-se *pseudomorphoses de involução,* ou de *incrustação.* No 2.º *pseudomorphoses de repleção.* Estes generos de pseudomorphoses são mais raros que os das pseudomorphoses chimicas.

Pseudomorphoses de involução ou de incrustação. Se um mineral se deposita como aggregado crystallino sobre as faces de um crystal, de maneira que se amolde exactamente á sua fórma externa, apparecerá como pseudomorphose de *involução,* comtanto que a incrustação seja de mui pequena espessura e constituida por um mineral microcrystallino, cryptocrystallino ou amorpho. Muitas vezes, apesar de que se ajusta a incrustação ás faces planas do crystal, apparecem comtudo as faces da *pseudomorphose,* asperas, drusicas, granulares, e mesmo reniformes, e n'este caso só a fórma geral do individuo primitivo apparece grosseiramente representada. Muitos mineralogistas não consideram modernamente como pseudomorphoses estas incrustações.

Se o crystal, que serviu de nucleo a uma tal pseudomorphose, veiu por alguma causa a remover-se no todo ou em parte do interior da pseudomorphose, é evidente que dentro d'ella ficará um espaço desoccupado, que representará em ôcco, ou em molde a fórma do crystal.

Pseudomorphoses de repleção. Se, porém, n'esta fórma se deposita uma nova substancia mineral, que a encha totalmente, ou só em parte, como succede nos casos mais frequentes, então no interior da pseudomorphose de incrustação apparece uma pseudomorphose de *repleção,* que muitas vezes vem terminar em uma drusa de crystaes ou n'uma drusa stalactitica. N'este caso temos figurada a coexistencia de uma pseudomorphose *exogene* e de uma pseudomorphose *endogene,* ou de uma pseudomorphose de *involução,* a primeira que se formou, e uma pseudomorphose de *repleção,*

que foi a ultima na ordem chronologica. O conjuncto d'estas duas formações é uma *pseudomorphose amphigene.*

Quasi sempre são da mesma especie mineral as duas pseudomorphoses conjugadas. Não é raro, porém, que sejam constituidas por differentes variedades da mesma especie mineral. O serem as duas pseudomorphoses ou as duas *metades* da *pseudomorphose amphigene* devidas a especies mineraes distinctas é caso muito raro.

Segundo Kenngott, podem estas pseudomorphoses com propriedade ter o nome de *pleromorphoses* (de πληρόω, encher, e μορφώσις, acção de formar). As pseudomorphoses de *repleção* constituem um phenomeno raro, e a sua existencia tem sido posta em duvida, ou negada abertamente por alguns mineralogistas. Naumann empenha-se em demonstrar que existem realmente e que o seu processo apesar de nimiamente complicado não é impraticavel. O que é porém verdade é que o papel, que estas pseudomorphoses representam em a natureza, não tem a importancia que se attribue com fundada razão ás *pseudomorphoses de transformação* ou *metasomaticas*, de Naumann.

As *pseudomorphoses de repleção* podem explicar-se, sem que seja necessario admittir em todos os casos, que a substancia do crystal fosse totalmente removida antes de se depor o novo mineral, que constitue a pseudomorphose. É plausivel imaginar que em certas circumstancias a materia do crystal foi successivamente sendo substituida á medida que se ia pouco a pouco depositando o novo mineral. D'esta maneira cada molecula da substancia pseudomorphica iria tomando o logar de uma molecula inicial e assim por um processo lento e regular, toda a substancia do crystal preexistente se acharia substituida pelo novo corpo, sem que a fórma externa padecesse a minima alteração. N'este caso em vez de uma *pseudomorphose de repleção* propriamente dita, se produziria uma pseudomorphose de *substituição molecular* (*Verdrängungs-Pseudomorphose*).

Pseudomorphoses de transformação. O processo da apparição de uma substancia em logar de outra pode ser de duas maneiras: a 1.ª é a que fica explicada, quanto ás pseudomorphoses de *substituição molecular*; a 2.ª realisa-se, quando não é apenas a substancia mineral primitiva que molecula a molecula vae desapparecendo e sendo logo substituida por moleculas correspondentes de um novo mineral, mas quando uma especie mineral se converte realmente em outra differente por uma alteração mais ou menos profunda na sua estructura e constituição.

A pseudomorphose de transformação ou metasomatica, é pois aquella que resultou pela metamorphose de um mineral verdadeiramente crystallisado em outro que é apenas crystallino, ou mesmo amorpho, com perfeita conservação da fórma exterior que existia anteriormente.

A metamorphose pode ser: 1.º apenas haja transformação substancial, ou 2.º na mais ou menos completa variação e mudança na constituição chimica da substancia primitiva. No 1.º caso resulta o que tem propriamente o nome de *paramorphose*. No 2.º caso temos uma verdadeira *pseudomorphose de transformação* (*Veränderungs-Pseudomorphose.*)

Ordinariamente a substituição da substancia primitiva do crystal não é completa. No maior numero de casos a substituição é apenas parcial, havendo sómente mudança de alguns elementos dos que entravam na constituição chimica da primitiva especie mineral.

B) A mais importante e mais geral categoria de pseudomorphoses é a das que são chimicamente produzidas. A classificação mais plausivel d'estas pseudomorphoses é, segundo Schrauf, a seguinte: I. Pseudomorphoses produzidas sem nenhuma alteração na constituição material do crystal primitivo; II. com mudança parcial na substancia mineral; III. com total transformação de uma em outra substancia.

I. *Pseudomorphoses sem alteração substancial* são aquellas,

que se produzem tomando a materia do crystal um novo arranjo molecular, e por consequencia uma nova estructura e constituindo um segundo estado de um mineral *dimorpho*. Estas pseudomorphoses recebem geralmente o nome de *paramorphoses*. N'este caso succede que a materia do crystal primitivo passa de uma situação de equilibrio molecular *instavel* a uma de equilibrio *estavel*. O crystal primitivo transformou-se n'um aggregado microcrystallino da substancia dimorpha com a primeira. Exemplos de *paramorphoses* é o do crystal monoclinico de *Enxofre*, que sendo fundido passa a aggregado crystallino de crystaes rhombicos, quando se deixa resfriar ou se humedece com sulfureto de carboneo; a fórma monoclinica permanece no exterior: Um crystal rhombico de *sulfato de nikel*, exposto á luz em vaso fechado transforma-se n'um aggregado de pyramides tetragonaes. Podem ainda citar-se as pseudomorphoses de *Calcite em Aragonite*, de *Amphibole* (monoclinico) em *Augite* (monoclinico).

As paramorphoses, segundo a definição de Scheerer são «a coexistencia de ambas as fórmas de uma substancia dimorpha no mesmo crystal».

II. Quando a pseudomorphose é produzida pela transformação parcial da substancia primitiva, diz-se *pseudomorphose de transformação*. N'estas a transformação pode realisar-se, segundo a doutrina de Landgrebe, *a*) pela *perda*, *b*) pela nova *admissão*, ou *ganho*, *c*) pela *troca* de elementos.

a) Pela perda: pseudomorphose de *Antimonio* na fórma rhombica, do Oxydo de antimonio pela perda do oxygenio: Cobre (tesseral), na *Cuprite*, oxydo de cobre, (tesseral).

b) Pela admissão ou ganho: Exemplos: *Gesso* (CaO, $SO_3 + 2HO$, monoclinico) em *Anhydrite* (CaO, SO_3, rhombico); *Malachite* ($CuO\,CO_2 + CuO\,HO$, monoclinico) em oxydo de cobre (*Cuprite* Cu_2O, tesseral). Principios ganhos são geralmente *Oxygenio, Agua, Acido carbonico.*

c) Por troca parcial de elementos ou de compostos bi-

narios. Exemplos d'isto são entre muitos outros: oxydo de antimonio (SbO_3, rhombico), em *Antimonite* (sulfureto de antimonio Sb^2S_3, rhombico), *Calcite* (CaO, CO_2, rhomboedrico), em *Anhydrite* (CaO, SO_3, rhombico), *Gesso* (CaO, $SO_3 + 2HO$ monoclinico), em *Calcite* (CaO, CO_2, rhomboedrico), *Baryta* (BaO, SO_3, rhombico), em *Witherite* (BaO, SO_2, rhombico).

É facil comprehender que pela continuação do processo de troca, a pseudomorphose poderá vir a converter-se em outra em que se realisa uma profunda transformação chimica. N'este caso a pseudomorphose pertencerá á terceira categoria.

III. Por uma profunda mudança de constituição chimica. N'este caso as pseudomorphoses dizem-se de *deslocação* (Verdrängungs-Pseud.) e seria mais plausivel denominal-as por *completa substituição*. N'estas a substancia primitiva apparece substituida por outra inteiramente diversa e que da primeira se não pode distinctamente derivar. Estas pseudomorphoses podem em alguns casos imaginar-se como resultantes de um rapido processo de dissolução da substancia primitiva e de simultanea deposição da nova materia mineral. N'este caso a differença de solubilidade entre as duas substancias poderia explicar a producção da pseudomorphose. A que parece ter, porém, mais geral explicação, é a de que a substancia primitiva se foi convertendo lentamente em o novo mineral por um processo chimico de substituição molecular. A passagem da pseudomorphose por troca parcial por duas ou mais phases successivas poderia explicar como do primitivo corpo não restasse no ultimo estadio um só elemento primordial.

Como exemplos de pseudomorphoses por *deslocação* ou *substituição total* podem citar-se entre muitos, a *Limonite* (não crystallisada, mas crystallina, fibrosa) em *Calcite* (rhomboedrica) e em *Cuprite* (oxydo de cobre, tesseral), *Calcedonia* em *Calcite*, *Hematite* (oxydo de ferro, rhomboedrico) em

Calcite, *Azurite* (carbonato de cobre, monoclinico) em *Dolomite* (carbonato de calcio e magnesio, rhomboedrico) *Malachite* (carbonato de cobre, monoclinico) em *Calcite* (rhomboedrico).

A classificação das pseudomorphoses varia segundo o modo particular, porque diversos mineralogistas as consideram. Haidinger divide-as em *Anógenes* e *Catógenes*. Dana reparte-as em pseudomorphoses de *incrustação*, de *deslocação*, de *infiltração*, por *alteração chimica*, e por *allomorphismo* ou *dimorphismo* (paramorphoses). Podem ainda citar-se as classificações de Scheerer, de Quenstedt: *Paramorphoses;* por *perda*, por *admissão*, por *troca*, as chimicas, de *repleção*, e de *involução*, as mechanicas.

Resta ainda dizer que as pseudomorphoses tem sido em muitos casos imitadas pelos processos de laboratorio com grande utilidade para o conhecimento da maneira porque o phenomeno deve provavelmente realisar-se em a natureza.

211. **Fórmas organicas ou petrificações.**— Como um appendice ás pseudomorphoses se podem considerar as fórmas organicas que muitas vezes apparecem simuladas nos mineraes e nas rochas. N'estas fórmas imitadas, que poderiam chamar-se *pseudomorphoses organicas* não sómente se observa a fórma externa dos organismos, que lhes serviram de molde ou de modelo, senão tambem as particularidades da estructura organica se trasladaram em muitos casos para a substancia mineral. Quando representam fórmas animaes são *zoomorphoses*, quando vegetaes *phytomorphoses*.

As fórmas organicas ou petrificações podem apartar-se em *mechanicas* (hypostaticas de Naumann) e em *chimicas* (metasomaticas). Quanto ás primeiras pode facilmente imaginar-se que uma substancia mineral, em vez de se depor sobre um crystal preexistente, se depositou sobre um corpo organico, concha de um mollusco por exemplo, amoldan-

do-se á sua superficie, de maneira que mais ou menos exactamente reproduza a sua fórma. N'este caso resultará uma *fórma organica de involução* ou *incrustação*. Estas involuções apparecem raramente, e d'ellas é exemplo o *Tufo calcareo* e a *Aragonite*, na variedade chamada pelos allemães *Sprudelstein* (aragonite tufacea).

Os casos mais frequentes de fórmas mechanicas são: 1.° as *impressões* deixadas em ôcco na substancia mineral pelo corpo organico; 2.° as fórmas em relevo, que resultaram da introducção do mineral no interior de um organismo, por exemplo dentro de um mollusco testaceo. No 1.° caso apparece representada no mineral em concavo a fórma externa do corpo organico, por exemplo a da superficie curva de uma concha. No 2.° realisa-se um *molde* interior ou representação da fórma interior. É o que se chama um *nucleo*.

Quando o organismo que serviu de modelo ou de base á formação do molde interior ou exterior vem a desapparecer, e o espaço que ficou desoccupado se enche de uma substancia mineral, produz uma fórma organica que se pode comparar ás *pseudomorphoses de repleção*.

O numero das fórmas mechanicas é incomparavelmente menor que o das *petrificações* propriamente ditas, ou d'aquellas em que ha uma transformação ou substituição parcial ou total da substancia organica por materia mineral.

As conchas e em geral todas as partes calcareas dos organismos inferiores são as que mais facilmente e em maior numero se prestam á *fossilisação*. N'este caso a transformação, que tem de se operar é apenas parcial, porque os corpos que se petrificam, já são em grande parte lapideos durante a vida do animal. A petrificação é como regra geral constituida pelo *Spatho calcareo*, e mais raras vezes pela *Aragonite*, a qual todavia se observa não sómente nas conchas fossilisadas, mas ainda nas de molluscos vivos, taes como nas do genero *Unio*, *Pinna* e outros mais.

As impressões de plantas e de animaes, por exemplo peixes, figuram copiosamente entre os restos, que das floras e das faunas fosseis, conservou em seus estratos sedimentares a natureza. O carvão de pedra e a *lenhite*, em que muitas vezes ainda se observam perfeitamente delineadas as particularidades da estructura, são exemplo da grande extensão, em que nas antigas edades geologicas se effeituou a mineralisação dos organismos.

A madeira petrificada ou *pau fossil* tem a substancia organica primitiva inteiramente substituida por um mineral, que no maior numero de casos ê a silica, na fórma de *Opala* ou de *Silex*. Quando a substancia mineralisadora é a Opala, a textura do corpo organisado observa-se tão distinctamente ainda mesmo ao microscopio, como se fosse na propria madeira feita a observação. E n'este caso já não resta a minima particula de substancia vegetal.

Um phenomeno notavel nas petrificações é que muitas vezes, quando o mineral petrificante é o Spatho calcareo, os individuos d'esta substancia, não sómente pelo seu conjuncto, representam exactamente a fórma do organismo, senão que se dispõe em situações correspondentes a certos elementos do corpo organisado. Realisa-se então uma verdadeira orientação dos crystaes em relação áquelles primitivos elementos organicos. É o que se observa, por exemplo, nas petrificações de Echinodermes. Cada espinho de ouriço fossil é um crystal de spatho calcareo, cujo eixo principal é parallelo ao do espinho. As observações de Hessel foram n'este assumpto curiosas e interessantes. Cada uma das laminas de que se compõe a crusta do echinoderme quando elle está fossilisado, é um individuo de Spatho calcareo, cujo eixo principal é perpendicular á face da lamina. Em todos estes casos o modo porque os individuos crystallinos se associam é regular, porém não subordinado ás leis ordinarias da sua composição, mas exclusivamente determinada pelas condições da fórma organica.

Os mineraes, que servem principalmente á petrificação dos restos organicos são: o *Spatho calcareo,* que é entre todos o mais frequente, a *Silica,* e a *Pyrite.* A *Pyrite* observa-se com frequencia assumindo a fórma de *Cephalopodes* e principalmente de *Ammonites.* Outros mineraes são muito raramente observados como *petrificadores.* Taes são além de outros a *Siderite* (carbonato de ferro) o *Gesso,* o *Spathofluor* (Fluorite), a *Baryta,* a *Galena,* o *Enxofre,* que junto a Teruel no Aragão, apparece petrificando, n'uma formação de agua doce, uma enorme quantidade de *Planorbis* e de *Charas,* transformadas em enxofre. Tudo quanto se pode summariamente referir ácerca do phenomeno das *phytomorphoses* e *zoomorphoses* pertence propriamente á paleontologia e constitue um dos pontos, por onde a mineralogia se prende intimamente com a geologia e as outras sciencias naturaes, que lhes servem de auxiliares e de instrumentos.

VII.—Goniometros

212.—De todos os elementos geometricos de um crystal, o que apesar de todas as suas imperfeições e desvios de regularidade, ou é invariavel ou apenas sugeito a pequenas variações, é o angulo nas arestas ou o seu valor.

D'aqui se deprehende que para determinar a natureza crystallographica de uma fórma é essencial conhecer estes angulos o que só pode conseguir-se pela sua medição.

Para a realisar é necessario o emprego de instrumentos que teem em geral o nome de *Goniometros* e variam consideravelmente no seu systema e no seu uso, segundo é diverso o principio em que se fundam, e é mais ou menos complicada a sua construcção. Os goniometros podem distribuir-se em duas geraes categorias.

A primeira é a d'aquelles pelos quaes directamente se mede o angulo da aresta, e se funda na applicação immediata de duas alidades, cada uma d'ellas a uma das faces do crystal, que pela sua intersecção determinam a aresta.

Estes goniometros, os primitivos e os mais simples de quantos se teem proposto e usado, são os *Goniometros de applicação* ou de *contacto*, n'estes o crystal não carece de mudar de posição para que o angulo se determine.

A segunda categoria comprehende os goniometros em que pela disposição particular do instrumento se mede, não directamente o angulo diedro das arestas, mas indirectamente se determina o angulo da rotação que é necessario imprimir ao crystal para que as duas faces que formam a aresta venham successivamente a situar-se no mesmo plano ou em planos parallelos. N'este caso a grandeza da rotação effeituada representa não o angulo da aresta mas o seu supplemento, ou o angulo formado pelas normaes ás duas faces.

N'estes goniometros que são os mais perfeitos a maneira de realisar a condição do parallelismo na successiva posição das duas faces é fundada sobre principios diversos para cada um.

Estes goniometros podem em geral chamar-se de rotação.

213. **Goniometros de contacto.**—Foi o primeiro que se inventou e o seu principio e o seu emprego são de extrema simplicidade. Foi construido em 1783 por Carangeot para as investigações crystallographicas do celebre mineralogista francez Romé de l'Isle.

Fig. 196

Compõe-se de um semi-circulo metallico graduado, *igh*, fig. 196, vasado no seu interior, com o centro em *c*. Duas reguas ou alidades *de* e *ih* estão adaptadas

ao semi-circulo, de maneira que uma *de* possa mover-se livremente em redor de um eixo normal ao seu plano e situado no centro *c* do instrumento, a outra deslize só no sentido do diametro 0° — 180° do semi-circulo.

Para medir o angulo da aresta, colloca-se o crystal entre as duas alidades de tal modo que os seus bordos fiquem *exactamente* applicados ás faces do crystal *a* e o seu plano *perpendicular* á aresta que se quer determinar.

N'esta posição o angulo plano formado pelas alidades mede o angulo diedro do crystal e é egual ao arco comprehendido entre o zero no bordo inferior da alidade *ih* e o bordo *d* da alidade movel.

Construem-se tambem goniometros de applicação de circulo inteiro vasado no interior de maneira que na direcção de um diametro fique uma parte cheia, cuja linha média é dirigida para o zero da graduação. N'estes instrumentos as alidades e o eixo podem destacar-se do circulo. Applicam-se as alidades sobre a aresta e fixam-se por meio de um parafuso que ha no eixo, e em seguida collocam-se sobre o circulo de modo que uma das alidades fique apontada ao zero da graduação.

Os defeitos do goniometro de applicação tornam-se patentes em presença da sua construcção.

1.° A applicação do instrumento só pode effeituar-se com vantagem sobre faces planas de crystaes que as appresentem com sufficientes dimensões.

2.° A exactidão nas dimensões depende essencialmente de que o plano das alidades fique perpendicular á aresta, o que o instrumento pela sua simplicidade não permitte que se faça senão á vista e com uma insufficiente approximação.

3.° O goniometro de contacto só pode applicar-se á determinação de arestas realmente formadas, ás que resultam effectivamente de duas faces contiguas.

Suppostas as maximas cautelas no emprego do instrumento

e a maior pericia no observador, e ainda mesmo em crystaes de grandes dimensões, o erro da medição não é inferior a meio grau.

Por isso o goniometro de contacto só pode usar-se para a medição approximada de grandes crystaes, quando não seja possivel empregar instrumentos mais perfeitos.

214. **Goniometros de rotação.— Medição goniometrica indirecta.**—O principio fundamental d'esta medição pode resumir-se no seguinte. Sejam *a b* e *a c*, fig. 197, duas faces que n'um crystal formam a aresta *a* que se trata de medir.

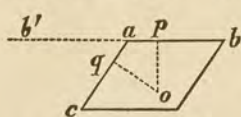



Fig. 197

Se da posição representada na figura se dá ao crystal um movimento de rotação tal que a face *a c* venha a situar-se no mesmo plano em que estava *a b* ou n'um plano parallelo, é claro que o angulo *b'a c* que mede esta rotação será o supplemento do angulo na aresta, ou egual ao angulo *p o q* formado pelas normaes tiradas do mesmo ponto no interior do crystal ás duas faces *a b* e *a c*. Se ha pois maneira de effeituar esta rotação com a certeza de que a face *a c* venha a occupar exactamente uma posição parallela á da face *a b*, supposta immovel, o problema geometrico ficará plenamente resolvido.

O principio em que se funda a construcção do instrumento para realisar esta condição varia de uns para outros goniometros.

215. **Goniometros de reflexão.**— N'estes instrumentos o parallelismo da segunda face com a primeira é determinado pela reflexão da luz que incide successivamente em ambas em eguaes condições.

Sejam *a b* e *a c*, fig. 198, as duas faces que formam a aresta. Façamos incidir sobre *a b* um raio luminoso *L N* que se reflectirá na direcção *N O*, formando com a normal *P N* um angulo *P N O* egual ao de incidencia *P N L*, ambos

no plano ONL. A imagem do ponto luminoso L parecerá ao olho do observador, considerado immovel no ponto O

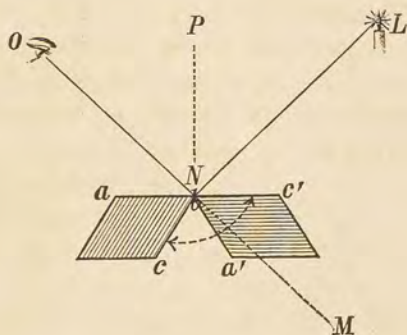



Fig. 198

durante a medição, proceder de um ponto M no prolongamento de ON. Girando agora com o crystal de maneira que a face bc venha a collocar-se no mesmo plano que occupou a face ab, se a imagem do ponto L ainda estiver em M a rotação effeituou-se em redor de um eixo perpendicular ao plano ONL, e o angulo medido é realmente o supplemento do angulo formado pela aresta que se pretende, se porém o olho do observador tiver de deslocar-se para ver a imagem M a medição será falsa e o erro commettido tanto maior quanto maior fôr essa deslocação. A fim porém de diminuir quanto possivel um pequeno erro de perpendicularidade do eixo de rotação sobre o plano ONL convém que o ponto luminoso, ou signal, fique o mais afastado possivel da face reflectida, como demonstra Groth na *Physikalische Krystallographie* a pag. 574.

216. **Erro resultante da excentricidade do movimento da aresta.**—Seja A, fig. 199, um ponto sobre a face reflectida do crystal no plano AD, O o objecto luminoso cujo raio OA incide sob o angulo α, e seja AF o

raio reflexo que penetra no olho do observador, ou na lu-

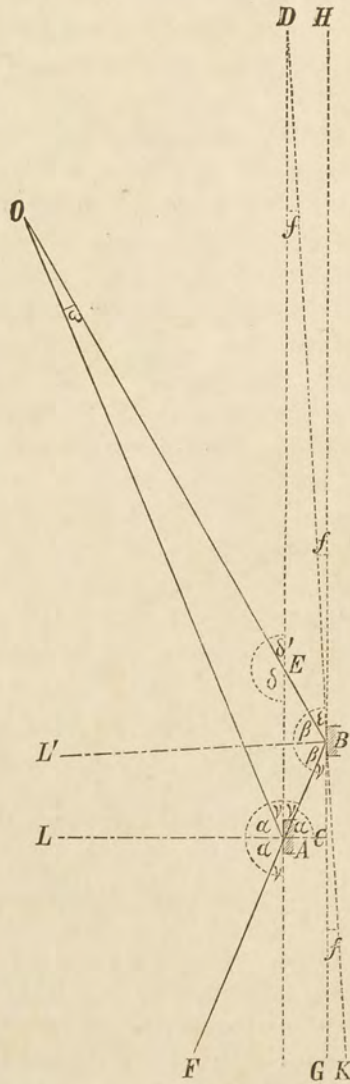



Fig. 199

neta que possuem os goniometros aperfeiçoados, outros

pontos da face A reflectem-se egualmente, de sorte que raios divergentes atravessam a luneta reunindo-se todos para formarem a imagem de O, pois que a sua direcção é tal como se partissem de um ponto symmetrico a O em relação ao plano de reflexão.

Por conseguinte é indifferente o sitio no plano AD em que a reflexão se manifesta, a imagem O ha de mostrar-se no mesmo logar na luneta quando reflectida depois da rotação pela outra face se ella estiver parallela a AD e no mesmo plano vertical.

Se falham estas ultimas condições a imagem virtual de O, além da face reflectiva, acha-se n'outro sitio, assim tambem a direcção do raio reflexo que d'ella provém, isto é, a posição da sua imagem na luneta é uma outra e por conseguinte haverá a mover de um certo angulo a face do crystal para deante ou para traz, a fim de fazer coincidir as imagens em uma e outra face. A grandeza d'esse angulo é egual ao erro commettido.

Seja agora B um ponto na segunda face do crystal e BD a posição que houve de dar-se-lhe para que a imagem de O occupe o mesmo logar na luneta (no recticulo) da reflectida pela primeira face ou até que a direcção BF coincida com AF; seja ainda GH parallela a AD então é claro que a differença entre o angulo obtido e o que queremos determinar, ou o erro commettido será egual ao angulo f formado pelos planos AD e BD.

A grandeza d'este erro obtem-se do seguinte modo:

Pois que δ é angulo externo do triangulo EBD e tambem de AEO

$$\delta = \varepsilon + f$$

$$\gamma + \omega = \varepsilon + f$$

mas

$\varepsilon = f + \gamma$ (porque $KBL' = f + \gamma + \beta = L'BD = \varepsilon + \beta = 90°$)

então

$$\omega = 2f$$

E como ainda

$$AB = \frac{AC}{\text{sen}\,\gamma}$$

e no triangulo ABO é

$$\text{sen}\,\omega = \frac{AB.\text{sen}\,2\gamma}{BO} = \frac{AC}{\text{sen}\,\gamma} \cdot \frac{\text{sen}\,2\gamma}{BO}$$

mas

$$\text{sen}\,2\gamma = 2\,\text{sen}\,\gamma \cdot \cos\gamma$$

então

$$\text{sen}\,\omega = \frac{AC}{BO} \cdot 2\cos\gamma$$

D'aqui se infere que o erro f ou o que é o mesmo $\frac{\omega}{2}$ será tanto menor quanto maior fôr BO isto é a distancia do objecto luminoso ao crystal.

Este erro tambem depende de γ por quanto ω e tambem f augmentam quando γ diminue.

Usualmente faz-se $\gamma = 30^\circ - 40^\circ$.

Seja, por exemplo, de um millimetro a distancia AC entre os dois planos de reflexão resultantes da excentricidade da rotação, de 5 metros a distancia entre o objecto luminoso e o crystal, e finalmente $\gamma = 30^\circ$, o erro commettido n'este caso será $f = 0' 36''$ mas se a distancia fôr de 10^m e todas condições as mesmas do exemplo antecedente f será $= 0' 18''$.

217. **Goniometro de reflexão de circulo vertical.** —O primeiro d'estes goniometros foi inventado em 1809 por Wollaston.

A fig. 200 representa o goniometro d'este auctor se con-

siderarmos removidos o espelho *S*, a luneta e a columna *ea*, attributos que lhe foram mais tarde introduzidos.

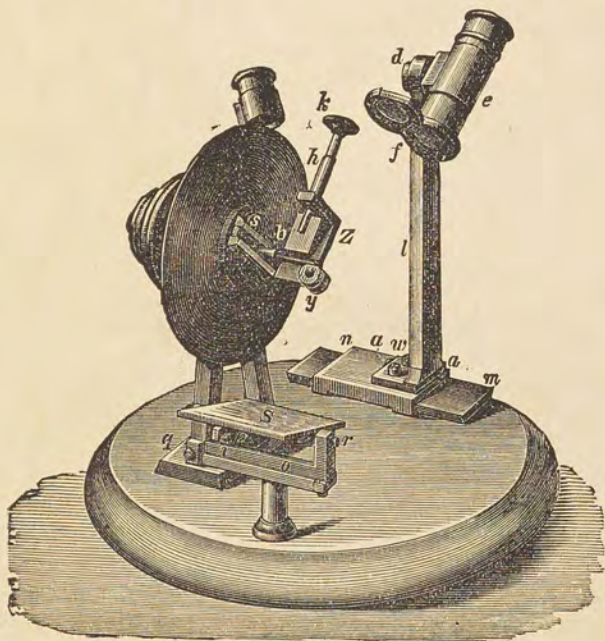



Fig. 200

Sobre uma mesa redonda elevam-se dois pés convergentes em cima onde se reunem n'uma forte placa perfurada horizontalmente em fórma de chumaceira, na qual entra um eixo cylindrico e occo que segura de um lado o circulo vertical graduado na circumferencia, e no opposto uma virola pela qual se lhe imprime movimento de rotação.

Dentro d'este eixo passa um outro mais comprido, com virola n'uma das extremidades, e fixo na outra ao pequeno disco *s* na superficie externa do circulo, que serve de supporte ao apparelho porta-crystal.

Este consta de dois pequenos esquadros *s z* reunidos pela charneira *y*, um d'elles entra em duas ranhuras do disco *s* onde pode mover-se no sentido do diametro do circulo, o outro é perfurado na extremidade a fim de dar passagem á vareta *h* munida de um lado da virola *k* e tendo uma fenda no opposto onde entra uma pequena lamina metallica *b*.

Sobre esta fixa-se com cera o crystal, de tal modo que a aresta que se pretende medir fique parallela ou perpendicular a um dos lados da lamina.

Por meio d'estas diversas peças pode-se, por tentativas, collocar a aresta no centro de rotação do instrumento e perpendicular ao plano do circulo. Para verificar, porém, se a aresta satisfaz a estas condições é necessario recorrer ao reflexo de uma imagem sobre as faces que formam a aresta.

Collocado o goniometro á maior distancia possivel do objecto que se tomar para signal, que poderá ser á luz natural, um prumo, o pinasio vertical de uma vidraça, ou o cunhal de um edificio, e á luz artificial um pequeno alvo em fórma de cruz posto na frente de um foco luminoso, disposto a certa altura no quarto escuro onde se procede á medição, de maneira que a incidencia do raio luminoso seja de 30° — 40°, como acima notamos, e depois de fixar devidamente o crystal sobre a lamina *b* traz-se a aresta approximadamente ao centro de rotação do goniometro. Approximando então o olho a uma das faces do crystal ver-se-ha a imagem do signal, mais ou menos nitida, segundo a qualidade da face que se observa, em seguida, mas sem deslocar o olho, faz-se girar o apparelho do porta-crystal por meio da virola exterior, até que a outra face venha occupar o logar da primeira; se então a imagem do signal fôr vista no mesmo sitio da antecedente a aresta está realmente perpendicular ao circulo e procede-se á medição, no caso contrario tem de mover-se as diver-

sas peças do porta-crystal até á perfeita coincidencia das imagens em ambas as faces.

Na medição do crystal gira-se com a virola maior, que no seu movimento acarreta comsigo o apparelho do porta-crystal, até que o signal se reflicta n'uma das faces, nota-se em seguida o numero de graus indicado pelo nonio, situado no lado superior do circulo, e continuando a rodar com a mesma virola faz-se reflectir a imagem da segunda face. O numero de graus d'esta ultima posição subtraido da primeira é egual ao supplemento do angulo da aresta.

Querendo-se repetir o angulo move-se com a virola pequena até á reflexão do signal na primeira face, e em seguida com a virola maior até se ver o signal na segunda face, e assim se poderia repetir a medição tres e quatro vezes, notando porém que o resultado final terá de ser dividido pelo numero de repetições. Este processo usa-se quando se tem de determinar exactamente o angulo de uma aresta.

O espelho *S* foi um dos grandes melhoramentos introduzidos n'este instrumento. Este espelho é movel em torno de um eixo parallelo ao eixo de rotação do goniometro ou perpendicular ao circulo, e a sua posição, um pouco avante do goniometro, permitte ver simultaneamente a imagem do signal mas um pouco acima da que se reflecte na na face do crystal, e como aquelle é invariavel para uma dada posição do observador, pode servir para acertar rapidamente o signal nas faces do crystal, e por conseguinte collocal-o perpendicular ao circulo.

A fim de fixar o raio visual do observador dotou-se ainda este goniometro com uma lente de reticulo *e*, movel em redor de um eixo *d*, parallelo ao de rotação do instrumento.

A luneta é supportada pela columna *b*.

Como a objectiva é uma lente achromatica de pequeno augmento e só serve para observar imagens distantes, tem de applicar-se uma lupa *f* na sua frente, que converte a

luneta n'um microscopio, a fim de ver-se distinctamente o crystal em quanto se acerta.

Como o crystal pode estar mais ou menos distante do ponto do limbo, e a luneta só é movel n'um uuico plano é necessario dar á columna que a supporta, movimento de translação parallelo ao plano do limbo, para esse effeito a columna move-se n'uma corrediça *m n*.

218. **Goniometros de circulo horizontal.**—Para maior estabilidade do goniometro e menor deterioração dos seus eixos, e tambem para a determinação geometrica de crystaes volumosos e pesados inventou *Babinet* o goniometro de circulo horizontal ou de eixo vertical.

Fuess, mechanico de Berlin, sob indicações do professor Websky, aperfeiçoou e completou este typo de goniometros actualmente considerado como o mais perfeito e por isso usado por muitos crystallographos.

A fig. 201 representa o goniometro de Fuess, modelo n.° 2, pertencente á secção mineralogica do Museu Nacional de Lisboa.

Este instrumento consta de uma pesada mesa metallica sustentada por trez pés a um dos quaes está fixada a columna do collimador *C*.

Ao centro da mesa ha um orificio conico pelo qual enfiam, uns nos outros, trez eixos occos e um cylindro ou haste de aço, todos perfeitamente torneados e concentricos.

Ao primeiro eixo *b* anda ligado o circulo dos nonios ou alidade *d* que descança, um pouco acima da mesa, sobre um estreito rebordo em torno do orificio que serve tambem de eixo ao annel do porta-lupas.

A alidade tem o feitio de caixa cylindrica dentro da qual gira o circulo graduado ou limbo *f* cujo eixo *e* enfia no eixo *b*.

Os graus do limbo estão divididos em quatro partes e os nonios indicam directamente 30″ podendo-se apreciar 15″.

A columna da luneta de observação *B* faz corpo com a alidade, e serve tambem para lhe transmittir movimento

de rotação que pode ser detido por um parafuso não visivel na figura.

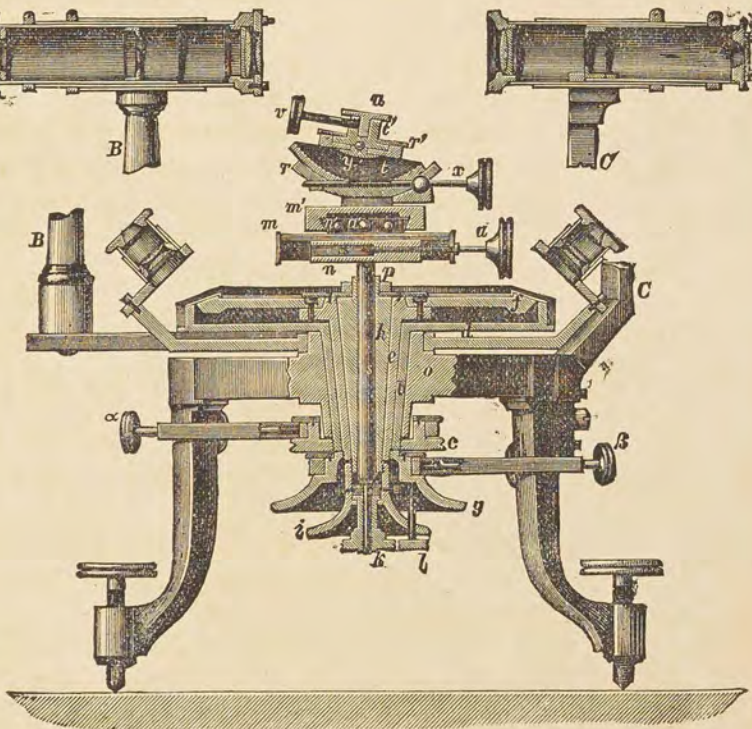



Fig. 201

Quando se determinam indices de refracção segura-se a columna á alidade com o parafuso α e communica-se-lhe movimento com a virola c fixa á alidade.

Para o movimento e fixação do limbo ha a virola g e o parafuso de pressão β munido, assim como α, de parafuso de chamada.

O terceiro eixo h tem perfuração cylindrica para dar pas-

sagem á haste s que supporta o apparelho do porta-crystal e serve para o elevar ou baixar por meio da porca k.

Este apparelho tem por fim: 1.º levar a aresta do crystal ao centro de rotação do goniometro, 2.º tornal-a perpendicular ao plano do limbo.

Ao primeiro processo chamam os allemães *centriren* centrar ou pôr ao centro; ao outro *justiren* ajustar, isto é, collocar a aresta parallela ao eixo do instrumento.

O apparelho consta de quatro corrediças ou cursores sobrepostos, dois dos quaes, os superiores, tem a fórma semi-cylindrica e servem para ajustar a aresta do crystal.

Cada um d'estes cursores compõe-se de uma chapa fixa de curvatura cylindrica, e dentro d'ella move-se, n'uma ranhura, uma peça em fórma de segmento de cylindro t munida de cremalheira no lado inferior á qual um parafuso sem fim x transmitte movimento.

O crystal que está collocado sobre a peanha u em cima do cursor r', approximadamente no centro de curvatura de um e outro cursor, soffre apenas movimento circular e pouco ou nenhum lateral.

Os eixos dos cylindros d'estes cursores são perpendiculares, de maneira que o movimento do inferior r faz-se segundo um eixo normal ao plano sx, emquanto que o do cursor r', semelhante áquelle mas mais pequeno (em perfil na figura) effeitua-se n'um eixo parallelo a sx.

A parte do apparelho que serve para centrar o crystal consta de dois cursores planos, em fórma de caixas rectangulares, sobrepostos, dos quaes um está representado na figura em corte longitudinal m e o outro em perfil m'.

Os cursores compõem-se das peças fixas n e n' que servem de porcas aos parafusos a e a' os quaes impellem as caixas m e m' obrigando-as a deslizar sobre n e n'. Estes cursores planos, como se vê na figura, estão perpendiculares um ao outro.

O collimador C consta de um tubo com lente achroma-

tica do lado interior, e no lado opposto de diaphragmas com abertura em fórma de orificio, ou de fenda, a que se chamam signaes, que se collocam no foco da lente.

O signal deve ser fortemente illuminado por luz artificial e immovel.

Os raios d'esta luz enviados atravez do signal tornam-se parallelos á sahida do collimador, cujo eixo intersecta o eixo de rotação do instrumento onde se acha centrado e ajustado o crystal sobre a peanha *u*.

A lente de observação *B* munida de reticulo tem tambem o seu eixo de collimação orientado para o eixo de rotação. A sua amplificação é pequena ou nenhuma.

Como a objectiva d'esta luneta só serve para observar imagens a grandes distancias, usa-se de uma lente convergente supplementar que transforma a luneta n'um microscopio e pode então ver-se nitidamente o crystal sobre a peanha *u* em quanto se centra e ajusta a aresta.

Quando se procede á medição de um crystal fixa-se este primeiro na peanha *u*, sobre um cone de cera escura, tendo cuidado de collocar o eixo da zona, que se pretende medir, normal ao plano da peanha. Em seguida baixa-se a lente supplementar, e centra-se o crystal com os cursores *m* e *m'*, verificando por uma rotação completa da virola *i* se a aresta se desviou do fio vertical do reticulo. Procede-se então a ajustagem da aresta, levanta-se a lente supplementar, illuminam-se as faces do crystal e faz-se coincidir o centro do reflexo do signal com o fio horizontal do reticulo por meio dos parafusos *x* e *y*.

Concluido isto ligam-se as virolas *i* e *g* por meio do parafuso *l*.

Em seguida acerta-se exactamente o reflexo do signal de uma das faces do crystal, prende-se a alidade, e notam-se os graus indicados por um dos nonios; gira-se então com a virola *g* até ver-se o ponto reflexo da outra face, fixa-se o limbo com o parafuso β, acerta-se o centro do signal com

o parafuso de chamada, e finalmente lê-se o numero de graus. A differença entre a segunda e a primeira leitura é o angulo das normaes ás faces que constituem a aresta que se pretendia medir.

Os goniometros de reflexão não se empregam só para medir o angulo de uma aresta, a sua maior utilidade manifesta-se no descobrimento e verificação de faces que constituam uma zona, e na medição de todas as suas arestas sem que tenha de dar-se nova posição ao crystal sobre a peanha do apparelho de centragem.

Estes instrumentos tambem se usam, como acima indicamos, para medir indices de refracção nos crystaes.

219. **Goniometro de rotação e de contacto.**—Este goniometro foi inventado por Fuess para a medição de crystaes de faces despolidas e estriadas que não reflectem a luz.

A construcção d'este goniometro é em tudo egual ao de Wollaston menos no apparelho do porta-crystal que é o do goniometro de Fuess.

O machinismo para a verificação da *centragem* e da *ajustagem* é o que o distingue das outras categorias.

Supponha-se uma columna fixa a um carro ou corrediça cujo movimento é perpendicular ao plano do circulo graduado, e lhe permitte approximar-se ou afastar-se do porta-crystal. Sobre a columna e á altura do crystal ha uma alavanca muito engenhosa e sensivel.

Uma das extremidades da alavanca, *o apalpador*, é recurvada e serve para apalpar ou deslisar sobre a face do crystal, a outra mais comprida, *o ponteiro*, indica sobre um mostrador graduado a posição do apalpador.

Quando a alavanca está em perfeito equilibrio o ponteiro marca o zero da escala.

Approximando então o apalpador á face que se pretende verificar, deslisa-se suavemente todo o apparelho de modo que o apalpador percorra toda a face do crystal; se o pon-

teiro continua a marcar o zero é porque o crystal n'este caso está perpendicular ao limbo; quando isto se não dê é necessario corrigir a posição do crystal por meio dos cursores do porta-crystal.

Applicado este processo ás duas faces do crystal que formam a aresta, e verificada a posição perpendicular da mesma, procede-se á sua medição.

INDICE

INTRODUCÇÃO

§ PAG.

1. Divisão geral do globo terrestre.................. 1
2. Corpos diversos no globo......................... 1
3. Constituição da parte solida...................... 2
4. Rochas.. 3
5. Corpos contituintes das rochas..................... 3
6. Mineraes....................................... 4
7. Fosseis.. 5
8. Caracter fundamental dos mineraes................. 5
9. Analogias e differenças entre os mineraes e os corpos organisados................................ 7
10. Analogias e differenças de composição chimica....... 8
11. Analogias e differenças quanto á fórma............. 11
12. Analogias e differenças quanto á energia........... 14
13. Indívidualidades nos mineraes..................... 16
14. Individuo mineral............................... 18
15. Crystal.. 18
16. Condições essenciaes no crystal................... 22
17. Coexistencia da fórma polyedrica e da estructura para constituir um crystal............................ 23
18. Difinição de crystal............................. 23
19. Dimensões dos individuos mineraes................ 25
20. Associações de individuos do mesmo mineral........ 26
20. Associações de individuos de differentes mineraes. Inclusões..................................... 27
21. Mineraes crystallisados e crystallinos............. 28

§ PAG.
22. Mineraes amorphos.......................... 30
23. Mineralogia. Anorganographia.................... 33
24. Divisão da mineralogia........................... 34
25. Partes complementares da mineralogia, minerogenia, topica, paragénese, petrographia lithurgica........ 37
26. Mineralogia geral ou scientifica.................... 38

MINERALOGIA GERAL

MORPHOLOGIA MINERAL

27. Divisão da morphologia........................... 41

CRYSTALLOGRAPHIA

28. Crystallographia.............................. 41

Crystallographia pura ou geometrica

CAPITULO I

Principios fundamentaes da crystallographia

29. Crystal natural. Crystal theorico.................. 42
30. Fórma crystallina.............................. 43
31. Elementos geometricos do crystal.................. 43
32. Faces.. 44
33. Arestas.. 44
34. Angulos solidos................................ 45
35. Homologia. Faces homologas...................... 46
36. Homologia das arestas.......................... 49
37. Homologia dos angulos solidos.................... 49
38. Fórmas simples e fórmas compostas................ 49
39. Fórmas fechadas e fórmas abertas................. 50

§ PAG.
40. Eixos.................................... 51
41. Eixos homologos. Eixos principaes e eixos secundarios. 52
42. Posição normal. Posição parallela dos crystaes....... 54
43. Fórmas crystallinas em a natureza................. 54
44. Leis geraes deduzidas da observação dos crystaes..... 60
Lei da constancia dos angulos..................... 61
45. Relação entre a substancia e a fórma.............. 63
46. Multiplicidade das fórmas crystallinas na mesma substancia mineral. Fórmas compativeis............. 66
47. Relações geometricas das fórmas crystallinas compativeis.................................... 68
48. Posição das faces no crystal...................... 69
49. Lei da racionalidade.............................. 73
50. Faces possiveis no crystal........................ 76
51. Eixos coordenados e parametro.................... 77
52. Lei da racionalidade nos parametros............... 79
53. Escolha dos eixos e da face fundamental........... 79
54. Elementos crystallographicos...................... 79
55. Notação symbolica das faces e das fórmas........... 82
56. Caso em que os coefficientes são finitos ou infinitos ... 83
57. Relações geraes dos coefficientes.................. 84
58. Indices. Notação correspondente................... 86
59. Intersecção de duas faces......................... 88
60. Zonas.................................... 93
61. Intersecção de faces tautozonaes.................. 94
62. Face pertencente a duas zonas..................... 95
63. Lei das zonas.................................... 97
64. Deducção das faces possiveis no crystal............ 98
65. Symmetria das fórmas crystallinas................. 99
66. Planos e eixos de symmetria principaes e secundarios. 101
67. Divisão das fórmas crystallinas em quanto á symmetria. 104
68. Systemas crystallographicos...................... 105
69. Systemas de eixos nos crystaes.................... 108
70. Systemas de eixos nos diversos systemas crystallographicos.................................... 109
71. Divisão do espaço do crystal. Oitantes e dodecantes.... 111
72. Disposição das faces do crystal em relação aos eixos... 111

§ PAG.
73. Permutação dos parametros 116
74. Fórmas simples e compostas 118
75. Holoedria. Hemiedria 119
76. Processos geraes da hemiedria 121
77. Caracteres crystallographicos. Notação dos hemiedros.. 125
78. Combinações 127
79. Truncaturas 130
80. Lei da symmetria das combinações 133
81. Formação geometrica das combinações 134
82. Hemimorphismo 135

CAPITULO II

Systema tesseral ou isometrico

I. FÓRMAS HOLOEDRICAS

83. Caracter fundamental 136
84. Fórmas holoedricas 137
85. Derivação das fórmas holoedricas do systema tesseral.. 142
86. Fórma fundamental. Notação symbolica 148
87. Valores particulares dos parametros finitos 150
88. Schema das fórmas tesseraes holoedricas 150

II. FÓRMAS HEMIEDRICAS NO SYSTEMA TESSERAL

89. 151
90. Hemiedria tetraedrica 153
91. Hemiedria dodecaedrica 157
92. Hemiedria plagiedrica ou gyroedrica 160
93. Tetartoedria no systema tesseral 160
94. Combinações no systema tesseral 162
95. (Nota). O dodecaedro regular como fórma crystallographicamente impossivel 166

CAPITULO III

Systema tetragonal

§ PAG.
96. Caracteres do systema........................ 168
97. Fórmas simples holoedricas...................... 169
98. Pyramides tetragonaes.......................... 170
99. Pyramide octogonal ou ditetragonal............... 172
100. Prismas e pinakoides.......................... 173
101. Fórma fundamental. Derivação.................... 174
102. Schema das fórmas holoedricas no systema tetragonal.. 178
103. Notação das fórmas tetragonaes segundo Miller....... 178
104. Hemiedria no systema tetragonal.................. 179
105. Hemiedria sphenoidica.......................... 179
106. Hemiedria pyramidal........................... 181
107. Hemiedria trapezoedrica........................ 182
108. Tetartoedria................................ 183
109. Combinações no systema tetragonal................ 183

CAPITULO IV

Systema rhombico

I. FÓRMAS HOLOEDRICAS

110. Caracteres geraes............................ 186
111. Fórmas contidas no systema..................... 187
112. Pyramides rhombicas.......................... 188
113. Prismas rhombicos........................... 188
114. Pinakoides................................ 189
115. Divisão geometrica das fórmas.................... 189
116. Derivação. Fórma fundamental.................... 189
117. Relações possiveis entre os coefficientes............ 190
118. Fórmas do systema rhombico..................... 192
119. Representação graphica da derivação.............. 194
120. Schema do systema rhombico..................... 198

II. FÓRMAS HEMIEDRICAS

§ PAG.
121. Hemiedria no systema rhombico.................. 199

III. COMBINAÇÕES

122. Combinações no systema rhombico................ 200

CAPITULO V

Systema hexagonal

I. FÓRMAS HOLOEDRICAS

123. Propriedades fundamentaes...................... 202
124. Fórmas holoedricas.............................. 203
125. Pyramide hexagonal.............................. 203
126. Pyramide dihexagonal............................ 205
127. Prismas e pinakoides............................ 206
128. Derivação. Fórma fundamental.................... 207
129. Notação de Weiss................................ 211
130. Notação de Miller modificada por Bravais........ 213
131. Schema das fórmas holoedricas do systema hexagonal.. 217
132. Combinações holoedricas do systema hexagonal....... 218

II. FÓRMAS HEMIEDRICAS

133. Hemiedria no systema hexagonal.................. 220

§ I. FÓRMAS HEMIEDRICAS RHOMBOEDRICAS

134. Hemiedria rhomboedrica.......................... 220
135. Hemiedria rhomboedrica na pyramide dihexagonal... 227
136. Derivação e notação particular dos scalenoedros...... 228
137. Equivalencia e conversão reciproca dos symbolos..... 229
138. Rhomboedros inscriptos e circumscriptos ao mesmo scalenoedro.................................. 234
139. Hemiedria rhomboedrica nas outras fórmas.......... 236

§ PAG.
140. Combinações hemiedricas rhomboedricas no systema hexagonal........ 237

§ II. HEMIEDRIA PYRAMIDAL

141. Hemiedria pyramidal........ 240

§ III. HEMIEDRIA TRAPEZOEDRICA

142. Hemiedria trapezoedrica........ 242

§ IV. TETARTOEDRIA NO SYSTEMA HEXAGONAL

143. Tetartoedria na pyramide dihexagonal........ 243
144. Tetartoedria trapezoedrica applicada ás outras fórmas do systema hexagonal........ 246
145. Tetartoedria rhomboedrica........ 251

CAPITULO VI

Systema monoclinico

146. Caracter do systema........ 253
147. Fórmas possiveis no systema monoclino........ 257
148. Pyramides hypotheticas do systema monoclino........ 257
149. Fórmas no systema monoclinico........ 260
150. Fórma fundamental e derivação das fórmas monoclinicas........ 261
151. Relações possiveis entre os coefficientes........ 261
152. Fórmas do systema monoclinico........ 265
153. Notação das fórmas segundo Miller........ 265
154. Schema das fórmas monoclinicas........ 266
155. Combinações no systema monoclinico........ 266

CAPITULO VII

Systema triclinico

§ PAG.
156. Caracter do systema triclinico.................... 268
157. Fórma fundamental e derivação.................. 270
158. Fórmas do systema triclinico...................... 271
159. Derivação das fórmas triclinicas.................. 274
160. Fórmas no systema triclinico...................... 274
161. Notação de Miller.................................... 275
162. Schema das fórmas triclinicas...................... 276
163. Combinações no systema triclinico............... 276

CAPITULO VIII

Desvios da regularidade theorica nos crystaes

164. Condições theoricas do crystal..................... 277
165. Condições reaes nos crystaes da natureza........... 278
166. Desvios e imperfeições correspondentes a cada uma das condições no crystal theorico.................... 281
167. Formação incompleta do crystal..................... 281
168. Desvios da regularidade na qualidade das faces crystallinas.. 284
169. Estriação... 285
169. Faces drusicas, asperas ou baças.................. 287
170. Curvatura das faces..................................... 290
171. Faces simuladas.. 291
172. Faces vicinaes. Polyedria............................... 292
173. Desegualdade na figura e posição das faces homologas. 294
174. Variações angulares das arestas homologas.......... 296
175. Escavações das faces.................................... 300
176. Esqueletos de crystaes................................... 301
177. Dimensões dos crystaes.................................. 304
178. Alterações da homogeneidade nas substancias dos crystaes... 307

§ PAG.

179. Inclusões ... 308
180. Inclusões macroscopicas ... 309
181. Inclusões microscopicas. Inclusões fluidas ... 312
182. Inclusões microscopicas solidas ... 315
183. Desvios da regularidade quanto á symmetria. Hemimorphismo ... 317

CAPITULO IX

Associações de crystaes

184. Associações regulares de individuos mineraes ... 319

I. ASSOCIAÇÃO PARALLELA

185. Associação parallela ... 320

II. CRYSTAES GÊMEOS

186. Associação regular de crystaes em posição não parallela. 322
187. Crystal gêmeo ... 322
188. Lei da geminação ... 324
189. Distincção quanto á posição e ao modo de união dos individuos ... 325
190. Crystaes gêmeos no systema tesseral ... 330
191. Crystaes gêmeos no systema tetragonal ... 331
192. Crystaes gêmeos no systema hexagonal ... 333
193. Crystaes gêmeos no systema rhombico ... 335
194. Crystaes gêmeos no systema monoclinico ... 337
195. Crystaes gêmeos no systema triclinico ... 338
196. Geminação multipla ... 339
197. Formação de crystaes gêmeos pela pressão e aquecimento ... 342
198. Elevação do grau de symmetria pela formação de crystaes gêmeos ... 343
199. Crystaes pseudo-symmetricos. Mimese ... 346

III. COMPOSIÇÃO STRATIFORME

§ PAG.
200. Composição stratiforme dos crystaes................ 351

IV. CRESCIMENTO REGULAR DE CRYSTAES DE SUBSTANCIAS DIFFERENTES

201. Crescimento simultaneo regular de crystaes de substancias differentes............................ 354

V. AGGREGAÇÕES DOS INDIVIDUOS MINERAES

202. 356
203. Aggregados crystallisados........................ 359
204. Grupo de crystaes.............................. 359
205. Drusas de crystaes............................. 361
206. Fórmas dos mineraes crystallinos................. 363
207. Fórmas de aggregação por sobreposição repetida...... 369
208. Aggregados formados em espaços limitados.......... 370
209. Fórmas de mineraes amorphos..................... 372

VI. PSEUDOMORPHOSES

210. 373
211. Fórmas organicas ou petrificações................. 384

VII. GONIOMETROS

212. 387
213. Goniometros de contacto......................... 388
214. Goniometros de rotação. Medição goniometrica indirecta. 390
215. Goniometros de reflexão......................... 390
216. Erro resultante da excentricidade do movimento da aresta.. 391
217. Goniometro de reflexão de circulo vertical........... 394
218. Goniometros de circulo horizontal.................. 398
219. Goniometro de rotação e de contacto............... 402